16회수학 가형 정답

1	④	*2*	③	*3*	⑤	*4*	②	*5*	⑤
6	③	*7*	④	*8*	①	*9*	⑤	*10*	⑤
11	①	*12*	②	*13*	⑤	*14*	②	*15*	③
16	①	*17*	②	*18*	②	*19*	⑤	*20*	③
21	⑤	*22*	53	*23*	12	*24*	19	*25*	18
26	16	*27*	6	*28*	251	*29*	65	*30*	134

해 설

1. 정답 ④

삼각함수의 합성에서

$a\sin x+b\cos x = \sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\alpha)$이므로

$f(x)=\sqrt{7}\sin x-3\cos x$

$=4\left(\dfrac{\sqrt{7}}{4}\sin x-\dfrac{3}{4}\cos x\right)$

$=4\sin(x+\alpha)$

(단, $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$, $\sin\alpha=-\dfrac{3}{4}$)

이때 $-1\le\sin(x+\alpha)\le 1$이므로

$-4\le f(x)\le 4$

따라서 $f(x)$의 최댓값은 4이다.

2. 정답 ③

$\lim\limits_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{1}{6x}}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left((1+3x)^{\frac{1}{3x}}\right)^{\frac{1}{2}}$

$=e^{\frac{1}{2}}$

$=\sqrt{e}$

3. [출제의도] 변환된 확률변수의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$E(Y)=\dfrac{1}{2}E(X)+5=30$ 이므로 $E(X)=50$

4. 정답 ②

$\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$ 위 의 점 (2, 1)에서의 접선의 방정식은

$\dfrac{2x}{2}-1\cdot y=1$, $x-y=1$

$\therefore\ y=x-1$

따라서 구하는 이 접선의 y절편은 -1이다.

5. [출제의도] 벡터의 성질을 이해하여 크기를 구한다.

$\vec{a}+\vec{b}=(2,3)+(1,1)=(3,4)$

$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

6.정답 ③

$f(x)-2\displaystyle\int_0^x e^t f(t)\,dt=1$ 에서

① $f(0)-0=1\quad\therefore\ f(0)=1$

② $f'(x)-2e^x\cdot f(x)=0$이므로

$f'(0)-2f(0)=0$

$\therefore\ f'(0)=2$

③ $f''(x)-2\left(e^x\cdot f(x)+e^x\cdot f'(x)\right)=0$이므로

$f''(0)-2(f(0)+f'(0))=0$

$\therefore\ f''(0)=2(1+2)=6$

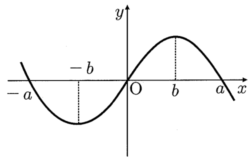
7.[출제의도] 조건부 확률을 이해하여 확률을 구한다.

$P(B)=P(A\cap B)+P(A^C\cap B)=\dfrac{7}{12}$

$P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{4}{7}$

8.정답 ①

$f(x)=-x(x+a)(x-a)$의 개형은 다음과 같다.



$A=\displaystyle\int_{-b}^{a}f(x)\,dx=\int_{-b}^{0}f(x)\,dx+\int_0^a f(x)\,dx$

$B=\displaystyle\int_b^{a+b}f(x-b)\,dx=\int_0^a f(x)\,dx$

$\therefore\ \displaystyle\int_{-b}^{0}f(x)\,dx=A-B$

따라서 $\displaystyle\int_{-b}^{a}|f(x)|\,dx$

$=-\displaystyle\int_{-b}^{0}f(x)\,dx+\int_0^a f(x)\,dx$

$=-(A-B)+B$

$=-A+2B$

9. 정답 ⑤

[출제의도] 이차곡선위의 점에서 그을 수 있는 접선의 기울기에 대해 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

포물선 $x^2=4py(p\ne 0)$ 위의 점에서 그은 접선의 기울기들의 모임은 실수 전체의 집합이 된다. 즉,

$M_1=R\ \cdots$ ①

마찬가지로, 타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (x\ne\pm a)$ 위의 점에서 그은 접선의 기울기들의 모임도 실수 전체의 집합이 된다. 즉,

$M_2=R\ \cdots$ ②

하지만, 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (|x|>a)$ 위의 접선 중 기울기가 m 인 것은 $y=mx\pm\sqrt{a^2m^2-b^2}$ 이므로 $a^2m^2-b^2>0$ 즉, $m>\left|\dfrac{b}{a}\right|$ 이어야 한다. 결국,

$M_3=\left\{m\ \middle|\ m>\left|\dfrac{b}{a}\right|\right\}\ \cdots$ ③

이 된다.

<보기>를 살펴보면,

ㄱ. ③에 의해 $\left|\dfrac{2b}{a}\right|\in M_3$ 이므로 참이다.

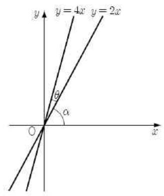
ㄴ. ①, ②에 의해 $M_1=M_2$ 이므로 참이다.

ㄷ. ②, ③에 의해 $M_2\supset M_3$ 이므로 참이다.

따라서, 옳은 것은 ㄱ,ㄴ,ㄷ 이다.

10. 정답 ⑤

함수 $y=2x$의 그래프와 x축이 만나 이루는 예각을 그림과 같이 α라고 하자.



$\tan(\alpha+\theta)=4$, $\tan\alpha=2$

$\tan(\alpha+\theta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\theta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\theta}$

$=\dfrac{2+\tan\theta}{1-2\tan\theta}=4$

$\therefore\ \tan\theta=\dfrac{2}{9}$

따라서 $\cos\theta=\dfrac{9}{\sqrt{85}}$, $\sin\theta=\dfrac{2}{\sqrt{85}}$ 이다.

$\therefore\ \sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$

$=2\times\dfrac{9}{\sqrt{85}}\times\dfrac{2}{\sqrt{85}}=\dfrac{36}{85}$

11. [출제의도] 모비율의 신뢰구간을 이해하여 표본의 크기를 추측한다.

신뢰도 95% 의 신뢰구간은

$\left[0.2-1.96\times\dfrac{\sqrt{0.2\times 0.8}}{\sqrt{n}},\ 0.2+1.96\times\dfrac{\sqrt{0.2\times 0.8}}{\sqrt{n}}\right]$

$2\times 1.96\times\dfrac{\sqrt{0.2\times 0.8}}{\sqrt{n}}=0.112$ 이므로 $n=196$

12. 정답 ②

내접원 반지름 $\overline{OH}=\tan\dfrac{\theta}{2}$

$\angle DAE=\pi-2\theta$

$\angle DOE=2\theta$

$\therefore\ S(\theta)=\dfrac{1}{2}\cdot\left(\tan\dfrac{\theta}{2}\right)^2\cdot\sin 2\theta$

$\lim\limits_{\theta\to+0}\dfrac{\frac{1}{2}\left(\tan\frac{\theta}{2}\right)^2\cdot\sin 2\theta}{\theta^3}$

$=\lim\limits_{\theta\to+0}\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\tan\frac{\theta}{2}}{\theta}\right)^2\cdot\dfrac{\sin 2\theta}{\theta}$

$=\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\cdot 2=\dfrac{1}{4}$

13. [출제의도] 직각이등변삼각형을 이용하여 수열의 합을 구하는 문제를 해결한다.

수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 4이고 공차가 4인 등차수열이므로 $\displaystyle\sum_{n=1}^{5}a_n=\dfrac{5(2\times 4+4\times 4)}{2}=60$

14.[출제의도] 타원의 성질을 이해하여 삼각형의 넓이를 구하는 문제를 해결한다.

타원의 장축의 길이를 $2a$라 하면 삼각형 FPQ의 둘레의 길이가 $12\sqrt{2}$ 이므로

$\overline{PQ}+\overline{QF}+\overline{PF}=(\overline{PF}+\overline{PF'})+(\overline{QF}+\overline{QF'})$

$=4a=12\sqrt{2}$

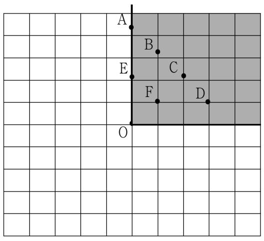
$\overline{PF}=\overline{PF'}=a=3\sqrt{2}$

$\overline{F'Q}=k$라 하면 삼각형 FPQ는 직각삼각형이므로

$(k+3\sqrt{2})^2+(3\sqrt{2})^2=(6\sqrt{2}-k)^2$에서 $k=\sqrt{2}$

따라서 구하는 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 4\sqrt{2}=12$

15. 정답 ③



그림과 같이 로봇이 O를 출발하여 4번 움직여서 도착할 수 있는 지점은 어두운 영역에 대하여 A, B, C, D, E, F의 6가지의 경우이고 그 가짓수에 4를 곱한 값이 답이 된다.

(1) A에 도착하는 경우 : 1가지

(2) B에 도착하는 경우 : $\frac{4!}{3!}=4$가지

(3) C에 도착하는 경우 : $\frac{4!}{2!2!}=6$가지

(4) D에 도착하는 경우 : $\frac{4!}{3!}=4$가지

(5) E에 도착하는 경우 :
① ↑→↑← ② →↑←↑ ③ →↑↑← ④ ↑←↑→ ⑤ ←↑→↑ ⑥ ←↑↑→
의 6가지

(6) F에 도착하는 경우 :
① →→↑← ② ↓→↑↑ ③ ←↑→→ ④ ↑↑→↓
의 4가지

$\therefore\ (1+4+6+4+6+4)\times 4=100$가지

16. 정답 ①

주어진 식 $f(g(x))=\int_0^x f(t)g(t)dt-xe^x+3$

의 양변을

x에 대하여 미분하면

$f'(g(x))g'(x)=f(x)g(x)-(1+x)e^x$

이 때, 두 함수 $f(x)=ax+b$, $g(x)=e^x$을 대입하면

$ae^x=(ax+b)e^x-(1+x)e^x$

$=\{(a-1)x+(b-1)\}\cdot e^x$

$\therefore\ a-1=0,\ a=b-1$

즉, $a=1,\ b=2$

따라서 $f(2)=1\cdot 2+2=4$이다.

17. **[출제의도] 중복조합의 성질을 이해하여 경우의 수를 구한다.**

네 자리 자연수의 각 자리의 수를 각각 x, y, z, w라 하면 $x+y+z+w=14$

x, y, z, w가 모두 홀수이므로

$x=2a+1,\ y=2b+1,\ z=2c+1,\ w=2d+1$

(단, a, b, c, d는 0이상 4이하의 정수)

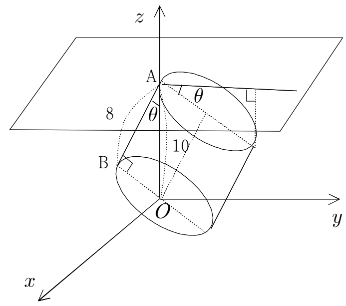
$(2a+1)+(2b+1)+(2c+1)+(2d+1)=14$

$a+b+c+d=5$

a, b, c, d 중에서 중복을 허락하여 5개를 택한다. 이때 a, b, c, d는 4이하의 정수이므로 한 가지만 5번 택하는 4가지 경우는 제외한다.

${}_4H_5-4={}_{4+5-1}C_5-4={}_8C_5-4=\frac{8!}{5!3!}-4=52$

18. 정답 ②



그림의 직각삼각형 ABO에서

$\overline{OA}=10,\ \overline{AB}=8$

이므로

$\overline{OB}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

원기둥의 한 밑면과 평면 $z=10$이 이루는 각의 크기를 θ라 하면 각 OAB의 크기도 θ이므로

$\cos\theta=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

이때, 원기둥의 한 밑면의 넓이를 S, 이 밑면의 평면 $z=10$ 위로의 정사영의 넓이를 S'이라 하면

$S=\pi\times 6^2=36\pi$

$S'=S\times\cos\theta$

$=36\pi\times\frac{4}{5}$

$=\frac{144}{5}\pi$

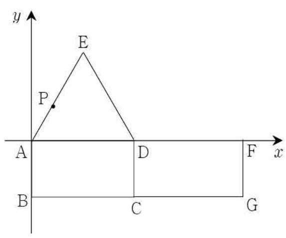
19. 정답 ⑤

ㄱ. $|\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CP}|=|\overrightarrow{PB}|=\overline{PB}$이므로

선분 PB의 길이는 점 P가 점 A와 일치할 때 최소이다.

따라서, 최솟값은 $\overline{AB}=1$이다. (참)

ㄴ.



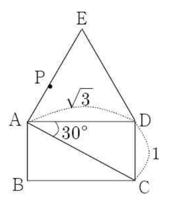
$\triangle$ACD에서 $\overline{AD}=\sqrt{3}$, $\overline{DC}=1$이므로

$\angle\mathrm{CAD}=30°$

$\triangle$EAD가 정삼각형이므로

$\angle\mathrm{EAD}=60°$

$\therefore\ \angle\mathrm{EAC}=\angle\mathrm{PAC}=90°$



$\therefore\ \overrightarrow{CA}\perp\overrightarrow{AP}$

$\therefore\ \overrightarrow{CA}\bullet\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{CA}\bullet(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AP})$

$=\overrightarrow{CA}\bullet\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}\bullet\overrightarrow{AP}$

$=|\overrightarrow{CA}|^2+0$

$=2^2=4$ (참)

ㄷ. 점 A를 원점, 직선 AD를 x축으로 하는 좌표평면에 주어진 도형을 나타내면 그림과 같다.

$\overline{AD}=\overline{DF}$인 x축 위의 점을 F라 하고

직사각형 DCGF를 그리면

$\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{GP}$

이므로 $|\overrightarrow{GP}|$의 최솟값은

점 $\mathrm{G}(2\sqrt{3},\ -1)$에서 직선 AE에 이르는 거리와 같다.

직선 AE의 방정식은

$y=\sqrt{3}x$ 즉, $\sqrt{3}x-y=0$이므로

구하는 최솟값은

$\frac{|\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}-(-1)|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}}=\frac{7}{2}$ (참)

따라서, 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

20. 답 ③

[정적분과 넓이]

ㄱ. 구간 $[a,\ b]$에서 $F'(x)=f(x)>0$이므로

함수 $F(x)$는 증가함수이다. (참)

ㄴ. 직선 PQ의 기울기는 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ (거짓)

ㄷ. 점 Q에서 직선 PA에 내린 수선의 발을 R라 놓으면

$\frac{(b-a)\{f(a)-f(b)\}}{2}=\triangle\mathrm{PQR}$

$\int_a^b\{f(x)-f(b)\}dx=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b f(b)dx$

$=\int_a^b f(x)dx-\square QRAB$

$\therefore\ \int_a^b\{f(x)-f(b)\}dx$

$\le\frac{(b-a)\{f(a)-f(b)\}}{2}$ (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

21. **[출제의도] 적분법을 이용하여 방정식의 근의 개수를 구하는 문제를 해결한다.**

함수 $f(x)$는 주기가 2이고, 그래프는 원점에 대하여 대칭이므로 실수 t와 정수 k에 대하여

$\int_t^{t+2k}f(x)dx=0,\ \int_{-t}^{t+2k}f(x)dx=0$

따라서 구간 $[-1,1]$에서 방정식 $h(x)=0$

즉 $\int_{g(x)}^{g(x+1)}f(t)\,dt=0$을 만족시키려면

$g(x+1)-g(x)=2n$ (n은 정수)

또는 $g(x+1)+g(x)=2m$ (m은 정수)이어야 한다.

$g(x)=x(x+1)$이므로 $g(x+1)-g(x)=2(x+1)$

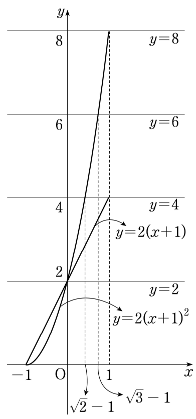
$g(x+1)+g(x)=2(x+1)^2$

구간 $[-1,1]$에서 두 함수 $y=2(x+1)$,

$y=2(x+1)^2$의 그래프는 그림과 같으므로

$2(x+1)=2n$(n은 정수)를 만족시키는 x의 값은 $-1,\ 0,\ 1$이고, $2(x+1)^2=2m$(m은 정수)를 만족시키는 x의 값은 $-1,\ 0,\ \sqrt{2}-1,\ \sqrt{3}-1,\ 1$이다.

따라서 서로 다른 실근의 개수는 5



22. 정답 53

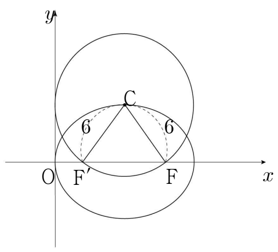
[출제의도] 이항분포에서 평균과 분산 구하기

동전 2개 모두 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{4}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $B\left(100,\ \frac{1}{4}\right)$을 따른다.

$E(X)=100\times\frac{1}{4}=25$

$E(Y)=E(2X+3)=2E(X)+3=53$

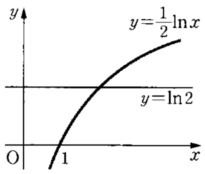
23. 정답 12



원 $(x-6)^2+(y-5)^2=36$의 중심을 C, 타원의 초점을 각각 F, F′이라 하면

장축의 길이는 $\overline{\mathrm{F'C}}+\overline{\mathrm{CF}}=12$

24.정답 19



y축의 둘레로 회전시켜 생긴 회전체의 부피는

$$V=\pi\int_0^{\ln 2}x^2\,dy=\pi\int_0^{\ln 2}\left(e^{2y}\right)^2dy$$

$$=\pi\int_0^{\ln 2}e^{4y}\,dy$$

$$=\pi\left[\frac{1}{4}e^{4y}\right]_0^{\ln 2}=\frac{\pi}{4}\left(e^{\ln 2^4}-1\right)=\frac{\pi}{4}\left(2^4-1\right)$$

$$=\frac{15}{4}\pi$$

$\therefore\ \frac{V}{\pi}=\frac{15}{4}=\frac{q}{p},\ p=4,\ q=15,$

$\therefore p+q=19$

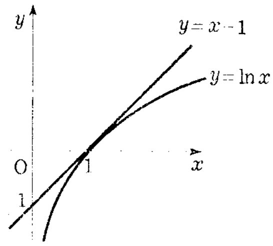
25. 정답 18

$y=\ln x,\ y=x+n-20$의 교점으로 해석한다.

$y=\ln x$에서 기울기 1인 접선은 $y=x-1$이므로

서로 다른 두 근을 가지려면 $n-20<-1$이어야 한다.

$\therefore\ 0<n<19$에서 자연수 n은 18이다.



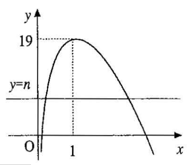
[별해]

$\ln x-x+20-n=0$에서

$y=\ln x-x+20$과 $y=20$이 서로 다른 두 점에서

만나면 된다.

$y'=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}\ \Rightarrow x=1$일 때 $y'=0$



x	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	↗	19	↘

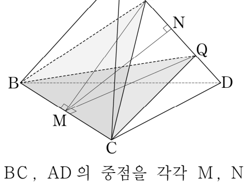
x는 진수이므로 $x>0$

$\therefore\ n<19$이면 서로 다른

두 점에서 만난다.

따라서 자연수 n은 1, 2, 3, $\cdots$, 18로 18개다.

26. **[출제의도] 이면각의 정의를 이해하여 이면각의 크기를 구한다.**



두 선분 BC, AD의 중점을 각각 M, N이라 하면,

$\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{DM}}=2\sqrt{3}$ 이므로 $\overline{\mathrm{MN}}=2\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{PN}}=\overline{\mathrm{QN}}=1$ 이므로 $\overline{\mathrm{PM}}=\overline{\mathrm{QM}}=3$

$\theta=\angle\mathrm{PMQ}$이고, $\overline{\mathrm{PQ}}=2$이므로

$\cos\theta=\frac{3^2+3^2-2^2}{2\times3\times3}=\frac{7}{9}$, 따라서 $p+q=16$

27. [출제의도] 치환적분법과 부분적분법을 이해하여 정적분의 값을 구한다.

$\int_0^1(x-1)f'(x+1)dx=-4$에서 $x+1=t$로 놓으면

$\frac{dx}{dt}=1$이고, $x=0$일 때 $t=1$, $x=1$일 때 $t=2$

$$\int_0^1(x-1)f'(x+1)dx$$

$$=\int_1^2(t-2)f'(t)dt=\Big[(t-2)f(t)\Big]_1^2-\int_1^2f(t)dt$$

$$=f(1)-\int_1^2f(t)dt=2-\int_1^2f(t)dt=-4$$

따라서 $\int_1^2f(x)dx=6$

28. 정답 251

[출제의도] 미분을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

분침의 속력 : $\frac{2\pi}{60}=\frac{\pi}{30}$

시침의 속력 : $\frac{\frac{\pi}{6}}{60}=\frac{\pi}{360}$

3시 정각에서 t(분) 후 분침과 시침이 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, 4시 정각 근처에서

$\theta=\frac{\pi}{30}t-\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{360}t\right)=\frac{\pi}{30}t-\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{360}t$

$\angle\mathrm{POQ}=2\pi-\theta$ 이므로

$S=\frac{1}{2}\times2\times3\sin(2\pi-\theta)=3\cos\frac{11\pi}{360}t$

$\frac{dS}{dt}=-3\times\frac{11\pi}{360}\times\sin\frac{11\pi}{360}t$

$t=60$일 때, $\frac{dS}{dt}=\frac{11}{240}\pi$

$\therefore\ p+q=251$

29. 정답 24

$\triangle\mathrm{AOS}$에서

$\overline{\mathrm{AS}}=\cos\theta,\ \overline{\mathrm{OS}}=\sin\theta$이므로

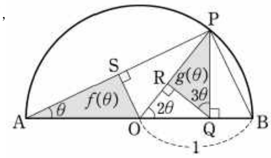
$f(\theta)=\frac{1}{2}\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta=\frac{1}{4}\sin2\theta\ \cdots$ ㉠

$\triangle\mathrm{OPQ}$에서 $\angle\mathrm{POQ}=2\theta$이므로 $\overline{\mathrm{PQ}}=\sin2\theta$

$\triangle\mathrm{PQR}$에서 $\overline{\mathrm{PR}}=\sin^22\theta$,

$\overline{\mathrm{QR}}=\sin2\theta\cdot\cos2\theta$이므로

$g(\theta)=\frac{1}{2}\sin^32\theta\cdot\cos2\theta\ \cdots$ ㉡



㉠, ㉡에서

$$\lim_{\theta\to+0}\frac{\theta^2f(\theta)}{g(\theta)}=\lim_{\theta\to+0}\frac{\frac{1}{4}\cdot\theta^2\cdot\sin2\theta}{\frac{1}{2}\cdot\sin^32\theta\cdot\cos2\theta}$$

$$=\lim_{\theta\to+0}\frac{1}{2}\cdot\frac{\theta^2}{\sin^22\theta}\cdot\frac{1}{\cos2\theta}$$

$$=\lim_{\theta\to+0}\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{(2\theta)^2}{\sin^22\theta}\cdot\frac{1}{\cos2\theta}$$

$$=\frac{1}{8}$$

$\therefore\ p^2+q^2=64+1=65$

30. **[출제의도] 공간도형의 성질을 이용하여 벡터의 내적의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제를 해결한다.**

원 C의 중심을 O′이라 하면

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\left(\overrightarrow{\mathrm{OO'}}+\overrightarrow{\mathrm{O'B}}\right)$

$=\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OO'}}+\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{O'B}}$

평면 $x-y+z-6=0$을 α라 하면 구의 중심과 점

O' 을 지나는 직선 위의 점의 좌표가 $(t,\ -t,\ t+3)$ 이고 점 O'이 평면 α 위의 점이므로

$\mathrm{O}'(1,\ -1,\ 4)$ 이다. 따라서 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OO'}} = 12$

구 S의 중심에서 평면 α까지의 거리 $\sqrt{3}$, 구의 반지름의 길이 2에서 원 C의 반지름의 길이는 1 평면 α와 직선 OA가 이루는 예각의 크기를 θ라 하면

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\frac{(1,-1,1)\cdot(\sqrt{2},\sqrt{2},3)}{\sqrt{1+1+1}\sqrt{2+2+9}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$$

$\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{13}$, $\overline{\mathrm{O'B}}=1$ 이고, $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ 와 $\overrightarrow{\mathrm{O'B}}$ 가 이루는 각의 크기를 β라 하면 $\theta \le \beta \le \pi-\theta$ 이므로

$\cos(\pi-\theta) \le \cos\beta \le \cos\theta$

$\cos\theta = \dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{13}}$, $\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{13}$, $\overline{\mathrm{O'B}}=1$ 이고

$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{O'B}} = |\overrightarrow{\mathrm{OA}}||\overrightarrow{\mathrm{O'B}}|\cos\beta$ 이므로

$-\sqrt{10} \le \overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{O'B}} \le \sqrt{10}$

$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ 의 최댓값은 $12+\sqrt{10}$, 최솟값은 $12-\sqrt{10}$ 이므로 곱은 134