14회수학 가형 정답

1	④	2	②	3	②	4	⑤	5	③
6	①	7	③	8	③	9	①	10	④
11	②	12	①	13	①	14	①	15	④
16	①	17	③	18	①	19	①	20	①
21	①	22	32	23	10	24	12	25	73
26	100	27	90	28	130	29	76	30	30

해 설

1. 정답 ④

[출제의도] 치환을 이용하여 지수함수의 극한값을 계산한다.

$-x=t$라 하면

$x\to 0$일 때 $t\to 0$이고, $x=-t$이므로

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-e^{-x}}{x}$

$=\lim\limits_{t\to 0}\frac{1-e^{t}}{-t}$

$=\lim\limits_{t\to 0}\frac{e^{t}-1}{t}$

$=1$

[다른 풀이]

$f(x)=1-e^{-x}$라 하면 $f(0)=0$이므로

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-e^{-x}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)$

$f'(x)=e^{-x}$이므로 $f'(0)=1$

$\therefore \lim\limits_{x\to 0}\frac{1-e^{-x}}{x}=1$

2.[출제의도] 무한등비급수의 합을 계산할 수 있는지를 묻는 문제이다.

$\log_2 2+\log_2\sqrt{2}+\log_2\sqrt[4]{2}+\log_2\sqrt[8]{2}+\cdots$

$=\log_2 2+\frac{1}{2}\log_2 2+\frac{1}{4}\log_2 2+\frac{1}{8}\log_2 2+\cdots$

$=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=2$

3. 정답 ②

$f(x)=\cos x-x+1$로 놓으면 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 연속이고 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)>0$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)<0$이므로 중간값정리에 의해 $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다

4.정답 ⑤

[출제의도] 다항함수의 극한의 성질을 이용하여 함숫값을 구한다.

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^2}{x}=3$이므로

$f(x)-x^2$은 일차항의 계수가 3인 일차식이다.

$f(x)-x^2=3x+a$에서

$f(x)=x^2+3x+a$

이때 $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{(x-1)f(x)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x+1}{f(x)}=1$이므로

$\frac{2}{f(1)}=1$ 즉, $f(1)=2$이다.

$f(1)=1+3+a=2$에서

$a=-2$

따라서 $f(x)=x^2+3x-2$이므로

$f(2)=2^2+3\cdot 2-2=8$

5. [출제의도] 조건부확률의 뜻을 알고 이를 구하기

남학생을 뽑을 사건을 A, 희망한 학생을 뽑을 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{48}{100}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{30}{100}$

$\therefore \mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{30}{48}=\frac{5}{8}$

답 ③

6.함수의 극한과 연속성 정답 ①

점$(t,\sqrt{t})$에서 두 점$(1,0)$, $(2,0)$까지의 거리 d_1, d_2는

$d_1=\sqrt{(t-1^2)+(\sqrt{t})^2}=\sqrt{t^2-t+1}$

$d_2=\sqrt{(t-2^2)+(\sqrt{t})^2}=\sqrt{t^2-3t+4}$

$\therefore\lim\limits_{t\to\infty}(d_1-d_2)$

$=\lim\limits_{t\to\infty}(\sqrt{t^2-t+1}-\sqrt{t^2-3t+4})$

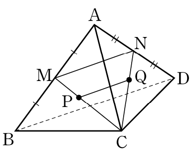
$=\lim\limits_{t\to\infty}\frac{2t-3}{\sqrt{t^2-t+1}+\sqrt{t^2-3t+4}}$

$=\lim\limits_{t\to\infty}\frac{2-\frac{3}{t}}{\sqrt{1-\frac{1}{t}+\frac{1}{t^2}}+\sqrt{1-\frac{3}{t}+\frac{4}{t^2}}}$

$=\frac{2}{1+1}=1$

7. 정답 ③

ㄱ, ㄴ. 직선 CD와 직선 BQ, 직선 AD와 직선 BC는 서로 만나지도 평행하지도 않으므로 꼬인 위치에 있다.



ㄷ.직선 CP와 CQ가 선분 AB, AD와 만나는 점을 각각 M, N이라 하면 M, N은 각각 선분 AB, AD의 중점이므로 중점연결정리에 의해 $\overline{\mathrm{MN}}\,//\,\overline{\mathrm{BD}}$이다.

또한, $\overline{\mathrm{CP}}:\overline{\mathrm{CM}}=\overline{\mathrm{CQ}}:\overline{\mathrm{CN}}=2:3$이므로

$\triangle\mathrm{CPQ}$와 $\triangle\mathrm{CMN}$은 닮음이 되어 $\overline{\mathrm{PQ}}\,//\,\overline{\mathrm{MN}}$이다.

따라서, $\overline{\mathrm{PQ}}\,//\,\overline{\mathrm{MN}}$이고, $\overline{\mathrm{MN}}\,//\,\overline{\mathrm{BD}}$이므로

$\overline{\mathrm{PQ}}\,//\,\overline{\mathrm{BD}}$

8.[출제의도] 쌍곡선의 성질 이해하기

원 $x^2+y^2=8$과 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$이 만나는 네 점이 원의 둘레를 4등분하므로

쌍곡선이 점 (2, 2)를 지난다.

$\frac{4}{a^2}-\frac{4}{b^2}=1$ … ㉠

쌍곡선의 한 점근선의 방정식이 $y=\sqrt{2}x$이므로

$b=\sqrt{2}a$ … ㉡

따라서 ㉠, ㉡에 의하여 $a^2+b^2=6$

9. 정답 ①

[출제의도] 적분과 미분 사이의 관계를 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$S(t)=\int_0^t 2x\,\{f(t)-f(x)\}\,dx$

$=f(t)\int_0^t 2x\,dx-\int_0^t 2xf(x)\,dx$

에서

$S'(t)=t^2f'(t)+2tf(t)-2tf(t)=t^2f'(t)$

한편, $f'(x)=e^x\sin\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{2}e^x\cos\frac{\pi}{2}x$ 이므로

$S'(2)=4f'(2)=-2\pi e^2$

10. [출제의도] 미분계수의 기하학적 의미를 알고 계산하기

$g'(x)=f(x)+xf'(x)$이므로

ㄱ. $f(1)+g'(1)=f'(1)<0$ ∴ 거짓

답 ④

11. 정답 ②

[출제의도] 원순열에 대한 경우의 수를 구할 수 있는가?

A와 B를 한 묶음으로 생각해서 5개를 원형의 실험기구에 넣는 경우의 수는

$(5-1)!=4!=24$

또한, A와 B가 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2!=2$

따라서 구하고자 하는 경우의 수는

$24\times 2=48$

12. 답 ①

회사에서 생산된 핸드볼 공의 무게를 확률변수 X라

하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(350,16^2)$을 따른다.

크기 64인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$라 하면

$E(\overline{X})=350$

$V(\overline{X})=\frac{16^2}{64}=2^2$이므로 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(350,2^2)$을

따른다.

$\therefore\ \mathrm{P}(\overline{X}\le 346$ 또는 $\overline{X}\ge 355)$

$=\mathrm{P}(\overline{X}\le 346)+\mathrm{P}(\overline{X}\ge 355)$

$=\mathrm{P}\left(Z\le\frac{346-350}{2}\right)+\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{355-350}{2}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\le -2)+\mathrm{P}(Z\ge 2.5)$

$=\mathrm{P}(Z\ge 2)+\mathrm{P}(Z\ge 2.5)$

$=(0.5-0.4772)+(0.5-0.4938)$

$=0.0228+0.0062$

$=0.0290$

13.정답 ①

[출제의도] 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 삼각함수의 값 구하기

정육각형의 한 변의 길이를 $4a$라 하면

$\overline{\mathrm{CE}}=4\sqrt{3}a$, $\overline{\mathrm{EM}}=2a$, $\overline{\mathrm{EN}}=a$이고,

$\angle\mathrm{MCE}=\alpha$, $\angle\mathrm{NCE}=\beta$라 하면

$\tan\alpha = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}$, $\tan\beta = \dfrac{1}{4\sqrt{3}}$ 이다.

$\tan\theta = \tan(\alpha-\beta) = \dfrac{\tan\alpha - \tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta} = \dfrac{2\sqrt{3}}{25}$

14.정답 ①

쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$의 점근선은

$y = \pm\dfrac{b}{a}x$이므로 한 점근선을 $y = \dfrac{b}{a}x$라 하면 이 점근선에 평행한 직선의 기울기는 $\dfrac{b}{a}$이다.

기울기가 $\dfrac{b}{a}$이고 타원 $\dfrac{x^2}{8a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$에 접하는 직선의 방정식은

$$y = \frac{b}{a}x \pm \sqrt{8a^2 \times \left(\frac{b}{a}\right)^2 + b^2}$$

$$y = \frac{b}{a}x \pm 3b$$

$\therefore bx - ay + 3ab = 0$ 또는

$bx - ay - 3ab = 0$

이때, 원점과 두 직선 사이의 거리가 1이므로

$$\frac{|3ab|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 1$$

$|3ab| = \sqrt{a^2+b^2}$

양변을 제곱하면

$9a^2b^2 = a^2 + b^2$

양변을 a^2b^2으로 나누면

$$9 = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2}$$

$$\therefore \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 9$$

15. 정답 ④

증가와 감소버튼을 3번씩 누를 때 채널 50에 다시 오므로

$${}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{20}{2^6} = \frac{5}{16}$$

16. **[출제의도] 삼수선의 정리 이해하기**

점 P의 xy평면 위로의 정사영 Q의 좌표는 $(1,\ 1,\ 0)$이므로 $\overline{PQ} = 4$

점 Q에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 R라 하면 삼수선 정리에 의하여 $\overline{PR} \perp \overline{BC}$

점 Q가 이등변삼각형 ABC의 무게중심이므로

$\overline{QR} = \dfrac{1}{3}\overline{AR} = \sqrt{2}$

따라서 점 P에서 직선 BC까지의 거리는 $3\sqrt{2}$

17. 정답 ③

[출제의도] 정적분의 성질을 활용하여 추론하기

ㄱ. $x \le 0$일 때, $f(x) = 1$이므로

$$g(0) = \int_{-1}^{0} e^t f(t)\,dt = \int_{-1}^{0} e^t\,dt$$

$$= \left[e^t\right]_{-1}^{0} = 1 - \frac{1}{e} \ \text{(참)}$$

ㄴ. $g'(x) = e^x f(x) = 0$이면 $f(x) = 0$이므로 $x = 1$

함수 $g(x)$의 증감표는 다음과 같다.

x	$\cdots$	1	$\cdots$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	↗	$e-1-\dfrac{1}{e}$	↘

$\therefore$ $g(x)$는 극댓값 $e - 1 - \dfrac{1}{e}$을 갖는다. (거짓)

ㄷ. ㄴ의 증감표에 의하여 $g(x) = 0$은 많아야 2개의 실근을 갖는다.

ⅰ) $g(-1) = 0$이므로 한 실근을 갖는다.

ⅱ) $g(1) = e - 1 - \dfrac{1}{e} > 0$, $g(2) = -1 - \dfrac{1}{e} < 0$

이므로 중간값의 정리에 의하여 열린 구간 $(1,\ 2)$에서 적어도 한 실근을 갖는다.

ⅰ), ⅱ)에 의하여 $g(x) = 0$의 실근의 개수는 2 (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

18. 정답 ①

[출제의도] 도형의 성질을 이용하여 삼각함수의 덧셈정리를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

해설

$\angle Q'OR = \gamma$ 라 두면 $\beta = \alpha - \gamma$ 이다.

$\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$ 이면 $\tan\alpha = \dfrac{4}{3}$ 이다.

점 O 에서 선분 PP$'$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\tan\gamma = \dfrac{\overline{OR}}{\overline{RQ'}} = \dfrac{\overline{OP}}{\overline{OH}} = \dfrac{4}{5}$

($\because$ $\overline{OH} = \overline{P'R} = \overline{RQ'}$)

따라서 $\tan\beta = \tan(\alpha-\gamma) = \dfrac{\dfrac{4}{3} - \dfrac{4}{5}}{1 + \dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{4}{5}} = \dfrac{8}{31}$ 이다.

19. 정답 ①

$\triangle$ABC 의 법선단위벡터를 $\vec{h}$ 라 하면 $\vec{h} = (a,\ b,\ c)$, $a^2+b^2+c^2 = 1$

yz 평면의 법선단위벡터는 $\vec{h} = (1,\ 0,\ 0)$ 이다.

$\therefore\ \cos\theta = |a| = \dfrac{1}{2}$

$\therefore\ b^2 + c^2 = \dfrac{3}{4}$, $a = \pm\dfrac{1}{2}$

$\triangle$ABC 와 평면 $x - 2y + 2z = 1$ 사이의 예각을 α 라 하면

$\cos\alpha = \dfrac{1\cdot a - 2b + 2c}{3\cdot 1} = \dfrac{1}{3}(a - 2(b-c))$

…… ㉠

$-2b + 2c = k$ 라 하면 $c = b + \dfrac{k}{2}$

이것을 $b^2 + c^2 - \dfrac{3}{4} = 0$ 에 대입하면

$2b^2 + b + \dfrac{k^2}{4} - \dfrac{3}{4} = 0$

$D = k^2 - 8\left(\dfrac{k^2}{4} - \dfrac{3}{4}\right) = -k^2 + 6 \ge 0$

$\therefore\ -\sqrt{6} \le k \le \sqrt{6}$

$|\cos\alpha| \le \dfrac{\dfrac{1}{2} + \sqrt{6}}{3} = \dfrac{1+2\sqrt{6}}{6}$

$\therefore$ (넓이) $= 6|\cos\alpha| \le 1 + 2\sqrt{6}$

20. **[출제의도] 벡터의 내적을 계산하여 부등식의 영역의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$\overrightarrow{PA} = (2-x,\ -y)$, $\overrightarrow{PB} = (-x,\ 2-y)$

이므로 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB} = x^2 - 2x + y^2 - 2y \le 0$

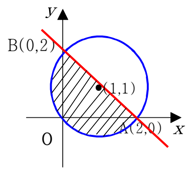
$\therefore\ (x-1)^2 + (y-1)^2 \le 2$ ⋯ ㉠

$\overrightarrow{OP}\cdot(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) = (x,\ y)\cdot(2,\ 2)$

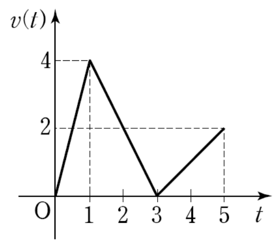
$= 2x + 2y \le 4$ $\therefore$ $x + y \le 2$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 점 P가 나타내는 영역은 오른쪽 그림의 색칠한 부분이다. 따라서 구하는 영역의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\pi = \pi$



21. 정답 ①



시각 $t = 0$ 에서 $t = x$ 까지 움직인 거리를 l_1

시각 $t = x$ 에서 $t = x + 2$ 까지 움직인 거리를 l_2

시각 $t = x + 2$에서 $t = 5$ 까지 움직인 거리를 l_3 이라 하자.

ㄱ. $x = 1$ 인 경우

$l_1 = 2$, $l_2 = 4$, $l_3 = 2$ 이므로

$f(1) = 2$ $\therefore$ 참

ㄴ. $x = 2$ 인 경우

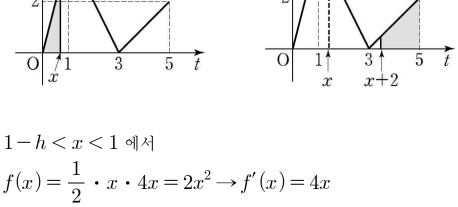
$l_1 = 5$, $l_2 = \dfrac{3}{2}$, $l_3 = \dfrac{3}{2}$ 이므로 $f(2) = \dfrac{3}{2}$

따라서 $f(2) - f(1) = \dfrac{3}{2} - 2 = -\dfrac{1}{2}$

$\displaystyle\int_1^2 v(t)dt = \int_1^2 (-2t+6)dt = 3$

$\therefore$ $f(2) - f(1) \ne \displaystyle\int_1^2 v(t)dt$ $\therefore$ 거짓

ㄷ. h 가 충분히 작은 양수일 때 그림에서 보는 것처럼



$1 - h < x < 1$ 에서

$f(x) = \dfrac{1}{2}\cdot x\cdot 4x = 2x^2 \to f'(x) = 4x$

$\xrightarrow{x\to 1-0} 4$

$1 < x < 1 + h$ 에서

$f(x)=2-\frac{1}{2}((x+2)-3)^2 \to f'(x)=-x+1$

$\xrightarrow{x\to 1+0} 0$

따라서 $f'(x)$ 의 $x=1$ 에서의 좌우 미분계수가 다르므로 미분불능

$\therefore$ 거짓

22. [출제의도] 벡터의 연산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$2\vec{a}-2\vec{b}=\vec{c}$ 이므로 $(4-2x,\ 8)=(-4,\ y)$

따라서 $x=4,\ y=8$ 이므로 $xy=32$

23. 정답 10

$f(n)=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x+\sin 2x+\sin 3x+\cdots+\sin nx}{x}$

$=1+2+3+\cdots+n$

$=\frac{n(n+1)}{2}$

$\therefore \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{5}{f(k)}=10\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)$

$=10$

24.[출제의도] 역함수의 미분법 이해하기

$f(0)=1$이므로 $g(1)=0$

$f'(x)=3x^2+2$에서 $f'(0)=2$이므로

$g'(1)=\frac{1}{f'(0)}=\frac{1}{2}$

따라서 $24g'(1)=12$

25. [출제의도] 조건부확률을 실생활에서의 문제에 응용할 수 있는지를 묻는 문제이다.

차량이 자가용일 사건을 A, 목격자가 자가용이라 증언할 사건을 B라 하면 구하는 확률은 $P(A|B)$이다. 이 때, $P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ 이고

$P(B)=0.8\times 0.9+0.2\times 0.1=0.74$

$P(A\cap B)=0.8\times 0.9=0.72$

이므로 구하는 확률은 $\frac{72}{74}=\frac{36}{37}$

$p=37,\ q=36$ 이므로 $p+q=73$

26.정답 100

$\overline{BC}=\sin\theta,\ \overline{AC}=\cos\theta$

$\angle ADB=\pi-\frac{2}{3}\pi-2\theta=\frac{\pi}{3}-2\theta$ 이므로

사인법칙에 따라 $\frac{\overline{CD}}{\sin 2\theta}=\frac{\cos\theta}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-2\theta\right)}$

$\therefore \overline{CD}=\frac{\sin 2\theta}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-2\theta\right)}\cdot\cos\theta$

또, $\angle BCD=2\pi-\left(\frac{2}{3}\pi+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{5}{6}\pi$

$\therefore \triangle BCD=S(\theta)$

$=\frac{\frac{1}{2}\times\sin\theta\times\sin 2\theta\cos\theta}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-2\theta\right)}\times\sin\frac{5}{6}\pi$

$=\frac{1}{4}\cdot\frac{\cos\theta\sin 2\theta\sin\theta}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-2\theta\right)}$

$p=\lim_{\theta\to+0}\frac{S(\theta)}{\theta^2}=\lim_{\theta\to+0}\frac{\cos\theta\sin 2\theta\sin\theta}{4\theta^2\sin\left(\frac{\pi}{3}-2\theta\right)}$

$=\frac{1}{2}\lim_{\theta\to+0}\left\{\frac{\sin 2\theta}{2\theta}\times\frac{\sin\theta}{\theta}\times\frac{\cos\theta}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-2\theta\right)}\right\}$

$=\frac{1}{2}\times 1\times 1\times\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

이므로 $300p^2=300\times\frac{1}{3}=100$

27. [출제의도] 타원의 정의를 이해하여 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

타원 $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$의 두 초점의 좌표는 $F(-8,0), F'(8,0)$, 장축의 길이는 $2\times 10=20$이다. 이때, $\overline{P_1F'}=\overline{P_9F}, \overline{P_2F'}=\overline{P_8F},$
$\overline{P_3F'}=\overline{P_7F}, \overline{P_4F'}=\overline{P_6F}$ 이므로

$\sum_{k=1}^{9}\overline{FP_k}=20\times 4+\overline{P_5F}=80+10=90$

28. 정답 130

[출제의도] 분배의 개념과 원순열의 개념을 이해하고 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

6 명을 2 개조로 나누는 방법은 구성원이 2 명이상 이므로 2 명과 4 명, 3 명과 3 명으로 나누는 2 가지가 있다.

I) 2 명과 4 명의 경우

${}_6C_2\times(2-1)!\times(4-1)!=90$ 가지

ii) 3 명과 3 명의 경우

${}_6C_3\times\frac{1}{2!}\times(3-1)!\times(3-1)!=40$ 가지

따라서 $90+40=130$ 가지이다.

29. 정답 76

$P(X=k)=P(x\le k)-P(x\le k-1)$

$=ak^2-a(k-1)^2=a(2k-1)$

$1=\sum_{k=1}^{5}P(X=k)=\sum_{k=1}^{5}a(2k-1)=a\times 25$

$\therefore\ a=\frac{1}{25}$

$E(X)=\frac{1}{25}\sum_{k=1}^{5}\{k\cdot(2k-1)\}$

$=\frac{1}{25}\sum_{k=1}^{5}(2k^2-k)=\frac{19}{5}$

$\therefore\ 20E(X)=20\times\frac{19}{5}=76$

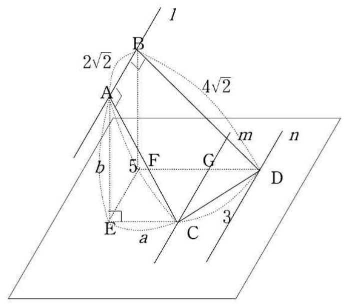
30. 정답 30

두 직선 m, n을 포함하는 평면을 α라 하자.

$l\,/\!/\,m,\ l\,/\!/\,n$이므로 $l\,/\!/\,\alpha$이다.

직선 l 위의 두 점 A, B에서 평면 α에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고, 선분 FD와 직선 m의 교점을 G라 하자.

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{EF}$, $\overline{EF}\,/\!/\,\overline{CG}$ 이고,



$\overline{EF}=\overline{CG}=2\sqrt{2}$

이므로 직각삼각형 DGC 에서

$\overline{GD}=\sqrt{3^2-(2\sqrt{2})^2}=1$

직각삼각형 ABD 에서

$\overline{AD}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{10}$

삼각형 ACD 에서

$\cos(\angle ACD)=\frac{5^2+3^2-(2\sqrt{10})^2}{2\cdot 5\cdot 3}=-\frac{1}{5}$

이므로

$\sin(\angle ACD)=\sqrt{1-\left(-\frac{1}{5}\right)^2}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$

따라서 삼각형 ACD 의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 5\times 3\times\frac{2\sqrt{6}}{5}=3\sqrt{6}$ 이다.

$\overline{EC}=a,\ \overline{AE}=\overline{BF}=b$ 라 하면

$\overline{FD}=a+1$ 이고,

삼각형 AEC 에서 $a^2+b^2=25\ \cdots$ ㉠

삼각형 BFD 에서 $(a+1)^2+b^2=32\cdots$ ㉡

㉡-㉠에서 $2a+1=7,\ a=3$

삼각형 ACD 의 평면 α 위로의 정사영은 삼각형 ECD 이고,

삼각형 ECD 의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{EC}\times\overline{CG}=\frac{1}{2}\times 3\times 2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

따라서, $3\sqrt{6}\times\cos\theta=3\sqrt{2}$ 에서

$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore\ \tan^2\theta=\sec^2\theta-1=\frac{1}{\cos^2\theta}-1$

$=3-1=2$

$\therefore\ 15\tan^2\theta=30$