2025 6모 확통 풀이

23. 할 말 없다. $\frac{4!}{2!}=12$

24. $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{6}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{3}{4}-\frac{1}{6}=\frac{7}{12}$이므로 $\mathrm{P}\left(B^{C}\right)=\frac{5}{12}$

25. x^2에서 3개를 뽑아내야 하므로 x^6의 계수는 ${}_5C_2\times 1^3\times(-2)^2=40$

26. a가 한 개만 포함될 때와 b가 한 개만 포함될 때의 경우의 수는 같다. (상황이 대칭적임.)

I) 나머지 세 문자가 모두 같은 종류일 때 문자를 선택하는 경우의 수는 ${}_3C_1=3$이고, 선택한 문자를 배열하는 경우의 수는 4

II) 나머지 세 문자 중 한 문자만 다른 종류일 때 문자를 선택하는 경우의 수는 ${}_3C_1\times{}_2C_1=6$. 선택한 문자들을 배열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2}=12$

III) 나머지 세 문자가 모두 다른 종류일 때 문자를 배열하는 경우의 수는
$4!=24$

따라서 a가 한 개만 포함될 때 경우의 수는 $12+72+24=108$

IV) a와 b가 모두 하나씩 포함된 경우의 수도 마찬가지 방법으로 구하면 $12+12+24=48$

$\therefore$ 구하고자 하는 확률은 $\frac{108+108-48}{4^4}=\frac{21}{32}$

27. 5와 6만 이웃하지 않으면 된다. 6을 고정시키고, 5를 배열하는 경우의 수는 3이며 나머지를 배열하는 조건은 없다. 경우의 수는 $3\times 4!=72$

28. 한 동전이 짝수번 뒤집힐 때는 처음 면과 같고, 홀수번 뒤집힐 때는 처음 면과 다른 면이 나온다.

I) 시행을 5번 반복 후 모두 뒷면이 보이도록 놓여 있을 때 처음 뒷면이었던 동전은 짝수번 던져지고, 나머지 세 동전은 모두 홀수번씩 던져진다.

네 동전이 던져진 횟수를 각각 $2a+1$, $2b+1$, $2c+1$, $2d$라 하면 $a+b+c+d=1$이므로 a, b, c, d 중 하나만 1이고 나머지는 모두 0이다.

I-1) 처음 뒷면이었던 동전이 2번 던져질 때 던지는 순서를 정하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!}=60$

I-2) 처음 뒷면이었던 동전이 안 던져질 때 처음에 앞면이었던 세 동전 중 하나만 세 번 던져지므로 던지는 동전을 정하는 경우의 수는 ${}_3C_1=3$이고, 던지는 순

서를 정하는 경우의 수는 $\dfrac{5!}{3!}=20$

II) 시행을 5번 반복 후 모두 앞면이 보이도록 놓여 있을 때 처음에 뒷면이 보였던 동전은 1번, 3번, 5번 던져진다.

II-1) 처음에 뒷면이었던 동전이 5번 던져지는 경우의 수는 1

II-2) 처음에 뒷면이었던 동전이 3번 던져질 때 2번 던져진 동전을 정하는 경우의 수는 ${}_3C_1=3$이고, 던지는 순서를 정하는 경우의 수는 ${}_5C_2=10$

II-3) 처음에 뒷면이었던 동전이 1번 던져질 때 나머지 한 동전이 4번 던져진다면 던지는 동전과 순서를 정하는 경우의 수는 ${}_3C_1\times{}_5C_1=15$이다. 나머지 세 동전 중 두 동전이 2번씩 던져진다면 마찬가지로 경우의 수는 ${}_3C_2\times\dfrac{5!}{2!2!}=90$

$\therefore$모두 뒷면이 보이는 경우의 수는 $60+60=120$이고 모두 앞면이 보이는 경우의 수는 $1+30+15+90=136$이므로 구하고자 하는 조건부확률은 $\dfrac{136}{136+120}=\dfrac{17}{32}$

29. 흰 공의 개수를 x라 하자. $p=\dfrac{{}_xC_2}{{}_{40}C_2}$이고, $q=\dfrac{x(40-x)}{{}_{40}C_2}$이므로

${}_xC_2=x(40-x)$이다. $\dfrac{x(x-1)}{2}=x(40-x)$이므로 $x=27$이다. 따라서 검은 공의 개수는 13이다.

$\therefore r=\dfrac{{}_{13}C_2}{{}_{40}C_2}=\dfrac{2\times13\times12}{2\times40\times39}=\dfrac{1}{10}$이므로 $60r=6$

30. $f(x)$는 감소하므로 조건 (가)가 없다면 $f(x)$의 개수는 ${}_5H_5={}_9C_4=126$

그러나 조건 (가)에 의해 $f(x)$의 함숫값에 일부 제약이 생긴다. 제약이 생기는 부분을 색칠하여 표로 나타내면 다음과 같다.

	$f(-2)$	$f(-1)$	$f(0)$	$f(1)$	$f(2)$
-2					
-1					
0					
1					
2					

$f(-2)=-1$인 경우의 수는 ${}_2H_4=5$이고,(−2와 −1중 4개 선택) $f(-1)=-2$인

경우의 수는 5이며 $f(-2)=-1$, $f(-1)=-2$인 경우의 수는 1이다. $f(1)$과 $f(2)$에서도 마찬가지로 방법을 적용하면 조건 (나)를 만족시키는 함수 중 조건 (가)를 만족시키지 않는 함수의 개수는 $2\times(5+5-1)=18$임을 알 수 있다.

$\therefore$ 두 조건을 모두 만족시키는 함수의 개수는 $126-18=108$