

수학 영역

홀수형

성명

수험번호 -

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

그대만큼 사랑스러운 사람은 이제 볼 수 없다.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8 쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.

credit

출제진

박재윤 (소우주수학)

- 서강대학교 인문학부 재학
- 팀 KK 팀원
- 팀 소우주 팀장(?)

김형주

- 고등학교 1학년

??

- 정체를 숨김 1

???

- 정체를 숨김 2

출제 및 해설 내역

11번, 20번, 22번 : 김형주, 박재윤

기하 28번 : ??, 박재윤

기하 29번 : ??

확통 28번 : ???, 박재윤

그 외 모든 문항 출제 : 박재윤

모든 문항 해설 : 박재윤

검토진

김영주 (인툼)

- 한국과학영재학교 졸업
- 한국교원대학교 재학

허준석

- 서울대학교 의과대학 재학

김민재

유성운

필적확인란 작성자

유성운

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(\frac{2^{\sqrt{3}}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 함수 $f(x) = x^4 - x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\sum_{k=1}^{10} (k^2 + k + a) = 500$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선

$$y = (2x - 1)f(x)$$

위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선이 x 축에 평행할 때, $f'(1)$ 의 값은?

[3점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

5. $\tan(\pi - \theta) = 3$, $\sin \theta < 0$ 인 θ 에 대하여 $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

6. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = f(2)x^2 - 2x, \quad f(0) = -1$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 19

7. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$S_n = \log_2 \frac{n+1}{n}$$

이다. $\sum_{k=1}^{14} (S_k + a_{k+1})$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

8. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 극솟값 2를 가질 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

9. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(3, f(3))$ 에서의 접선의 방정식은 $y = f'(5)(x - 6) + 6$ 이다.

$f(0) = 0$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

10. 모든 항이 서로 다른 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^4 |a_n + a_{n+1}| = \sum_{n=1}^4 |a_n| = a_5 - 3$$

일 때, a_2 의 값은? [4점]

- ① -6 ② -3 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 3

11. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} - \frac{1}{f(x)} & (x < 1) \\ \sqrt{f(x)} - x\sqrt{x} & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이고 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{\sqrt{x}} = k$ 일 때,

실수 k 의 값은? [4점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

12. 실수 $a(a > 1)$ 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\left(a^x - \frac{5}{3} - x\right) \times \left(\frac{5}{3} - a^{-x} - x\right) = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수가 2이다. a 의 값은? [4점]

- ① $2^{\frac{1}{4}}$ ② $2^{\frac{3}{4}}$ ③ $3^{\frac{1}{4}}$ ④ $3^{\frac{3}{4}}$ ⑤ $3^{\frac{5}{4}}$

13. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = tx$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 두 함수 $f(x), g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

t 에 대한 방정식 $f(g(t)) = 2$ 의 모든 실근이 0, 1이다.

$f(0) = 0$ 일 때, 모든 $f(-2)$ 의 값의 합은? [4점]

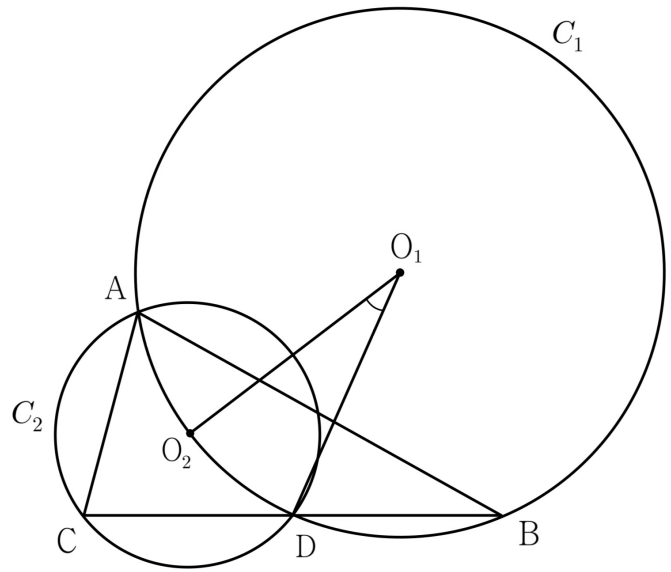
- ① -6 ② -9 ③ -12 ④ -15 ⑤ -18

14. 삼각형 ABC와 선분 BC의 중점 D에 대하여 삼각형 ABD의 외접원 C_1 의 중심을 O_1 이라 하고 삼각형 ACD의 외접원 C_2 의 중심을 O_2 라 하자. 점 O_2 는 원 C_1 위의 점이고,

$$\overline{AD} = 5, \sin(\angle DO_1O_2) = \frac{\sqrt{15}}{8}$$

이다. 점 O_1 과 직선 AB 사이의 거리는? [4점]

- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$



15. 실수 $a(a > 2)$ 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x - a + 2 & (0 \leq x < a) \\ x - a - 2 & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. 양수 p 에 대하여 부등식

$$\int_0^x |f(t)| dt \leq px$$

가 성립하도록 하는 서로 다른 모든 양수 x 의 값이 α_1, α_2 일 때, $p + \alpha_1 + \alpha_2$ 의 값은? [4점]

- ① $5 + 2\sqrt{2}$ ② $6 + 2\sqrt{2}$ ③ $7 + 2\sqrt{2}$
 ④ $8 + 2\sqrt{2}$ ⑤ $9 + 2\sqrt{2}$

단답형

16. 방정식

$$\log_2(x-1) = \frac{1}{2} + \log_4(x+3)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x$ 에서 x 의 값이 1에서 a 까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(3)$ 과 같을 때, a 의 값을 구하시오. (단, a 는 $a > 1$ 인 상수이다.) [3점]

18. 첫째항이 10인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 4 & (a_n > 0) \\ a_n + 3 & (a_n \leq 0) \end{cases}$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 서로 다른 모든 항의 합을 구하시오. [3점]

19. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x) + 2x$ 이다.

(나) $\int_0^1 f(x)dx = 1$

$\int_1^4 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{a_n + a_{n+1}\}$ 은 등차수열이고 집합

$$A = \{a_m \mid m \text{은 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

$$n(A) = 5 \text{이고, 집합 } A \text{의 모든 원소의 합은 } 20 \text{이다.}$$

$a_1 = 1, a_2 < a_3$ 일 때, a_9 의 값을 구하시오. [4점]

21. 두 양수 p, q 에 대하여 시각 $t=0$ 일 때 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가

$$v(t) = \begin{cases} -p(t-1)(t-5) & (0 \leq t < 6) \\ q(t-6) - 5p & (t \geq 6) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시키는 음수 x 의 값이 -7 뿐이다.

점 P는 출발한 후 점 $X(x)$ 를 두 번만 지난다.

$10 \times (p+q)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 함수 $f(x) = \sin \frac{\pi x}{n}$ 에 대하여

$$f(x_1 + 1) = f(x_2 - 1)$$

을 만족시키는 두 실수 x_1, x_2 가 열린구간 $(3, 5)$ 에 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

23. 다섯 개의 수 1, 2, 2, 3, 3을 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

24. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B^c) = \frac{1}{5}, P(A \cup B) = \frac{3}{5}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

2

수학 영역(확률과 통계)

25. 한 개의 주사위를 두 번 던져 나온 두 눈의 수의 곱이 6의 배수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

26. 양수 t 에 대하여 확률변수 X 가 정규분포 $N(1, t^2)$ 를 따를 때, 양수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(t) = P(t \leq X \leq 2t)$$

는 $t = a$ 에서 최댓값 M 을 갖는다.
 $a \times M$ 의 값을 오른쪽 정규분포표를 이용하여 구한 값은?
(단, $a > 0$) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.192
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477

- ① 0.256 ② 0.318 ③ 0.512 ④ 0.636 ⑤ 1.024

27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [3점]

집합 X 의 임의의 서로 다른 두 원소 a, b 에 대하여 $f(a) \times f(b)$ 가 홀수이면 $a \times b$ 는 홀수이다.

- ① 820 ② 824 ③ 828 ④ 832 ⑤ 836

28. 10명의 학생이 있는 반이 있다. 이 학생들의 수학 영역 등급은 각각 1, 3, 5, 7 중 하나이다. 이 반에서 크기가 5인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균을 \bar{X} 라 하자.

$$E(\bar{X}) = 4, V(\bar{X}) = 1$$

일 때, $P\left(\bar{X} = \frac{33}{5}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{625}$ ② $\frac{2}{625}$ ③ $\frac{3}{625}$ ④ $\frac{4}{625}$ ⑤ $\frac{1}{125}$

4

수학 영역(확률과 통계)

단답형

29. 앞면에는 1, 뒷면에는 0이 적혀 있는 5장의 카드 중 3장은 1이 보이도록, 2장은 0이 보이도록 놓여 있다. 이 카드들을 사용하여 다음 시행을 한다.

5장의 카드에 보이는 모든 수의 합을 k 라 할 때,
 k 가 0 또는 양의 홀수이면
5장의 카드 중 임의로 k 장을 선택하여 한 번 뒤집고,
 k 가 양의 짝수이면
5장의 카드 중 임의로 1장을 선택하여 한 번 뒤집는다.

위의 시행을 4번 반복한 후 5장의 카드에 보이는 수의 합이 0일 확률은 p 이다. $250 \times p$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 흰 공 6개와 검은 공 5개 중 7개를 선택하여 상자 A와 상자 B에 남김없이 나누어 담을 때, 다음 조건을 만족시킬 경우의 수는? (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.)

[4점]

상자 A에 들어가는 흰 공의 개수는
상자 B에 들어가는 검은 공의 개수보다 많다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

23. $\int_0^{\pi^2} \sin \sqrt{x} dx$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π ④ 2π ⑤ 4π

24. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \frac{f(x)}{2 + \sin x}$$

가 $g'(\pi) = g(\pi) = 1$ 를 만족시킬 때, $f'(\pi)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

2

수학 영역(미적분)

25. 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n \times a_n}{2^{n+1} + 4} = a_1 - 1$$

를 만족시킬 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

26. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ 가 있다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 를 매개변수 t 로 나타내면

$$x = f(t), \quad y = f^{-1}(t)$$

일 때, $g(4) \times g'(4)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

27. 자연수 n 에 대하여 0과 $\frac{3}{2}\pi$ 사이에 n 개의 수를 넣어 만든 수열

$$0, a_1, a_2, \dots, a_n, \frac{3}{2}\pi$$

이 등차수열일 때, 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항이

$$b_n = \sum_{k=1}^n a_k |\sin a_{k+1} - \sin a_k|$$

이다. $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}\pi - 1$ ② $\frac{3}{2}\pi + 1$ ③ $\frac{5}{2}\pi - 1$
 ④ $\frac{5}{2}\pi + 1$ ⑤ $\frac{7}{2}\pi - 1$

28. 양수 t 와 곡선 $y = \frac{t}{e^x}$ 위를 움직이는 점 P에 대하여

원점과 점 P 사이의 거리가 최소일 때, 점 P의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자. 미분가능한 함수 $f(t)$ 에 대하여 두 양수 a, b 가

$f(a) = 1, f(b) = 2$ 를 만족시킬 때, $\int_a^b t^2 f'(t) dt$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{e^4 - e^2}{4}$ ② $\frac{3e^4 - e^2}{4}$ ③ $\frac{e^4 - e^2}{2}$
 ④ $\frac{3e^4 - e^2}{2}$ ⑤ $e^4 - e^2$

단답형

29. 등비수열 $\{a_n\}$ 과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(a_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \{a_1 + f'(a_n)\} = 6$$

를 만족시킬 때, $a_2 \times f(3)$ 의 값을 구하십시오. [4점]

30. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = e^{f(x)} - f'(x)$$

가 있다. 두 함수 $g(x)$, $h(t)$ 가 모든 실수 t 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

점 (t, t) 에서 곡선 $y = g(x)$ 에 그은 접선의 개수는 2이고, 두 접선의 기울기의 차는 $h(t)$ 이다.

$h(2) - \lim_{t \rightarrow 2} h(t) = 2$ 일 때, $80 \times \{f(0)\}^2$ 의 값을 구하십시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하십시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

23. 좌표평면에서 두 직선

$$\frac{x-1}{2} = y+2, \quad \frac{x}{3} = \frac{y+2}{4}$$

이 이루는 예각을 θ 라 할 때, $\cos^2\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점 사이의 거리는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2

수학 영역(기하)

25. 좌표공간의 점 $A(3, 4, 5)$ 를 z 축에 대하여 대칭이동한 점을 B 라 하고, 점 B 를 yz 평면에 대하여 대칭이동한 점을 C 라 할 때, 선분 AC 의 길이는? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

26. 벡터 $\vec{a} = (2, 4)$ 에 대하여 좌표평면에서

$$5 \leq \vec{a} \cdot \vec{OP} \leq |\vec{OP}|^2$$

를 만족시키는 모든 점 P 가 나타내는 영역의 넓이는?
(단, O 는 원점이다.) [3점]

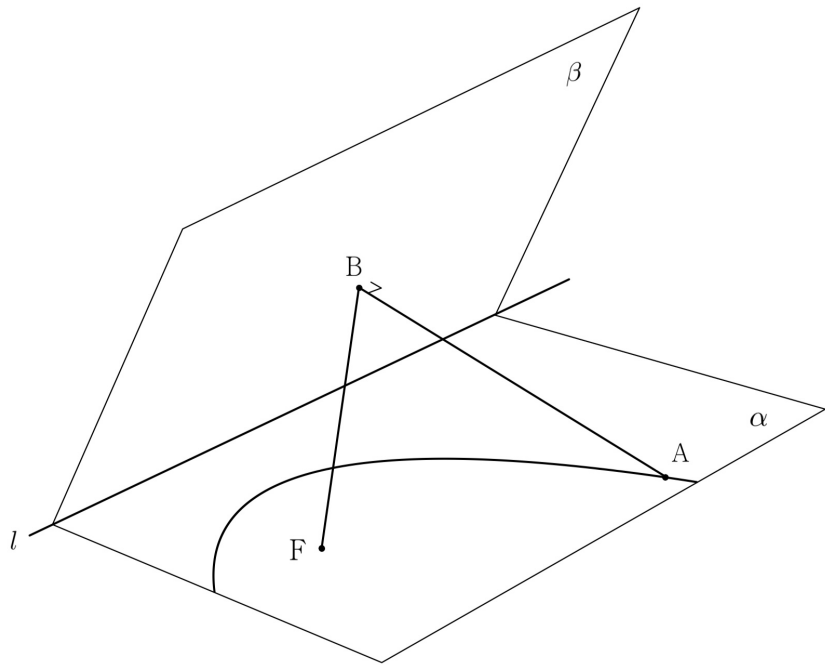
- ① $\frac{10}{3}\pi + \frac{5}{4}\sqrt{3}$ ② $\frac{10}{3}\pi + \frac{5}{2}\sqrt{3}$ ③ $\frac{20}{3}\pi + \frac{5}{4}\sqrt{3}$
④ $\frac{20}{3}\pi + \frac{5}{2}\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{40}{3}\pi + \frac{5}{4}\sqrt{3}$

27. 평면 α 위의 점 F와 두 평면 α, β 의 교선 l 사이의 거리가 2이다. 평면 α 위에 점 F를 초점으로 하고 직선 l 을 준선으로 하는 포물선이 있다. 이 포물선 위의 점 A에서 평면 β 에 내린 수선의 발을 B라 할 때,

$$\overline{AB} = 2\sqrt{3}, \overline{BF} = 2\sqrt{5}$$

이다. 삼각형 ABF의 평면 α 로의 정사영의 넓이는? [3점]

- ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$



28. x 축 위의 점 A와 y 축 위의 점 B에 대하여 좌표평면 위의 점 P와 두 실수 s, t 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad |\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP}| = 2$$

$$(나) \quad s\overrightarrow{OP} = t\overrightarrow{OA} + (1-t)\overrightarrow{OB}$$

모든 실수 s, t 의 순서쌍 (s, t) 에 대하여 실수 t 의 최댓값이

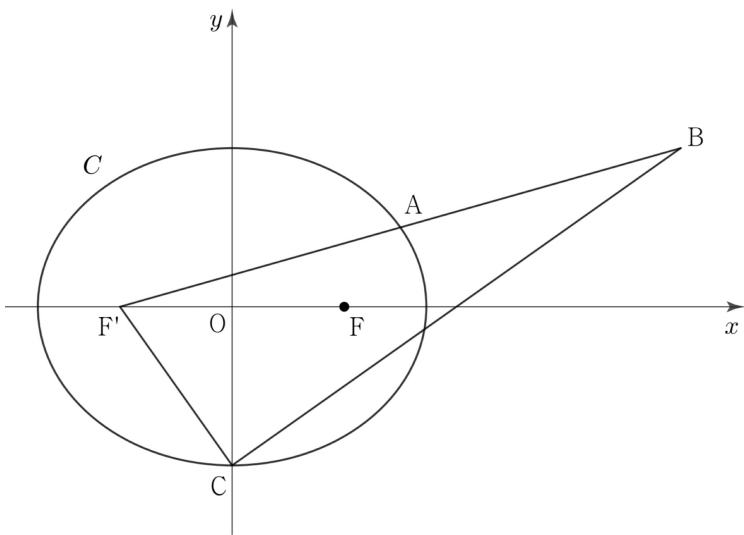
$\frac{3}{4}$ 이고 최솟값이 0일 때, s 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

(단, 0는 원점이다.) [4점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

단답형

29. 양수 c 에 대하여 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 인 타원 C 위의 제1사분면에 있는 점 A 가 있다. 선분 AF' 를 1:2로 외분하는 점을 B 라 하고, 타원 C 의 꼭짓점 중 y 좌표가 음수인 점을 C 라 하자. 삼각형 $BF'C$ 의 무게중심이 점 F 이고, $\overline{BC} = 6\sqrt{2}$ 일 때, 타원 C 의 단축의 길이는 k 이다. k^2 의 값을 구하시오. [4점]



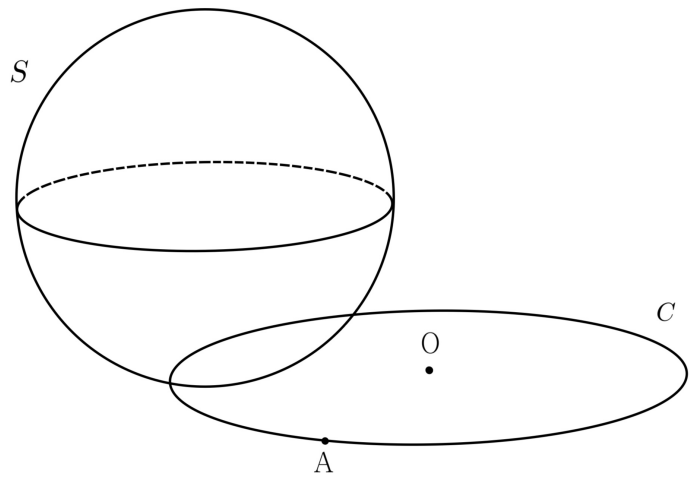
30. 좌표공간에서 반지름의 길이가 3인 구 S 와 점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 4인 원 C 가 한 점에서만 만난다. 원 C 위의 점 A 에 대하여 구 S 위의 점 P 를 점 A 와 점 P 사이의 거리가 최대가 되도록 잡을 때,

$$\overline{AP} = 8, \angle OAP = \frac{\pi}{2}$$

이다. 원 C 를 포함하는 평면과 평면 OAP 가 이루는 각을 θ 라

할 때, $\cos^2 \theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.