cryingcheetah

수능완성 선별자료 2025ver.

#수학1 #수학2 #미적분

CONTENTS

MEMO

cryingcheetah

1. 지수함수와 로그함수

@cryingcheetah

1 유형 1 - 3번 / 6p

모든 자연수 n에 대하여

$$\sqrt[2n+1]{a^2+3}+\sqrt[2n+1]{7(1-a)}=0$$

이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2 유형 1 – 4번 / 6p

자연수 $n\ (n \geq 2)$와 양수 a에 대하여 $(n-a)(n-a-4)$의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$이라 하자.
$f(2)+f(3)+f(4)=4$일 때, a의 값은?

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

3 유형 2 – 7번 / 7p

자연수 k에 대하여 $\sqrt[n]{(2^k)^5}$의 값이 자연수가 되도록 하는 2 이상의 자연수 n의 개수를 $f(k)$라 할 때, $f(k)=3$을 만족시키는 25 이하의 모든 k의 값 합을 구하시오.

4 유형 3 – 9번 / 8p

자연수 n에 대하여

$$A_n=\{(a,\ b)\,|\,\log_2 a+\log_2 b=n,\ a,\ b\text{는 자연수}\}$$

라 하자. 집합 A_n의 모든 원소 $(a,\ b)$에 대하여 $a+b>2\sqrt{2^n}$이 성립하도록 하는 10 이하의 모든 자연수 n의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

5 유형 3 - 10번 / 8p

자연수 a에 대하여 $\log_{|x-a|}\{-|x-a^2+1|+2\}$가 정의되도록 하는 모든 정수 x의 개수를 $f(a)$라 할 때, $f(a)=3$을 만족시키는 a의 최솟값을 구하시오.

6 유형 4 - 14번 / 9p

실수 a에 대하여 두 집합 A, B를

$A=\{x\,|\,x^2+ax-9,\ x$는 양의 실수$\}$,

$B=\{y\,|\,\log_5 y\times\log_y 7=\log_5 7,\ y$는 실수$\}$

라 하자. 집합 A가 집합 B의 부분집합이 아닐 때, a의 값을 구하시오.

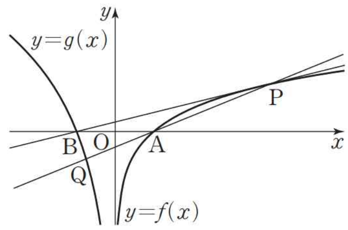
7 유형 5 - 18번 / 10p

그림과 같이 $k>1$인 상수 k에 대하여 두 함수 $f(x)=\log_4 x$, $g(x)=\log_k(-x)$가 있다.

두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$가 x축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 P에 대하여 직선 AP의 기울기를 m_1, 직선 BP의 기울기를 m_2, 직선 AP가 곡선 $y=g(x)$와 만나는 점을 $\mathrm{Q}(a, b)$라 하자.

$\dfrac{m_2}{m_1}=\dfrac{3}{5}$, $k^b=-\dfrac{9}{7}b$일 때, a의 값은?

(단, 점 P는 제1사분면 위의 점이고, a, b는 상수이다.)



① $-\dfrac{7}{8}$ ② $-\dfrac{13}{16}$ ③ $-\dfrac{3}{4}$ ④ $-\dfrac{11}{16}$ ⑤ $-\dfrac{5}{8}$

8 유형 6 - 21번 / 11p

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $3^{\{f(x)\}^2-5}=3^{f(x)+1}$의 서로 다른 실근의 개수는 3이고, 방정식 $\log_3[\{f(x)\}^2-5]=\log_3\{f(x)+1\}$의 서로 다른 모든 실근의 합은 6일 때, $f(5)$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

9 유형 7 - 23번 / 12p

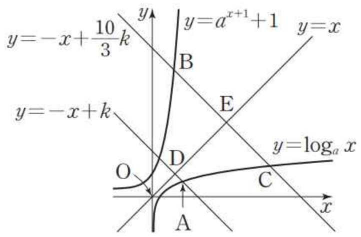
함수 $f(x)=\begin{cases} \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-3} & (x \le 2) \\ -\log_2 x+3 & (x>2) \end{cases}$에 대하여

$\sum_{n=1}^{6} f\left(f\left(\dfrac{n}{2}\right)\right)$의 값은?

① 10　② $\dfrac{21}{2}$　③ 11　④ $\dfrac{23}{2}$　⑤ 12

10 유형 7 - 24번 / 12p

그림과 같이 $a>1$인 상수 a와 $k>a+1$인 상수 k에 대하여 직선 $y=-x+k$가 곡선 $y=\log_a x$와 만나는 점을 A라 하고, 직선 $y=-x+\dfrac{10}{3}k$가 두 곡선 $y=a^{x+1}+1$, $y=\log_a x$와 만나는 점을 각각 B, C라 하자.
직선 $y=x$가 두 직선 $y=-x+k$, $y=-x+\dfrac{10}{3}k$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, $\overline{\mathrm{AD}}=\dfrac{\sqrt{2}}{6}k$, $\overline{\mathrm{CE}}=\sqrt{2}k$이다. $a\times\overline{\mathrm{BE}}$의 값은? (단, 곡선 $y=\log_a x$와 직선 $y=x$는 만나지 않는다.)



① $11\sqrt{2}$　② $12\sqrt{2}$　③ $13\sqrt{2}$　④ $14\sqrt{2}$　⑤ $15\sqrt{2}$

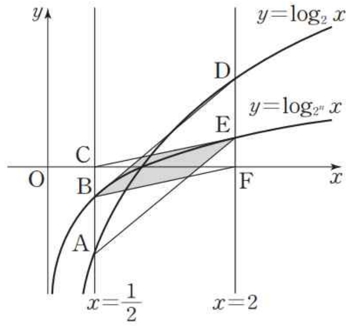
11 유형 8 - 27번 / 13p

두 실수 a, b $(a<b)$와 두 함수 $f(x)=x^2-4x+k$, $g(x)=\log_2 x$가 있다. $a \le x \le b$에서 함수 $(g \circ f)(x)$의 최댓값과 최솟값의 합이 0이 되는 a, b가 존재하도록 하는 정수 k의 최댓값은? (단, $a \le x \le b$에서 $f(x)>0$이다.)

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

12 실전모의고사 1회 - 13번 / 110p

그림과 같이 자연수 n $(n \ge 2)$에 대하여 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_{2^n} x$ 및 x축이 직선 $x=\frac{1}{2}$과 만나는 점을 각각 A, B, C라 하고 직선 $x=2$와 만나는 점을 각각 D, E, F라 하자. 두 사각형 AEDB, DFEC의 겹치는 부분의 넓이가 $\frac{1}{3}$이 되도록 하는 n의 값은?



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

13 실전모의고사 1회 – 21번 / 113p

양의 실수 $a\left(a \neq \frac{2}{3},\ a \neq 1\right)$과 상수 b에 대하여 세 집합 A, B, C를

$A=\left\{x \mid a^{x^2+bx} \geq a^{x+2},\ x\text{는 실수}\right\}$,

$B=\left\{x \,\middle|\, \left(a+\frac{1}{3}\right)^{x^2+bx} \geq \left(a+\frac{1}{3}\right)^{x+2},\ x\text{는 실수}\right\}$,

$C=\{x \mid x \in A \text{이고 } x \in B,\ x\text{는 실수}\}$

라 하자. 집합 C는 유한 집합이고 $1 \in C$가 되도록 하는 모든 a와 b에 대하여 $p<a$를 만족시키는 실수 p의 최댓값을 M, 집합 C의 모든 원소의 곱을 c라 할 때, $|3 \times M \times b \times c|$의 값을 구하시오.

14 실전모의고사 2회 – 11번 / 121p

$|a| \neq 3,\ a \neq 0$인 정수 a에 대하여 곡선 $y=\left(\frac{a^2}{9}\right)^{|x|}-3$과 직선 $y=ax$가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 부등식

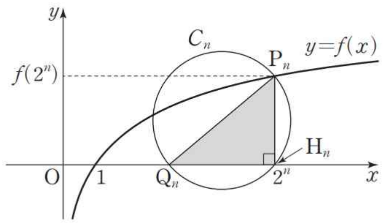
$(a^4)^{a^2-2a+9} \geq (a^6)^{a^2-a-4}$

을 만족시키는 모든 정수 a의 값의 합은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

15 실전모의고사 3회 – 13번 / 134p

함수 $f(x)=\log_2 x$가 있다. 그림과 같이 자연수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}_n(2^n,\ f(2^n))$에서 x축에 내린 수선의 발을 H_n이라 하고, 선분 OH_n의 중점을 Q_n이라 하자. 삼각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{H}_n$의 외접원 C_n의 넓이를 S_n이라 할 때, $\frac{S_{10}-50S_1}{S_4-2S_2}$의 값은 k이다. $f(k)$의 값은? (단, O는 원점이다.)



① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

16 실전모의고사 4회 - 21번 / 149p

10보다 작은 두 자연수 k, m에 대하여 두 함수

$$f(x)=\left|2^x-k\right|+m,$$

$$g(x)=\left(\log_2\frac{x}{4}\right)^2+2\log_4 x-2$$

가 있다. x에 대한 방정식 $(g\circ f)(x)=0$이 n개의 실근을 갖도록 하는 k, m의 모든 순서쌍 $(k,\ m)$의 개수를 a_n이라 하자. a_1+a_3의 값을 구하시오.

17 실전모의고사 5회 - 21번 / 161p

두 양수 a, b에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$는

$$f(x)=2^{x-a},\ g(x)=\log_2(x+b)+a-b$$

이다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x$는 서로 다른 두 점에서 만나고, 이 두 점 중 x좌표가 작은 점을 $\mathrm{A}(k,\ k)$라 하면 곡선 $y=g(x)$가 점 A를 지난다. 직선 $y=-x-4k$가 곡선 $y=g(x)$와 제3사분면에서 만나는 점을 B, 직선 $y=-x-4k$가 y축과 만나는 점을 C라 하면, 삼각형 ABC의 넓이는 $6k^2$이다.
2^{2a+b+k}의 값을 구하시오.

MEMO

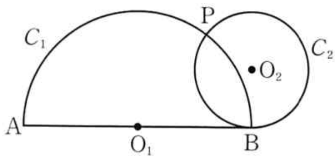
cryingcheetah

2. 삼각함수

@cryingcheetah

1 유형 1 - 1번 / 16p

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원을 C_1이라 하고, 직선 AB와 점 B에서 접하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}$인 원을 C_2라 할 때, 반원 C_1의 호 AB와 원 C_2가 만나는 점 중 B가 아닌 점을 P라 하자. 선분 AB의 중점을 $\mathrm{O_1}$, 원 C_2의 중심을 $\mathrm{O_2}$라 하자. 부채꼴 $\mathrm{O_1BP}$의 호의 길이를 l_1, 부채꼴 $\mathrm{O_2BP}$의 호의 길이를 l_2라 할 때, l_1+2l_2의 값은? (단, 부채꼴 $\mathrm{O_1BP}$와 부채꼴 $\mathrm{O_2BP}$의 중심각의 크기는 모두 π보다 작다.)



① $\frac{5}{8}\pi$ ② $\frac{3}{4}\pi$ ③ $\frac{7}{8}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{9}{8}\pi$

2 유형 2 - 5번 / 17p

좌표평면에서 제2사분면에 있는 점 P를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 하고, 점 P를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 R이라 하자. 세 동경 OP, OQ, OR이 나타내는 각의 크기를 각각 α, β, γ라 하자.

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{2}{5},\ \cos(\angle\mathrm{PQR})<0$$

일 때, $\tan\gamma$의 값은? (단, O는 원점이고, $\angle\mathrm{PQR}<\pi$이다.)

① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

3 유형 4 - 14번 / 20p

$0<t<2\pi$인 실수 t에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases}\cos x-\cos t & (0\le x\le t)\\ \cos t-\cos x & (t<x\le 2\pi)\end{cases}$$

의 최댓값을 $M(t)$, 최솟값을 $m(t)$라 하자. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $M\left(\frac{\pi}{2}\right)-m\left(\frac{\pi}{2}\right)=2$

ㄴ. $M(t)-m(t)=2$를 만족시키는 실수 t의 값의 범위는 $\frac{\pi}{2}\le t\le\frac{3}{2}\pi$이다.

ㄷ. $M(t)+m(t)=0$을 만족시키는 실수 t의 최댓값과 최솟값의 합은 2π이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

4 유형 5 - 15번 / 20p

두 부등식

$$0 < \log_{|\sin\theta|} \tan\theta < 1,\ \left(\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^{\cos\theta+1} < \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^{\cos\theta}$$

을 모두 만족시키는 θ의 값의 범위는? (단, $0 \le \theta \le 2\pi$)

① $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{2}{3}\pi$ ③ $\pi < \theta < \frac{5}{4}\pi$
④ $\frac{4}{3}\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi < \theta < \frac{7}{4}\pi$

5 유형 5 - 17번 / 21p

$0 \le t \le 2$인 실수 t에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$(x - \sin\pi t)(x + \cos\pi t) = 0$$

의 두 실근 중에서 작지 않은 것을 $\alpha(t)$, 크지 않은 것을 $\beta(t)$라 하자. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

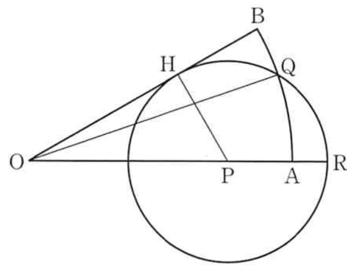
보기

ㄱ. $\alpha\left(\frac{1}{2}\right) > \frac{1}{2}$
ㄴ. $\alpha(t) = \beta(t)$인 서로 다른 실수 t의 개수는 2이다.
ㄷ. $\alpha(s) = \beta\left(s + \frac{1}{2}\right)$을 만족시키는 실수 $s\left(0 \le s \le \frac{3}{2}\right)$의 최댓값은 $\frac{5}{4}$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6 유형 6 - 20번 / 22p

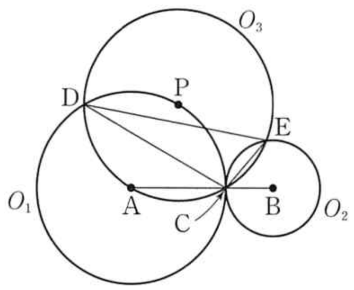
그림과 같이 반지름의 길이가 4이고, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OA 위의 점 P를 중심으로 하고 직선 OB와 점 H에서 접하는 원이 부채꼴 OAB의 호 AB와 만나는 점을 Q라 하고, 이 원이 직선 OA와 만나는 점 중 A에 가까운 점을 R이라 하자. 점 Q가 부채꼴 PRH의 호 RH를 이등분할 때, 부채꼴 PRH의 넓이는? $\left(\text{단, } \frac{8}{3} < \overline{\mathrm{OP}} < 4\right)$



① $\frac{2}{3}\pi$ ② $\frac{5}{7}\pi$ ③ $\frac{16}{21}\pi$ ④ $\frac{17}{21}\pi$ ⑤ $\frac{6}{7}\pi$

7 유형 6 - 21번 / 22p

그림과 같이 길이가 3인 선분 AB에 대하여 중심이 A이고 반지름의 길이가 2인 원 O_1과 중심이 B이고 반지름의 길이가 1인 원 O_2가 만나는 점을 C라 하자. 원 O_1 위의 점 P를 중심으로 하고 두 점 A, C를 지나는 원 O_3이 원 O_1과 만나는 점 중 C가 아닌 점을 D라 하고, 원 O_3이 원 O_2와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 E라 할 때, 삼각형 EDC에서 $\sin(\angle \mathrm{EDC})$의 값은?

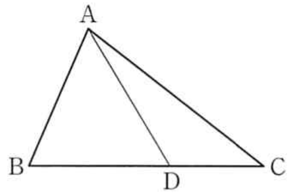


① $\frac{\sqrt{17}}{14}$ ② $\frac{\sqrt{19}}{14}$ ③ $\frac{\sqrt{21}}{14}$ ④ $\frac{\sqrt{23}}{14}$ ⑤ $\frac{5}{14}$

8 유형 6 - 22번 / 22p

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}} = 2:3$인 삼각형 ABC에서 선분 BC를 $3:2$로 내분하는 점을 D라 하자.

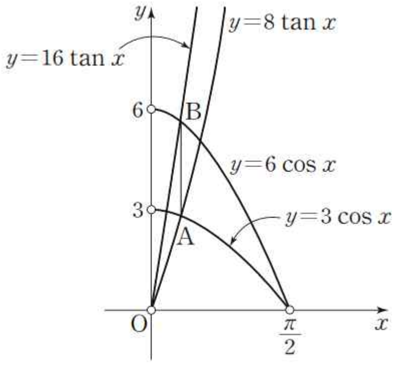
$\frac{\cos(\angle \mathrm{ABD})}{\cos(\angle \mathrm{ACD})} = \frac{1}{2}$일 때, $\frac{\overline{\mathrm{AD}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$의 값은?



① $\frac{\sqrt{95}}{10}$ ② 1 ③ $\frac{\sqrt{105}}{10}$ ④ $\frac{\sqrt{110}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{115}}{10}$

9 실전모의고사 1회 – 9번 / 108p

그림과 같이 $0<x<\frac{\pi}{2}$에서 두 곡선 $y=3\cos x$, $y=8\tan x$가 만나는 점을 A, 두 곡선 $y=6\cos x$, $y=16\tan x$가 만나는 점을 B라 할 때, 선분 AB의 길이는?



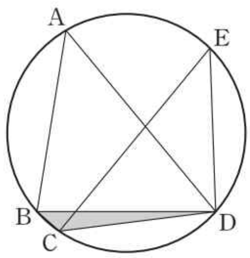
① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

10 실전모의고사 1회 – 11번 / 109p

그림과 같이 반지름의 길이가 4인 원 위에 5개의 점 A, B, C, D, E가 있다.

$$\sin(\angle \mathrm{BAD})=\frac{3}{4},\ \sin(\angle \mathrm{CED})=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

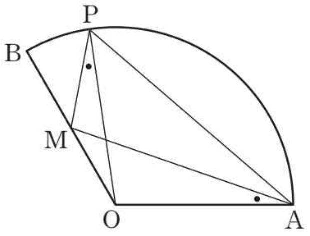
일 때, 삼각형 BCD의 넓이는? (단, 점 C는 호 BD 중 길이가 짧은 호 위에 있고, $0<\angle \mathrm{BAD}<\frac{\pi}{2}$, $0<\angle \mathrm{CED}<\frac{\pi}{2}$이다.)



① $\frac{3\sqrt{7}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ③ $\frac{5\sqrt{7}}{8}$ ④ $\frac{3\sqrt{7}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{7}}{8}$

11 실전모의고사 2회 - 15번 / 123p

그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 2, 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OB의 중점 M과 호 AB 위의 점 중에서 A가 아닌 점 P에 대하여 $\angle\mathrm{OAM}=\angle\mathrm{OPM}$일 때, 삼각형 PMA의 둘레의 길이는?



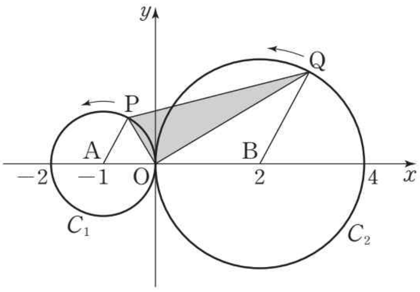
① $\frac{17\sqrt{7}}{7}$ ② $\frac{18\sqrt{7}}{7}$ ③ $\frac{19\sqrt{7}}{7}$

④ $\frac{20\sqrt{7}}{7}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

12 실전모의고사 3회 - 21번 / 137p

그림과 같이 중심이 각각 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$, $\mathrm{B}(2,\ 0)$이고 원점 O를 지나는 두 원을 각각 C_1, C_2라 하자. 원점을 출발하여 시계 반대 방향으로 원 C_1 위를 움직이는 점 P와 점 $(4,\ 0)$을 출발하여 시계 반대 방향으로 원 C_2 위를 움직이는 점 Q에 대하여 두 선분 AP, BQ가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 모두 θ라 하자. 삼각형 POQ의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $S(\theta)=1$이 되도록 하는 θ의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3,\ \cdots,\ \alpha_n$ (n은 자연수)라 하자.

$\frac{12}{\pi}\times(\alpha_2-\alpha_1+\alpha_4-\alpha_3)$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<2\pi$이고 $\theta\neq\pi$이다.)



13 실전모의고사 5회 - 9번 / 156p

두 실수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\sin \pi x+b$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(\dfrac{b^4}{a^2}\right)$의 값은? (단, $a\neq 0$)

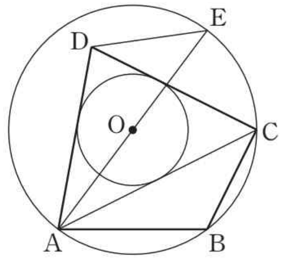
(가) 닫힌구간 $[1,\ 2]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값과 닫힌구간 $[4,\ 5]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값이 모두 2이다.

(나) 닫힌구간 $\left[\dfrac{1}{3},\ \dfrac{1}{2}\right]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값이 -1이다.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14 실전모의고사 5회 - 13번 / 158p

그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=\sqrt{5}$, $\cos(\angle ABC)=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$인 사각형 ABCD에 대하여 삼각형 ABC의 외접원의 중심을 O라 하고, 직선 AO와 이 외접원이 만나는 점 중 점 A가 아닌 점을 E라 하자. 삼각형 ACD의 내접원의 중심이 점 O와 일치할 때, 선분 DE의 길이는?



① $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ ② $\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$ ③ $\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$ ④ $\dfrac{5\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

MEMO

cryingcheetah

3. 수열

@cryingcheetah

1 유형 1 – 3번 / 25p

공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$(a_5)^2-(a_3)^2=4,\ (a_9)^2-(a_7)^2=20$$

일 때, a_4의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

2 유형 3 – 9번 / 27p

공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$과 공비가 r인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) d와 r은 모두 0이 아닌 정수이고, $r^2<100$이다.
(나) $a_9=b_9=12$
(다) $a_5+a_6=b_{11}$

a_8+b_8의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 56 ② 57 ③ 58 ④ 59 ⑤ 60

3 유형 4 – 10번 / 28p

다항식 $x^{10}+x^9+\cdots+x^2+x+1$을 $2x-1$로 나눈 몫을 $Q(x)$라 할 때, $Q(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는?

① $9+2^{-10}$ ② $9+2^{-9}$ ③ $10+2^{-9}$
④ $11+2^{-10}$ ⑤ $11+2^{-9}$

4 유형 4 – 12번 / 28p

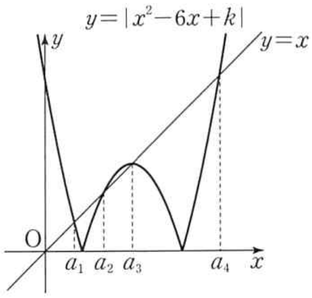
첫째항이 양수이고 공비가 1이 아닌 실수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$|2S_3|=|S_6|$$

일 때, $a_4+a_7=ka_1$이다. 상수 k의 값을 구하시오.

5 유형 5 - 15번 / 29p

그림과 같이 $0 < k < \frac{25}{4}$인 실수 k에 대하여 함수 $y = |x^2 - 6x + k|$의 그래프가 직선 $y = x$와 만나는 서로 다른 네 점의 x좌표를 작은 수부터 크기 순서대로 $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4$라 하자. 네 수 $0,\ a_1,\ a_2,\ a_3$이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a_4 + k$의 값을 구하시오.



6 유형 6 - 17번 / 30p

$a_2 = 21$인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $b_n = S_n + 4$라 할 때, 수열 $\{b_n\}$은 공비가 4인 등비수열이다. $a_1 + a_3$의 값은?

① 87 ② 90 ③ 93 ④ 96 ⑤ 99

7 유형 7 - 21번 / 31p

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 m에 대하여 $\sum_{k=1}^{m} a_k = m^2$을 만족시킨다. $\sum_{k=p}^{q} a_k = 27$일 때, $p \times q$의 값을 구하시오.

(단, $p,\ q$는 $2 \le p < q$인 자연수이다.)

8 유형 8 - 23번 / 32p

수열 $\{a_n\}$의 일반항이 $a_n = \sum_{k=1}^{2n} |k - n|$일 때, $\sum_{k=1}^{5} a_n$의 값은?

① 49 ② 51 ③ 53 ④ 55 ⑤ 57

9 유형 9 - 25번 / 33p

자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식 $n^2x^2-nx+\frac{1}{4}=0$의 실근을 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{6} a_n a_{n+1}$의 값은?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{5}{14}$ ⑤ $\frac{3}{7}$

10 유형 9 - 26번 / 33p

11 이하의 자연수 n에 대하여 x에 대한 다항식 $\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{1}{k+1}x^k-\frac{1}{k}x^{k+1}\right)$에서 x^n의 계수를 a_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{11} a_n$의 값은?

① $-\frac{47}{55}$ ② $-\frac{48}{55}$ ③ $-\frac{49}{55}$ ④ $-\frac{10}{11}$ ⑤ $-\frac{51}{55}$

11 유형 9 - 27번 / 33p

첫째항이 1이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{12}\frac{d}{\sqrt{a_n}+\sqrt{a_{n+1}}}$의 값이 10 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 d의 값의 합을 구하시오.

12 유형 11 - 32번 / 35p

다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{30} a_n$의 최솟값이 90일 때, 양수 k의 값은?

(가) $a_1>0$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n a_{n+1}=k$이다.

① 8 ② $\frac{17}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ 10

13 유형 11 - 33번 / 35p

자연수 k에 대하여 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 4k-2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} |a_n - 4| & \left(n \le \dfrac{a_1}{4}+1\right) \\ a_n + 4 & \left(n > \dfrac{a_1}{4}+1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_1 = a_{20}$일 때, k의 값은?

① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

14 실전모의고사 2회 - 20번 / 124p

모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_5의 값의 합을 구하시오.

(가) $a_1 = 100$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_n - a_{n+1} & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ 2a_{n+1} - a_n & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) 6 이하의 모든 자연수 m에 대하여 $a_m a_{m+1} > 0$

15 실전모의고사 4회 - 15번 / 147p

첫째항이 2인 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{a_{n+2}}{a_{n+1}}$

(나) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{a_{k+1}b_k}{4^k}=2^n+n(n+1)$

a_5+b_{10}의 값은?

① 772 ② 774 ③ 776 ④ 778 ⑤ 780

16 실전모의고사 5회 - 15번 / 159p

모든 항이 2 이상인 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=2$

(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases}\dfrac{a_{n+1}}{2} & (a_{n+1}\geq a_n)\\ 4a_{n+1}-4 & (a_{n+1}<a_n)\end{cases}$$

이다.

자연수 k와 5 이하의 자연수 m이

$a_k=k$, $a_{k+m}=k+m$

을 만족시킬 때, $2k+m$의 값은?

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

cryingcheetah

4. 함수의 극한과 연속

@cryingcheetah

1 유형 3 - 9번 / 41p

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$-2x^2+5 \le f(x)+g(x) \le -4x+7$$

을 만족시키고, $\lim_{x\to1}\frac{2f(x)+g(x)}{f(x)+2g(x)}=8$일 때, $\lim_{x\to1}\{f(x)-g(x)\}$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2 유형 3 - 10번 / 41p

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to0}\frac{f(x)+g(x)-2}{x}=5$

(나) 모든 실수 x에 대하여
$\{f(x)+x\}\{g(x)-2\}=x^2\{f(x)+9\}$이다.

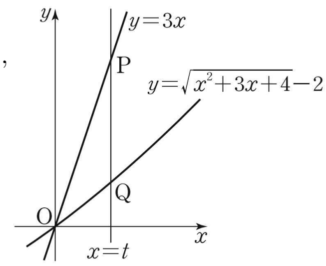
$\lim_{x\to0}\frac{f(x)g(x)\{g(x)-2\}}{x^2}$의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

3 유형 5 - 15번 / 43p

그림과 같이 양의 실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 두 함수 $y=3x$, $y=\sqrt{x^2+3x+4}-2$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 OPQ의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t\to0+}\frac{S(t)}{t^2}$의 값은?

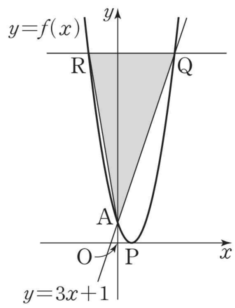
(단, O는 원점이다.)



① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ 1 ④ $\frac{9}{8}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

4 유형 5 - 16번 / 43p

그림과 같이 양의 실수 t에 대하여 점 P$(t, 0)$을 꼭짓점으로 하고 점 A$(0, 1)$을 지나는 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 직선 $y=3x+1$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 Q라 하고, 점 Q를 지나고 x축과 평행한 직선이 이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 R이라 하자. 삼각형 AQR의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t\to0+}\frac{S(t)}{t^2}$의 값을 구하시오.



5 유형 5 - 17번 / 43p

함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{-2x-1}{x} & (x<0) \\ x^2-8x+a & (x\geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $y=|f(x)|$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(t)$라 하자.

$$\lim_{t\to k-}g(t)-\lim_{t\to k+}g(t)>2$$

를 만족시키는 상수 k가 존재하도록 하는 모든 양수 a의 값의 합을 구하시오.

6 유형 6 - 19번 / 44p

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 두 함수 $g(x)$, $h(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<1) \\ 4 & (x\geq 1) \end{cases},\ h(x)=\begin{cases} f(x-2) & (x<1) \\ 4 & (x\geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 불연속이고, 함수 $|g(x)|$와 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(-2)$의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

7 유형 6 - 20번 / 44p

좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(3,\ 4)$를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 $r\ (r>0)$인 원 C와 실수 m에 대하여 원 C와 직선 $y=mx$가 만나는 점의 개수를 $f(m)$이라 하자. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

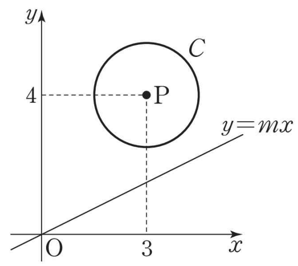
보기

ㄱ. $f(1)=1$이면 $r=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이다.

ㄴ. $r>5$이면 모든 실수 m에 대하여 $f(m)=2$이다.

ㄷ. 함수 $f(m)$이 $m=k$에서 불연속인 실수 k의 개수가 1이 되도록 하는 모든 r의 값의 합은 8이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



8 유형 7 - 22번 / 45p

두 함수 $f(x)=x^3+x^2$, $g(x)=x-2$와 10 이하의 자연수 n에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=ng(x)$가 n의 값에 관계없이 오직 하나의 실근을 갖는다. 이 실근이 열린구간 $(-3,\ -2)$에 속하도록 하는 10 이하의 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

9 유형 7 - 23번 / 45p

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 세 실수 a, b, c가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)=\dfrac{x}{f(x^2+4)}$는 $x=a$에서만 불연속이다.

(나) 함수 $h(x)=\dfrac{f(x-4)}{f(x^2)}$는 $x=b$, $x=c$ $(b<c)$에서만 불연속이다.

$\lim\limits_{x\to b}h(x)$의 값이 존재할 때, $f(c)\times\lim\limits_{x\to b}h(x)$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

10 실전모의고사 4회 - 14번 / 146p

실수 k에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+k & (x<0) \\ -x^2+4x+k & (x\geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t에 대하여 함수 $y=|f(x)|$의 그래프와 직선 $y=t$의 교점의 개수를 $g(t)$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $f(x)$가 $x\geq a$에서 감소할 때, 양수 a의 최솟값은 2이다.

ㄴ. $k=-2$일 때, $g(1)=6$이다.

ㄷ. $-4<k<0$인 모든 실수 k와 실수 b에 대하여 $\lim\limits_{t\to b-}g(t)>\lim\limits_{t\to b+}g(t)$를 만족시키는 서로 다른 모든 $g(b)$의 값의 합은 8이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

cryingcheetah

5. 다항함수의 미분법

@cryingcheetah

1 유형 1 - 2번 / 48p

$f(2) \neq 0$인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $y=f(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

(나) $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)+af(-2)}{x-2}$의 값이 존재한다.

함수 $f(x)$에서 x의 값이 -2에서 a까지 변할 때의 평균변화율을 p, a에서 2까지 변할 때의 평균변화율을 q라 할 때, $\frac{q}{p}$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ -1 ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ $-\frac{5}{3}$

2 유형 2 - 5번 / 49p

함수 $f(x)=(x-2)|(x-a)(x-b)^2|$이 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 한 자리의 자연수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는?

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

3 유형 3 - 7번 / 50p

다항함수 $f(x)$와 양수 a에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=(x^2+a)f(x)$$

라 하자. $f'(1)=g(1)$, $g'(1)=11f(1)$일 때, $\frac{f'(1)}{f(1)}$의 값은?

(단, $f(1) \neq 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

4 유형 3 - 9번 / 50p

최고차항의 계수가 양수인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\lim_{x \to \infty} x\left\{f\left(2+\frac{2}{x}\right)-f(2)\right\}$의 값은?

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{\{f(x)\}^2+x^2f(x)}{x^4}=6$

(나) $\lim_{x \to 1} \frac{f(x^2)-f(1)}{x-1}=2$

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

5 유형 4 - 12번 / 51p

두 함수

$f(x)=(x-3)^2+1$

$g(x)=(x-3)^3+a(x-3)^2+b(x-3)+1$

에 대하여 기울기가 2인 직선 l이 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 모두 점 A에서 접한다. 직선 l이 곡선 $y=g(x)$와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 할 때, 선분 AB의 길이는?

(단, a, b는 상수이다.)

① $\sqrt{5}$ ② $\frac{5\sqrt{5}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ ④ $\frac{7\sqrt{5}}{4}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

6 유형 5 - 14번 / 52p

다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)-f(2)$의 최솟값은?

(가) 함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 1이고, 모든 항의 계수가 정수인 삼차함수이다.
(나) 함수 $f(x)$는 열린구간 $(-2, 1)$에서 감소한다.
(다) 함수 $f(x)$는 열린구간 $(1, 2)$에서 증가한다.

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

7 유형 6 - 18번 / 53p

실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$f(x)=\begin{cases} a(x^3-3x+1) & (x<0) \\ x^2+2ax+b & (x\ge 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $ab+f(c)$의 값은?

(단, $a\neq 0$이고, a, b, c는 상수이다.)

(가) 함수 $f(x)$의 극댓값은 -1이다.
(나) 함수 $f(x)$는 $x=c$에서 극솟값을 갖는 양수 c가 존재한다.

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8 유형 7 - 20번 / 54p

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $|f(x)+kx|$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)+kx}{x-1}$의 값이 존재한다.

$f(2)+f'(2)=0$일 때, 상수 k의 값은?

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

9 유형 8 - 24번 / 55p

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)>0$
(나) 곡선 $y=f(x)$가 x축과 두 점 $(-2,\ 0)$, $(1,\ 0)$에서만 만난다.

$-2<a<-\frac{1}{2}$인 실수 a에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하자. 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 할 때, $\overline{\mathrm{AC}}-\overline{\mathrm{BD}}$는 $a=a_1$일 때 최댓값을 갖는다. 상수 a_1의 값은?

① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ -1 ④ $-\sqrt{2}$ ⑤ $-\sqrt{3}$

10 유형 9 - 26번 / 56p

방정식 $2x^3+3x^2-12x-k=0$의 서로 다른 양의 실근의 개수를 a, 서로 다른 음의 실근의 개수를 b라 할 때, $ab=2$가 되도록 하는 정수 k의 개수는?

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

11 유형 9 - 27번 / 56p

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 두 실수 α, β $(\alpha<\beta)$에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(\alpha)=f'(\beta)=0$
(나) $f(\alpha)f(\beta)<0$, $f(\alpha)+f(\beta)>0$

방정식 $|f(x)|=|f(k)|$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 실수 k의 개수는 m이고, 이러한 m개의 실수 k의 값을 작은 수부터 차례로 k_1, k_2, k_3, $\cdots$, k_m이라 하자.

$\sum_{i=1}^{m} f(k_i)=nf(\alpha)$일 때, $m+n$의 값을 구하시오.

(단, m, n은 자연수이다.)

12 유형 11 - 32번 / 58p

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t \geq 0)$에서의 위치 x_1, x_2가

$$x_1 = t^3 - 6t^2 + 9t - 1$$

$$x_2 = -\frac{1}{4}t^4 + mt^2 + nt + 2$$

이다. $t \geq 0$인 모든 시각 t에 대하여 점 P가 양의 방향으로 움직이면 점 Q는 음의 방향으로 움직이고, 점 P가 음의 방향으로 움직이면 점 Q는 양의 방향으로 움직일 때, 시각 $t = |m+n|$에서의 점 P의 가속도는? (단, m, n은 상수이다.)

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

13 실전모의고사 1회 - 22번 / 113p

삼차함수 $f(x) = (x+2)(x-1)^2$에 대하여 0이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ k - f(-x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 있다. 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(t, g(t))$ $(t \neq 0)$에서의 접선 $y = h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

직선 $y = h(x)$가 곡선 $y = g(x)$와 만나는 점의 개수가 2 이상일 때, 방정식 $g(x) = h(x)$의 서로 다른 모든 실근의 곱이 음수가 되도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은

$$\{t \mid t \leq -p \text{ 또는 } t = p \text{ 또는 } t \geq 1\} \ (0 < p < 1)$$

이다.

$(k \times p)^3$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.)

14 실전모의고사 2회 – 13번 / 122p

두 실수 a, k에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} k(x-a)(x-a+2) & (x<a) \\ |x-a-1|-1 & (a \le x \le a+2) \\ k(x-a-4)(x-a-2) & (x>a+2) \end{cases}$$

라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $a=-1$이면 함수 $y=f(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

ㄴ. $0 \le k \le 1$이면 함수 $f(x)$의 최솟값은 -1이다.

ㄷ. 함수 $f(x)$가 $x=2$에서만 미분가능하지 않으면 $a+k=\dfrac{1}{2}$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15 실전모의고사 2회 – 22번 / 125p

함수 $f(x)=x^4-\dfrac{8}{3}x^3-2x^2+8x+2$와 상수 k에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=|f(x)-k|$$

이고 두 집합 A, B를

$$A=\left\{x \,\middle|\, \lim_{h\to 0-}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}+\lim_{h\to 0+}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}=0\right\},$$

$$B=\{g(x)\,|\,x\in A\}$$

라 할 때, $n(A)=7$, $n(B)=3$이다. 집합 B의 모든 원소의 합이 $\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

16 실전모의고사 3회 - 19번 / 136p

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 구간 $[-2, 6)$에서

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x+2 & (-2 \le x < 2) \\ \frac{1}{2}x^2-4x & (2 \le x < 6) \end{cases}$$

이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+8)$을 만족시킨다. 열린구간 $(-20, 20)$에서 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극소인 모든 실수 a를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_m$ (m은 자연수)라 하고, $x=b$에서 극대인 모든 실수 b를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $b_1, b_2, b_3, \cdots, b_n$ (n은 자연수)라 하자. $\sum_{k=1}^{m}a_k+\sum_{k=1}^{n}|b_k|$의 값을 구하시오.

17 실전모의고사 5회 - 14번 / 158p

최고차항의 계수가 1이고 $f'(-1)=f'(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le t) \\ -f(x)+2f(t) & (x > t) \end{cases}$$

라 할 때, 함수 $g(x)$의 최댓값을 $h(t)$라 하자. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $h(0)=h(2)$

ㄴ. $h(0)=0$일 때, 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 실수 t에 대하여 $h(t)$의 값의 합은 0이다.

ㄷ. t에 대한 방정식 $h(t)=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때, $h(0)=-4$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

MEMO

cryingcheetah

6. 다항함수의 적분법

@cryingcheetah

1 유형 1 - 2번 / 61p

다항함수 $f(x)$가

$$\int \{f(x)-3\}dx+\int xf'(x)dx=x^3-2x^2$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값을 가질 때, $f(a)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2 유형 2 - 6번 / 62p

$0<a<3$인 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$를 $f(x)=x(x-a)$라 하자.

$$\int_0^3 |f(x)|dx=\int_0^3 f(x)dx+2$$

일 때, $af(-a)$의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

3 유형 3 - 9번 / 63p

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$와 양수 a가 다음 조건을 만족시킬 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(가) $-2\le x<2$일 때, $f(x)=a(x+2)(x-2)$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+4)=-2f(x)$이다.

보기

ㄱ. $f(4)=8a$
ㄴ. $\int_2^8 f(x)dx=a$
ㄷ. $\int_{-2}^{12} f(x)dx=4$이면 $a=\frac{3}{8}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4 유형 4 - 11번 / 64p

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$(1-x)f(x)=x^3-6x^2+9x-\int_{-1}^{x}f(t)dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5 유형 4 - 12번 / 64p

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f'(x)=3x^2+x\int_{0}^{2}f(t)dt$$

를 만족시키고 $f(2)=f'(2)$일 때, $f(1)$의 값은?

① -22 ② -19 ③ -16 ④ -13 ⑤ -10

6 유형 5- 15번 / 65p

모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이고 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_{-4}^{x}f(t)dt$$

라 하자. $g(2)=0$이고 함수 $g(x)$의 극댓값이 8일 때, $f(4)$의 값을 구하시오.

7 유형 6 - 21번 / 67p

최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} x & (x<1 \text{ 또는 } x>3) \\ f(x) & (1\le x\le 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고, 함수 $y=g(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=4$로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\dfrac{34}{3}$이다. 함수 $f(x)$의 최댓값이 $\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

8 유형 7 - 22번 / 67p

실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)=2$, $f(4)=8$이다. 곡선 $y=f(x)$와 두 직선 $y=2$, $y=8$ 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 16일 때, $\int_2^4 f(x)dx$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

9 유형 7 - 24번 / 68p

$0 \le x \le 8$에서 연속인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0$, $f(6)=6$, $f(8)=8$이고, 열린구간 $(0,\ 8)$에서 함수 $f(x)$는 증가한다.
(나) $0<x<6$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)<x$이고, $6<x<8$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)>x$이다.
(다) $g(0)=8$, $g(6)=6$, $g(8)=0$이고, 곡선 $y=g(x)$는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.

$\int_0^6 f(x)dx = \int_6^8 f(x)dx$일 때, $\int_0^8 |f(x)-g(x)|dx$의 값을 구하시오.

10 실전모의고사 1회 - 6번 / 107p

1보다 큰 양수 p에 대하여 함수 $y=x^2$의 그래프와 x축 및 직선 $x=p$로 둘러싸인 부분의 넓이를 A라 하고, 함수 $y=\frac{x^2}{p}$의 그래프와 함수 $y=x^2$의 그래프 및 직선 $x=p$로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 하자. $A:B=3:1$을 만족시키는 p의 값은?

① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{11}{8}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

11 실전모의고사 2회 - 21번 / 125p

함수 $f(x)=\int_0^x (2x-t)(3t^2+at+b)dt$와 도함수 $f'(x)$가 다음 조건을 만족시키도록 하는 정수 a와 실수 b에 대하여 $\left|\frac{a}{b}\right|$의 값을 구하시오.

(가) $f'(1)=0$
(나) 열린구간 $(0,\ 1)$에 속하는 모든 실수 k에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=f(k)$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

12 실전모의고사 3회 - 20번 / 136p

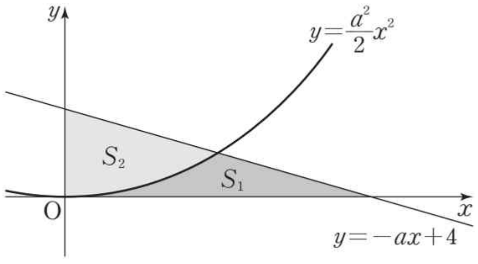
수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$와 가속도 $a(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $v(t)$는 t에 대한 삼차함수이다.
> (나) 0 이상의 모든 실수 t에 대하여
> $v(t)+ta(t)=4t^3-3t^2-4t$이다.

시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리를 l이라 할 때, $12 \times l$의 값을 구하시오.

13 실전모의고사 4회 - 10번 / 144p

그림과 같이 양수 a에 대하여 직선 $y=-ax+4$와 곡선 $y=\frac{a^2}{2}x^2$ 및 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 직선 $y=-ax+4$와 곡선 $y=\frac{a^2}{2}x^2$ $(x \geq 0)$ 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_2-S_1=\frac{14}{3}$일 때, a의 값은?



① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

14 실전모의고사 5회 - 12번 / 157p

최고차항의 계수가 양수이고 $f(0)=f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_{-x}^{x} f(|t|)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g(2)=0$
> (나) 함수 $g(x)$의 모든 극솟값의 합은 -1이다.

$f(3)$의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

15 실전모의고사 5회 - 22번 / 161p

최고차항의 계수가 양수이고 $f(-1)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_{-1}^{1}f(t)dt\times\int_{-1}^{x}f(t)dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\le g(2)$이다.
(나) 실수 k에 대하여 x에 대한 방정식 $g(x)=k$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(k)$라 할 때, $\left|\lim_{k\to a+}h(k)-\lim_{k\to a-}h(k)\right|=2$를 만족시키는 실수 a의 값은 3뿐이다.

$30\times g(0)$의 값을 구하시오.

cryingcheetah

7. 수열의 극한

@cryingcheetah

1 유형 1 - 2번 / 72p

이차방정식 $x^2-6x+2=0$의 서로 다른 두 실근을 α, β라 하자. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}(a_n+b_n)=\alpha,\ \lim_{n\to\infty}(a_n-b_n)=\beta$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}(a_n{}^2+a_n-b_n{}^2)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2 유형 2 - 5번 / 73p

$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^k-1}{(n^2+1)(n^3-1)}=\alpha$, $\lim_{n\to\infty}\frac{n(n+5)}{3n^k-1}=\beta$일 때, $\alpha=\beta$를 만족시키는 모든 자연수 k의 개수는? (단, α, β는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3 유형 3 - 9번 / 74p

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^{n}nk<a_n<\sum_{k=1}^{n}(n+1)k$

(나) $n+1<b_n<n+2$

$\lim_{n\to\infty}\frac{n(b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n)}{a_n+2n^3}$ 의 값은?

① 1 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

4 유형 4 - 11번 / 75p

양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(a+1)\times x^n+a^2\times\left(\frac{1}{x}\right)^n}{x^{n-1}+a\times\left(\frac{1}{x}\right)^{n+1}}$$

에 대하여 $f(2)=10$일 때, $f\left(\frac{1}{3}\right)$의 값은?

(단, a는 $a\neq-1$이고, $a\neq0$인 상수이다.)

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

5 유형 4 – 12번 / 75p

0이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^n+\left(\dfrac{1}{x}\right)^{n+1}+\left(\dfrac{1}{x}\right)^{n}}{x^{n+1}+\left(\dfrac{1}{x}\right)^{n}} & (x\neq-1) \\ 1 & (x=-1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x+k$가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 합이 S일 때, $6S$의 값을 구하시오.

6 유형 5 – 14번 / 76p

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\dfrac{1}{x}$이 직선 $x=2n$과 만나는 점을 A_n이라 하고, 선분 OA_n의 수직이등분선이 y축과 만나는 점을 B_n이라 하자. 삼각형 $\mathrm{OA}_n\mathrm{B}_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{S_n}{n^4}$의 값은? (단, O는 원점이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7 유형 6 – 18번 / 77p

함수 $f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}x & (0<x<1)\\ \log_4 x & (x\geq 1)\end{cases}$에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $x=n$이 만나는 점을 P_n이라 할 때, 점 P_n을 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점 중 P_n이 아닌 점을 Q_n이라 하자. 점 Q_n의 x좌표를 x_n이라 할 때, $\sum\limits_{n=2}^{\infty}(x_{2n-1}\times x_{2n+1})^2$의 값은?

(단, n은 2 이상의 자연수이다.)

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

8 유형 7 – 21번 / 78p

$a_1=b_1\neq0$인 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

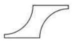
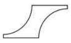
(가) $a_{n+1}=ra_n,\ b_{n+1}=(r^2-1)b_n\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

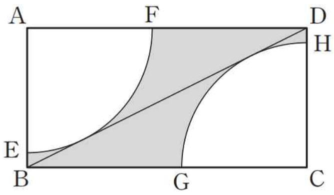
(나) 두 급수 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$은 모두 수렴하고 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n:\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n=14:3$이다.

급수 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{b_n}{a_n}$이 실수 p에 수렴할 때, $44p$의 값을 구하시오.

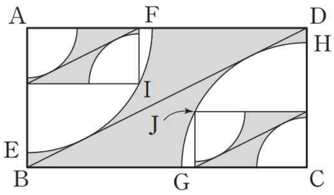
(단, r은 상수이다.)

9 유형 8 – 22번 / 79p

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=1$, $\overline{\mathrm{AD}}=2$인 직사각형 ABCD가 있다. 네 선분 AB, AD, BC, CD 위의 점 E, F, G, H에 대하여 선분 BD에 의해 나뉘어진 두 부분에 중심이 A이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 AEF와 중심이 C이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 CGH를 선분 BD와 접하도록 그린다. 직사각형 ABCD의 내부와 두 부채꼴 AEF, CGH의 외부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 부채꼴 AEF의 내부에 선분 AI를 대각선으로 하고 가로의 길이와 세로의 길이의 비가 $2:1$인 직사각형을 점 I가 호 EF 위에 있도록 그리고, 부채꼴 CGH의 내부에 선분 JC를 대각선으로 하고 가로의 길이와 세로의 길이의 비가 $2:1$인 직사각형을 점 J가 호 GH 위에 있도록 그린다. 이 두 직사각형 안에 각각 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양의 두 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?



R_1



R_2

⋮

① $\frac{50}{21}\left(1-\frac{\pi}{5}\right)$ ② $\frac{5}{2}\left(1-\frac{\pi}{5}\right)$ ③ $\frac{50}{19}\left(1-\frac{\pi}{5}\right)$
④ $\frac{25}{9}\left(1-\frac{\pi}{5}\right)$ ⑤ $\frac{50}{17}\left(1-\frac{\pi}{5}\right)$

10 실전모의고사 1회 – 25번 / 115p

다항식 $f(x)$를 $(x-1)^2$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$라 할 때, 1이 아닌 상수 k에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{f\left(1+\frac{1}{n}\right)-\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}{f\left(1+\frac{1}{n}\right)-R\left(1+\frac{1}{n}\right)}=k$$

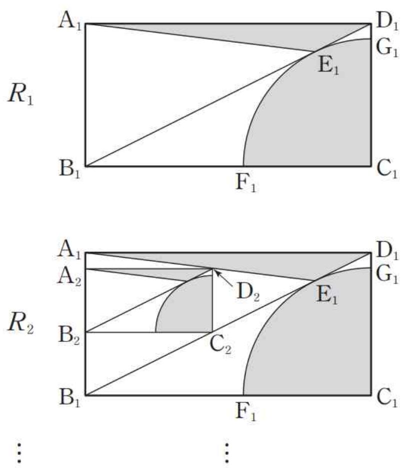
이다. $Q(1)-R(1)=3$일 때, $k\times R(2)$의 값은?

(단, $Q(1)\neq 0$)

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

11 실전모의고사 2회 - 27번 / 128p

그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=5$, $\overline{B_1C_1}=10$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 점 C_1을 중심으로 하고 선분 B_1D_1 위의 점 E_1에서 직선 B_1D_1과 접하는 원이 두 선분 B_1C_1, C_1D_1과 만나는 점을 각각 F_1, G_1이라 하고, 부채꼴 $C_1G_1F_1$과 삼각형 $A_1E_1D_1$을 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 A_1B_1 위의 두 점 A_2, B_2, 선분 B_1E_1 위의 점 C_2, 선분 A_1E_1 위의 점 D_2를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{B_2C_2}=1:2$인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린다. 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 부채꼴과 삼각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?



① $\frac{81}{13}(\pi+1)$ ② $\frac{27}{5}(\pi+1)$ ③ $\frac{81}{17}(\pi+1)$

④ $\frac{81}{19}(\pi+1)$ ⑤ $\frac{27}{7}(\pi+1)$

MEMO

cryingcheetah

8. 미분법

@cryingcheetah

1 유형 1 - 3번 / 83p

두 상수 a, b에 대하여

$$\lim_{x\to1}\frac{x^2+ax+b}{e^{x-1}+e^{2x-2}-2}=\frac{4}{3}$$

일 때, $2a+b$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

2 유형 2 - 5번 / 84p

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)-x^2+3x-2}{e^{2x}-1}=4$$

를 만족시킨다. 함수 $g(x)$를 $g(x)=2^{x+1}f(x)$라 할 때, $g'(0)$의 값은?

① $4\ln2+6$ ② $4\ln2+8$ ③ $4\ln2+10$
④ $6\ln2+10$ ⑤ $6\ln2+12$

3 유형 6 - 18번 / 88p

매개변수 $t\ (0<t<\pi)$로 나타내어진 곡선

$$x=\sin t-t\cos t,\ y=2t-\sin 2t$$

에서 $t=\theta$일 때 $\frac{dy}{dx}$의 값을 $f(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to0+}f(\theta)$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

4 유형 8 - 24번 / 90p

함수 $f(x)=x^2-3x+k\left(x\geq\frac{3}{2}\right)$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(5,\ g(5))$에서의 접선이 원점을 지날 때, 상수 k의 값은?

① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{23}{4}$ ③ 6 ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{13}{2}$

5 유형 10 - 30번 / 92p

함수 $f(x)=\dfrac{ax}{x^2+1}$에 대하여 **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a는 0이 아닌 상수이다.)

보기

ㄱ. $f(x)+f(-x)=0$

ㄴ. $a=2$일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은 1이다.

ㄷ. $k-1<x_1<k<x_2<k+1$인 모든 실수 x_1, x_2에 대하여 $f''(x_1)f''(x_2)<0$을 만족시키는 실수 k의 개수는 3이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6 유형 11 - 33번 / 93p

함수 $f(x)=(x+1)^2e^{-x}$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ f(-x) & (x<0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $y=g(x)$의 그래프가 직선 $y=k$와 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(k)$라 할 때, 정수 a에 대하여 $\lim_{k \to a-} h(k)+\lim_{k \to a+} h(k)$의 최댓값은 M이다. $h(1)+M$의 값을 구하시오. (단, $2<e<3$이고, $\lim_{x \to \infty} x^2e^{-x}=0$이다.)

7 실전모의고사 1회 – 30번 / 117p

함수 $f(x)=e^x+x$와 함수 $f(x)$의 역함수 $g(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선과 함수 $y=g(x)$의 그래프 위의 점 $(k,\ g(k))$에서의 접선이 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$가 되도록 하는 실수 k의 값을 $h(t)$라 하자. $16\times\{h'(\ln 8)\}^2$의 값을 구하시오.

8 실전모의고사 3회 – 29번 / 141p

최고차항의 계수가 1이고 실수 전체의 집합에서 $f(x)>0$인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=(1+\ln 3)f(x)-f(x)\ln f(x)$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=3$에서 극솟값을 갖는다.
(나) 방정식 $g'(\alpha)=0$을 만족시키는 모든 실수 α의 값의 곱은 24이다.

$f(10)$의 값을 구하시오.

9 실전모의고사 5회 - 28번 / 164p

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $0 \le f(x) < \dfrac{\pi^2}{4}$이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{\ln\{1+f(x)\}}{x-1} = 6$

(나) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos\sqrt{f(x)}}{e^x - 1} = 1$

$\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{f(\sin x)f(\cos x)}{x^3}$ 의 값은?

① -16　② -12　③ -9　④ -6　⑤ -3

10 실전모의고사 5회 - 30번 / 165p

최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 닫힌구간 $[-\pi,\ 5\pi]$에서 정의된 함수

$$g(x) = f(x) + \sin x$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $g'(x) = 0$은 음의 실근 α와 양의 실근 β를 갖는다.

(나) 함수 $g'(x)$가 $x = \beta$에서 극소이고 $x = \beta + k$에서 극대가 되도록 하는 양수 k의 최솟값은 $\dfrac{4}{3}\pi$이다.

$g(0) = -2\sqrt{3}\pi$일 때, $\dfrac{12}{\pi^2}g(4\pi)$의 값을 구하시오.

$\left(\text{단, } 3 < \pi < 4,\ \dfrac{3}{2} < \sqrt{3} < 2\right)$

MEMO

cryingcheetah

9. 적분법

@cryingcheetah

1 유형 1 - 2번 / 96p

$\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$의 값은?

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

2 유형 3 - 10번 / 99p

실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(x)+\displaystyle\int_0^x g(t)dt = 2e^x - x + 3$
>
> (나) $f'(x)g(x) = e^{2x} - e^x$

$g(0) > 0$일 때, $f(1)+g(2)$의 값은?

① e^2+e-3 ② e^2+e-1 ③ e^2+e+1
④ e^2+e+3 ⑤ e^2+e+5

3 유형 3 - 11번 / 99p

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x) = x^2e^{-x} + \int_0^x e^{t-x} f(t)dt$$

를 만족시킬 때, 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① $2e^2 - \frac{6}{e^2}$ ② $2e^2+2$ ③ $2e^2+\frac{6}{e^2}+2$
④ $2e^2-\frac{6}{e^2}+4$ ⑤ $2e^2+\frac{6}{e^2}+4$

4 유형 5 - 16번 / 101p

$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3}} \sum_{k=1}^{n} (\sqrt{2k-1}+\sqrt{2k}-\sqrt{k})$의 값은?

① $\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{2}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4\sqrt{2}}{3}-\frac{2}{3}$
④ $\frac{4\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}-\frac{2}{3}$

5 유형 6 - 20번 / 102p

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음을 만족시킨다.

$$\int_0^x (x-t)f(t)dt = e^x + 8e^{-x} - 3x^2 + ax + b$$

곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $a+b+S$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $6\ln 2-6$ ② $8\ln 2-6$ ③ $6\ln 2-4$
④ $8\ln 2-4$ ⑤ $6\ln 2-2$

6 유형 7 - 25번 / 103p

$0 \le x \le \frac{\pi}{2}$에서 정의된 두 함수

$f(x)=\sqrt{x\sin x}$, $g(x)=\sqrt{x\cos x}$에 대하여 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x)>g(x)) \\ g(x) & (f(x)\le g(x)) \end{cases}$$

라 하자. 곡선 $y=h(x)$ $\left(0\le x\le \frac{\pi}{2}\right)$와 x축 및 직선 $x=\frac{\pi}{2}$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는?

① $\frac{\sqrt{3}}{16}\pi$ ② $\frac{\sqrt{6}}{16}\pi$ ③ $\frac{3}{16}\pi$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{8}\pi$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{8}\pi$

7 실전모의고사 1회 - 29번 / 117p

두 양의 실수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=ax\sin bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(\pi)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $|f(x)|\le|x|$이다.
(다) $0<p<\pi$인 실수 p에 대하여 함수 $f(x)$가 $x=p$에서 극대인 p의 개수는 2이다.

좌표평면에서 네 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(\pi,\ 0)$, $\mathrm{B}(\pi,\ \pi)$, $\mathrm{C}(0,\ \pi)$를 꼭짓점으로 하는 정사각형 OABC에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분과 정사각형 OABC의 내부의 공통부분의 넓이가 $\frac{\pi}{12}$ 이하일 때, $72a+b$의 최댓값을 구하시오.

8 실전모의고사 2회 - 30번 / 129p

실수 전체의 집합에서 미분가능하고 도함수가 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)\cos x = x\cos^2 x - \sin x\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(t)\,dt - \int_0^x f(t)\sin t\,dt$$

를 만족시킬 때, $(\pi+2)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\{f(x)\sin x + f'(x)\cos x\}\,dx$의 값을 구하시오.

9 실전모의고사 4회 - 29번 / 153p

정의역이 $\{x\,|\,x>0\}$인 함수 $f(x)$가 미분가능하고, 함수 $f(x)$의 역함수 $g(x)$가 연속일 때, 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 양의 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_{f(1)}^{f(x)} g(t)dt = ax + \ln x - \frac{b}{3}$ (단, a, b는 상수)

(나) $f(4) - f(2) = \frac{1}{4} + 3\ln 2$

$f(1)=2$일 때, $f(3) = \frac{p+q\ln 3}{3}$이다. 자연수 p, q에 대하여 $p+q$의 값을 구하시오. (단, $\ln 3$은 무리수이다.)

10 실전모의고사 5회 - 29번 / 165p

함수 $f(x) = e^{2x} + 2e^x - 3$과 양수 t에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x \{t - f(s)\}\,ds$$

가 최대가 되도록 하는 x의 값을 $h(t)$라 하자. $h'(k) = \frac{1}{12}$인 실수 k에 대하여 $0 < t \le k$에서 $g(h(k))$의 최댓값은 $p+q\ln 2$이다. $10(p+q)$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 유리수이고, $\ln 2$는 무리수이다.)

빠른 정답

1. 지수함수와 로그함수

1. ⑤	2. ③	3. 120	4. ④
5. 3	6. 8	7. ③	8. ②
9. ②	10. ④	11. ⑤	12. ②
13. 8	14. ①	15. ④	16. 19
17. 36			

2. 삼각함수

1. ④	2. ⑤	3. ⑤	4. ③
5. ③	6. ③	7. ③	8. ⑤
9. ⑤	10. ④	11. ②	12. 16
13. ⑤	14. ②		

3. 수열

1. ②	2. ④	3. ①	4. 6
5. 12	6. ①	7. 24	8. ④
9. ②	10. ④	11. 16	12. ③
13. ⑤	14. 34	15. ④	16. ②

4. 함수의 극한과 연속

1. ②	2. ⑤	3. ④	4. 6
5. 22	6. ①	7. ⑤	8. 5
9. ②	10. ②		

5. 다항함수의 미분법

1. ①	2. ④	3. ②	4. ⑤
5. ⑤	6. ①	7. ②	8. ②
9. ①	10. ⑤	11. 7	12. ①
13. 108	14. ⑤	15. 35	16. 45
17. ③			

6. 다항함수의 적분법

1. ③	2. ⑤	3. ③	4. ⑤
5. ④	6. 12	7. 28	8. ③
9. 36	10. ④	11. 3	12. 91
13. ②	14. ⑤	15. 10	

7. 수열의 극한

1. ⑤	2. ②	3. ③	4. ②
5. 15	6. ④	7. ④	8. 24
9. ⑤	10. ②	11. ①	

8. 미분법

1. ③	2. ③	3. ⑤	4. ④
5. ⑤	6. 9	7. 25	8. 51
9. ④	10. 28		

9. 적분법

1. ④	2. ④	3. ②	4. ③
5. ①	6. ②	7. 20	8. 4
9. 17	10. 45		

FEEDBACK

1 지수함수와 로그함수

1. 간단한 상황관찰. $2n+1$이 홀수임을 파악하고 정리하자.

2. 2와 4를 대입한 후, 어렵게 생각할 게 있을까? $f(2)$와 $f(4)$ 둘 중의 하나는 0이 되어야 할 텐데, $f(4)$가 0이 되면 끝나지 않을까?

3. n이 2 이상의 자연수니까, $5k$의 약수가 4개가 되면...

4. $a+b>2\sqrt{2^n}$을 보자마자 산술 평균과 기하 평균의 관계가 떠올라야 하고, 등호가 없으니 $a=b$인 경우만 빼준다면...

5. 밑 조건과 진수 조건 항상 중요하고 기본이 되는 내용. $a=3$일 때부터 $|x-a|\neq 1$에서 나온 x의 값과 겹치지 않게 된다.

6. 집합 B를 먼저 파악해내면, 집합 A의 이차방정식 두 근이 바로 보이게 되는 간단한 문제.

7. AB의 길이가 2니까 기울기의 비를 통해서 점 P의 좌표를 바로 구할 수 있다. 점 Q를 $g(x)$에 대입하면 $k^b=-a$를 구해서 b를 a에 대하여 표현할 수 있다. 직선 AP에 대입만 하면 끝!

8. 밑과 진수 조건을 먼저 쓰고, 보면 모든 실근의 합에서 $f(x)$의 꼭짓점은 포함될 수 없다는 것이 보인다면 간단하게 풀렸을 듯

9. 두 함수가 역함수 관계에 있다는 사실부터 파악해야 한다.

10. 점 A, C, D, E의 좌표를 전부 k에 대하여 나타낼 수 있다. 점 A, C를 $\log_a x$에 대입하여 연립하면 a, k가 전부 나오고, 점 B는 점 C를 $y=x$에 대하여 대칭시킨 후 평행이동만 한다면 마무리!

11. $g(x)$의 최댓값과 최솟값의 합이 0이 되려면 $\frac{1}{t}\leq f(x)\leq t$꼴을 만족시키는 x의 범위를 찾아야 한다. $f(x)$의 최솟값 $k-4$가 1보다 작아야 $\frac{1}{t}$와 t가 동시에 존재하는 함수가 그려진다.

12. 평행사변형 특수한 도형이 주어졌을 때, 도형의 성질을 잘 활용해야 하지 않을까? 닮음도 찾고, 닮음도 찾고, 닮음도 찾고...

13. 23학년도 수능특강인가? 똑같은 문제가 있었는데 재탕된 문제 집합 C가 유한 집합이 되기 위해 x의 범위가 나오지 않게 되는 경우를 잘 생각해보고, 1이 집합 C에 포함되어 있다고 하니 1이 이차방정식의 근이 되면 되지 않을까?

14. 밑이 1보다 작으면 $y=ax$와 두 점에서 만날 수가 없다. 부등식 계산만 하면 되겠다.

15. 점 Q_n의 x좌표는 점 H_n의 x좌표의 절반이니까 세 좌표를 천천히 써 내려가면...

16. 먼저 $(g\circ f)(x)=0$이 되려면 $f(x)=2,\ 4$이어야 한다. $f(x)$부터 최솟값이 m, 점근선을 $y=k+m$으로 갖는 그래프라는 것부터 찾고 난 후, 움직여가며 실근이 1개 3개인 경우를 찾자.

17. $g(x)$는 $f(x)$의 역함수를 x와 y에서 $-b$만큼 평행이동한 그래프이다. 따라서 점 B도 $y=x$위에 있을 테니 $y=-x-4k$와 연립하여 점 B의 좌표를 바로 구할 수 있다. $f(x)$가 $y=x$와 만나는 점 A가 아닌 교점의 좌표도 구할 수 있으니 연립하여서 마무리하면 될 것 같다.

2. 삼각함수

1. l_1과 l_2를 각각 구해야 한다는 생각에 매몰되어 있으면 멈칫할만 한 문제. 식을 작성하고 보면 θ가 소거된다.
2. 자주 언급되는 소재는 아니지만, 세 점을 $\cos(\angle \mathrm{PQR})$이 음수가 되게 설정하고 각을 왔다 갔다.
3. $0 < t \le \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < t \le \frac{3}{2}\pi$, $\frac{3}{2}\pi \le t < 2\pi$ 세 경우로 나누어 그래프가 어떻게 변하는지 관찰한다면 어려울 것 없는 문제.
4. 로그의 밑과 진수 조건으로 우리가 알아야 하는 건 사인과 코사인의 대소 비교. 지수 부등식이니까 당연히 해야죠.
5. 어려울 것도 없고, 그래프를 직접 그려서 보기만 하면 뭐...
6. 보기만 해도 원의 반지름 r을 부채꼴의 반지름으로 끌어오면 되겠다. $\overline{\mathrm{OP}}=2r$이고, $\angle \mathrm{OPQ}=\frac{2}{3}\pi$에서 코사인법칙으로 선분 OQ만 표현해서 마무리하면 될 것 같다.
7. $\sin(\angle \mathrm{EDC})$의 값을 구하려면, 외접원의 반지름도 알고 있으니 $\overline{\mathrm{CE}}$의 길이만 구해내면 되겠네. 삼각형 PCB를 볼까요. $\overline{\mathrm{PC}}$, $\overline{\mathrm{CB}}$를 알고 있으니 넓이 알 수 있고, $\overline{\mathrm{CE}}$의 중점을 H라 하면, $\overline{\mathrm{PB}}$를 밑변으로 하고, $\overline{\mathrm{CH}}$를 높이라 하면, 삼각형의 넓이로 구할 수 있겠네. $\overline{\mathrm{CE}}$의 두 배가 $\overline{\mathrm{CE}}$랑 같으니까 마무리하시면 되겠네요.
8. 모르는, 그러나 비가 주어진 선분은 미지수로 설정하고, 공통변인 선분 AD도 미지수로 설정한 후에 코사인법칙 쓰면 될 것 같아요. 저만 그렇게 생각하는 거 아니죠?
9. 점 B의 y좌표만 구하면, 선분 AB의 길이는 y좌표의 절반!
10. 너무 쉽잖아요. 원주각으로 필요한 각이 모두 표현되잖아요.
11. 구할 수 있는 변과 코사인값을 모두 구하다 보면...
12. $\angle \mathrm{POQ}$가 직각임을 찾고, 코사인법칙으로 $\overline{\mathrm{OP}}$, $\overline{\mathrm{OQ}}$를 표시하면, 그게 밑변과 높이잖아요. 바로 $S(\theta)$ 써내면 되겠네요.
13. a가 양수이면 조건 (가)를 만족할 수 없다는 것을 찾고, 최댓값이 2라고 하니까 $b=2$. 조건 (나)로 a값까지 구합시다.
14. 선분 DE가 사인법칙을 쓸 수 있는 상황이 아니니까, 코사인법칙을 써야 하고, $\overline{\mathrm{AE}}$는 지름이니 $\overline{\mathrm{AD}}$를 구하는 것이 중요하겠네. 많은 직각삼각형이 보이니 닮음으로 마무리하시면 될 것 같아요.

3. 수열

1. 보자마자 $a+(n-1)d$ 대입해서 계산하지 말고, 합차로 정리...
2. 어려울 것 있나? 일반항으로 차근차근 계산해서 따라간다면 쉽게 풀릴 문제. 정수 조건을 주면 직접 찾을 생각도 해볼 수 있어야 한다.
3. $x=\frac{1}{2}$ 대입한 후에 보이는 식을 어떻게 계산해야 할지 멍때리지 말고 막힘없이 등비수열의 합 공식 쓸 줄 아셔야죠!
4. 3점짜리로 나올만한 가벼운 소재. 공식으로 마무리합시다.
5. 기출로도 활용되었던 익숙한 소재. a_2+a_3, a_1+a_4를 근과 계수의 관계로 구하면 2줄이면 풀 수 있는 문제
6. 구해야 하는 항이 a_1이랑 a_3이라 계산해서 구해도 되긴 하지만, a_n의 일반항을 구해서 다시 풀어보자.
7. 주어진 조건으로 구하고자 하는 것을 어떻게 표현해야 할지 고민해야 하는 문제 q번째 항까지의 합에서 $p-1$번째 항까지의 합을 빼면 구할 수 있을 것 같은데...
8. 계산 노가다.. 좋지.. 근데 a_n의 일반항을 구해서도 풀어봅시다.
9. 어려울 것 없이 이차방정식의 실근을 구하고 부분분수로 마무리
10. 낯선 수열을 만났을 때 쳐다만 보고 있지 말고 나열을 통해 규칙을 찾고 일반항을 도출해낼 수 있다는 사실을 잊으면 안 된다.
11. 흔한 기출 소재. 유리화 후 계산해서 마무리하시길.
12. 짝수 번째 항끼리 같고, 홀수 번째 항끼리 같다는 것을 먼저 찾고, 식을 정리하면 $15(a_1+a_2)$만 남고, 산술 평균과 기하 평균의 관계에 의하여 최솟값을 찾아내면 마무리될 것 같다.
13. $a_1=a_{20}$부터 익숙한 조건. $k=1$부터 나열해보면 규칙이 바로 보이겠지 설마 a_{20}부터 역추적하는 등 계산하라고 시켰을까?
14. 퀄리티는 그냥 그래... a_1이 양수이고 조건 (나)에 의하여 a_7까지 양수니까 a_7까지 계산 노동하시면 돼요. 으악
15. 조건 (가)는 그냥 $\{a_n\}$이 등비수열이라는 얘기고, 조건 (나)에 $n=1$부터 대입해서 a_n의 공비부터 찾은 후 다시 식에 a_n을 대입하면 b_n을 구할 수 있겠네...
16. 수완에서 제일 봐줄 만한 문제 중 하나. 모든 항이 2 이상이라는 조건 때문에 $a_{n+1} \ge a_n$과 $a_{n+1} < a_n$의 상황이 번갈아 가며 나온다는 것을 알 수 있다. $a_1=2$이고 모든 항이 2 이상이므로 n이 홀수인 경우와 짝수인 경우로 나눠서 생각하면 되겠네. $a_k=k$에서부터 $m=1,\ 2,\ \cdots$를 대입해가며 찾아가면 될 것 같다.

4. 함수의 극한과 연속

1. 샌드위치! $f(x)$와 $g(x)$가 각각 다항함수니까 $f(x)$와 $g(x)$의 극한값을 각각 설정해도 되겠고, 대입해서 $\lim_{x\to 1} f(x)$, $\lim_{x\to 1} g(x)$의 값만 구해내서 마무리하면 되겠다.
2. 조건 (나)에도 양변에 극한을 취하는 것이 당연해야 한다. 문제에서 구하라는 식을 수렴하는 단위끼리 찾을 생각을 해야 한다.
3. $S(t)$만 작성하면 되잖아요! 밑변 길이 높이 길이만 t에 대한 식으로 작성하면 끝나잖아요!
4. 3번과 마찬가지로... 밑변 길이 구할 때, 점 R의 x좌표 직접 구할 것 없이 점 Q에서 RQ의 중점까지의 길이에서 두 배만 하면 될 것 같아요~
5. $x \geq 0$ 범위에서 a값을 조절할 때 그래프가 어떻게 변하는 상황인지를 먼저 관찰하고, 일반적인 상황에서는 k가 존재하지 않으니 특수한 a값에서만 k가 존재할 거라는 믿음을 갖자. 이차함수의 꼭짓점이 y절편이랑 같거나, 점근선에 이르거나 하는 등 특수한 상황 위주로 관찰하자.
6. 어려울 것 없이 $g(x)$에 절댓값을 취했을 때 연속이 되려면 $-f(1)=4$와, $h(x)$에서 연속이 되려면 $f(-1)=4$... 끝...
7. 원의 반지름을 늘려다가 보면 특수한 지점이 하나씩 보일 거다. 원이 x축, y축에 접할 때, 그리고 $r=5$로 원이 원점을 지날 때.
8. 간단하게 n의 값에 따라 $g(x)$가 어떻게 변하는지 보면 $(2,\ 0)$을 지나면서 기울기가 바뀐다는 것을 알 수 있다. $(-3,\ -2)$에 실근이 속하도록 기울기를 바꿔가면 간단하게 해결된다.
9. $f(x)=2x+a$로 놓고 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이려면, $\lim_{x\to 2} f(x)g(x)=f(2)g(2)$만 차근차근 풀어간다면...
10. k값의 범위를 나눠가며 차근차근! $-4<k<0$을 그려갈 때, $k=-2$에서 특수한 경우가 생긴다는 사실을 관찰하고, $-4<k<-2$, $k=-2$, $-2<k<0$을 나눠가며... 극한에서 너무 흔한 유형이니까 쉽게 해결해야지요.

5. 다항함수의 미분법

1. $f(2)=f(-2)$를 찾아서 바로 마무리하자.
2. 절댓값이 있는 함수가 미분가능이 되려면 인수를 두 개 이상 갖는 상황이 만들어져야 하는데, 그러려면 $a=2$이거나, 절댓값 안에 있는 식이 삼중근을 갖는다면 될 것 같다.
3. 해줄 말이 없다. $x=1$대입하고 미분하고 또 대입하고
4. 이것도 그냥 (가)에서 최고차항 계수 찾고, (나)에서 일차항 계수 찾고 구하라는 꼴 보면 상수항 필요 없고...
5. 작년 같으면 이미 뺐을 문제지만, 올해는 이 정도 계산은 해야 하고, 얼마나 똑똑하게 하느냐가 중요한 한 해가 되지 않을까 싶다. x축 방향으로 -3만큼, y축 방향으로 -1만큼 평행이동을 하고 시작해야 계산이 매우 간단해지지 않을까?
6. 무작정 특수하게 극값 $x=-2,\ 1$에서 갖겠지 할 수 없는 문제. $x=1$에서는 무조건 극값을 갖고, 남은 극값을 k라하고 $f'(x)$를 2에서 3까지 정적분 한 후에 k값의 범위만 찾으면 되는 문제
7. a가 양수이면 $x>0$에서 이차함수가 극솟값을 가질 수가 없으니 a가 음수인 걸 알고 시작하면 되겠네
8. 조건 (가) 보자마자 $-kx$가 $f(x)$의 변곡 접선이면 되겠네를 찾고, 조건 (나)에서 극한값이 존재하려면 kx가 $f(x)$의 $x=1$에서의 접선이겠네... 마무리합시다.
9. x축과 두 점에서만 만난다니까 둘 중의 하나는 중근일 텐데 $f(0)>0$이려면 $x=1$이 중근이겠네. 삼차함수 모든 비율 관계를 알고 있으니 $x=a$에서의 접선이면 점 B의 x좌표는 $-2a$라는 사실을 활용하여 문제를 해결하면 빠르게 풀 수 있다.
10. 어려울 것 전~혀 없는 문제 $k=0$이면 안 된다는 사실만 주의하자.
11. 한 19~20번에 나올 만하지 않을까? 생긴 것만 어렵게 생겼지 조건에서 $f(x)$가 쉽게 나와버리고, 그래프에서 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 x좌표가 6개라는 사실 바로 찾을 수 있다.
12. 익숙한 조건. v_1과 v_2의 부호가 항상 반대인 점을 파악하자. 그럼 v_1의 근과 v_2의 근이 같아야겠죠?
13. 0 이상의 범위 그래프만 위아래로 움직이고, 모든 실근의 곱이 음수면 음의 실근 개수가 홀수면 되겠네. 실근이 2개 이상 생기는 범위에서 $t \leq -p$ 범위가 생기고, $t=p$일 때, 실근이 2개 그 이후부터는 음의 실근 개수가 2개가 되다가 다시 $t \geq 1$에서 $(0,\ 2)$를 지나게 되면서 음의 실근 개수가 1개가 되는 것을 확인하고 차근차근 풀어가면 될 것 같다.
14. 쉽다. $x=2$에서만 미분가능 하지 않으려면 $x=a+1$에서는 무조건 미분가능 하지 않으니 $a=1$이어야 한다. 그러면 $x=a,\ a+2$에서는 미분가능한 k의 값을 찾아서 마무리만 하면 된다.
15. 문제에서 그냥 $f(x)$를 통으로 줘버려서 어려울 부분은 없는 문

제. A의 조건도 너무 익숙하고. $g(x)=0$ 또는 $g'(x)=0$을 만족하는 x의 개수가 7개가 되도록 k값을 움직이고, $n(B)=30$이 되려면 $g(1)=g(2)$를 만족하면 되겠네!

16. 극대와 극소는 Local Maximum, Local Minimum이라는 사실을 잊지 말자. 매우 작은 Local에서 최대 또는 최소가 존재하면 극대 극소라고 볼 수 있는 것이지, 평소 보던 다항함수에 매몰되어 기계적으로 연속! 미분! 도함수가 0! 찾기에 매몰되지 말자.
17. 익숙한 $g(x)$. 함수 $f(x)$가 $x=t$부터 $y=f(t)$에 대하여 대칭이 되는 함수. t의 범위를 나누어가며 $h(t)$를 그려내면 되겠다...

6. 다항함수의 적분법

1. 곱함수의 미분을 찾기만 했다면 바로 마무리하자. 그 이상 시간을 쓰긴 아깝다.
2. $\int_0^a |f(x)|dx=S$라 하고 주어진 식을 정리하면 $2S=2$를 바로 구할 수 있고, 넓이 공식으로 가볍게 마무리하면 될 것 같다.
3. 넓이 공식으로 -2에서 2까지의 넓이를 구한 후, 주기마다 넓이가 2배가 된다는 사실만 알면 쉽고 간단하게 해결할 수 있는 흔한 주제
4. $x=-1$대입도 해보고, 양변 미분도 해보고. 간단하죠?
5. $\int_0^2 f(t)dt=\alpha$로 설정하고, 적분해서 α값만... 간단하죠?
6. $f(x)$가 기함수니까 $g(x)$는 우함수일거고, $g(-4)=g(2)=0$이므로 $g(x)$의 네 근을 바로 구할 수 있다. 극대는 $x=0$에서 생긴다는 것만 찾았다면 마무리만 하면 되겠다.
7. $f(x)-x$를 쓰고, 넓이 공식으로 마무리하자. 쉽다 쉬워
8. 대략적인 그림을 그려서 풀자.
9. 당연히 식을 절대 작성할 수 없는 문제. 대략적인 그림을 그려 상황을 관찰하고, 뺄셈으로 구성된 식이니까 같은 넓이를 찾아서 제거해주면 우리가 쉽게 구할 수 있는 직사각형 등의 모양으로만 넓이가 남을 것이라는 믿음을 가지고 시작하자.
10. 넓이 비로 최고차항 계수의 비를 바로 구해내자.
$A:A-B=3:2$로 식 한 줄 없이 마무리하면 되지 않을까?
11. $x=0$ 대입, 양변 미분! $f'(0)=f'(1)=0$을 만족하면서 조건 (나)까지 만족하려면 $f'(x)$가 중근을 갖는 형태로 만들어져야...
12. $v(t)+ta(t)$ 곱미분 형태라는 것만 찾아내면 쉽게 해결될 듯
13. 항상 넓이 구하는 문제는 구하기 쉽게 만들어서 구하기! 두 함수의 교점을 찾고 나면 넓이가 같은 삼각형 두 개가 보일 텐데
14. $g(2)=0$이라는 조건에서 $f(x)$가 너무 쉽게 구해져 버린다.
$g(x)$ 그린 후에 조건 (나)로 최고차항 계수까지 구해서 마무리하면 될 것 같다. 막힘 없이 풀 수 있어야 하는 문제
15. 상황판단을 차근차근! $g(x)$가 단순히 $g(-1)=g'(-1)=0$인 사차함수이다. 조건 (가)를 통해서 $g(x)$가 $x=2$에서 최댓값을 갖는다. $f(2)=0$, $\int_{-1}^1 f(t)dt<0$도 만족하는 $g(x)$개형을 찾으면 두 개 정도 나올 텐데, 조건 (나)까지 적용하면, 당연히 한 개만 남고, 열심히 계산해서 마무리하시면 되겠습니다.

7. 수열의 극한

1. 주어진 식이 수렴하니 새롭게 수렴하는 수열 c_n, d_n을 설정하는게 정직한 풀이. 물론 a_n, b_n이 수렴하겠지만... 일반적인 풀이를 알면서 그런 풀이를 써야지 싶어요.
2. 그냥 단순하게.. α랑 β가 둘 다 0으로 같을 수밖에 없잖아요!
3. 조건 (가)도 샌드위치, 조건 (나)도 시그마 씌운 후 샌드위치
4. $x=2$ 대입해서 a값 구해내고, $x=\frac{1}{3}$ 대입해서 구하면 되겠네.
5. 마찬가지로 $|x|$를 1 기준으로 범위를 나눠서 $f(x)$를 그려내자.
6. 설마 OA_n의 중점과 B_n의 길이를 구하진 않았겠지... 삼각형 넓이를 쉽게 구하기 위해 구할 밑변과 높이를 잘 정하길 바란다.
7. P_n의 x좌표가 n일 때, Q_n의 x좌표를 구하고, 대입하고 부분분수로 마무리하고... 너무 간단한 문제
8. 조건 (가)에서 a_n과 b_n이 모두 등비수열임을 알 수 있고, 조건 (나)에서 계산하면 공비가 구해지겠네. 구하라고 하는 수열도 새로운 등비수열이니까 계산, 계산, 계산만 하면 되겠네요~
9. 직각 삼각형 속 직각 삼각형, 원의 반지름에 피타고라스 흔한 소재인데... 혹시나 막혔다면 기출 학습이 부족한게 아닐까
10. $f(x)=(x-1)^2Q(x)+R(x)$로 설정하고 대입한 후 계산.
11. 점 E에서 선분 AD에 내린 수선의 발을 H라 하면, $\mathrm{AH}:\mathrm{EH}=8:1$이므로, 닮음에 의해 $\mathrm{A_1A_2}:\mathrm{A_2D_2}=8:1$이다. $\mathrm{A_2B_2}=a$라 하면, $\mathrm{B_1B_2}$도 a고, $\mathrm{A_1A_2}=\frac{1}{4}a$이므로 $\mathrm{A_1B_1}$을 a에 대하여 나타낼 수 있게 되는 전형적인 문제...

8. 미분법

1. 분모가 인수분해가 됩니다.
2. $f(0)$도 구하고, 분모 분자 x로 나눠서 극한값 계산해서 $f'(0)$까지 구해야 $g'(0)$의 값을 구할 수 있겠죠? 쉽다 쉬워
3. $f(\theta)$를 작성하고 극한까지 씌워져 있으면 삼각함수 미분으로 마무리할 수 있을 것 같다.
4. $(5,\ g(5))$에서의 접선을 작성하자. 그리고 $(0,\ 0)$을 대입하면, $g(5)=5g'(5)$에서 $f(a)=5$라 설정하면 a에 대한 방정식을 통해서 a값이 그냥 나오는 너무나도 쉬운 문제
5. 변곡점의 x좌표 찾으면 k값이 나오겠죠. 그냥 풀면 돼요~
6. $g(x)$를 먼저 그려야겠죠. 알고 있는 함수가 아니라면 $f(x)$ 미분하고 그려내는 건 당연하고, 그것보다도 이 쉬운 함수를 미분까지 해서 그려야 한다고? 개형이 바로 나와야 하는 거 아닌가요?
7. 두 직선이 이루는 예각의 크기가 주어졌다면 탄젠트 덧셈정리로 표현하고, $g(k)=\frac{2}{e^t}$꼴로 정리했다면, $k=f(-t+\ln 2)=h(t)$로 바꿀 수 있어야 한다. 양변 미분해서 마무리하면 되겠죠?
8. $g(x)$ 미분하면 $g'(x)=0$이 되는 상황부터 찾고, $x=3$에서 극솟값을 갖는다고 하니 $f(x)$의 대칭축이 $x=3$임을 찾을 수 있다. 남은 $g'(\alpha)=0$이 되는 즉, $f(x)=3$이 되는 α를 $3-a$, $3+a$로 설정하고 x좌표 3개를 곱하면 a값이 나온다.
9. 조건 (가), (나)에서 먼저 $f(x)$에 대한 극한 식을 뽑아냅시다. 그 식에 모양을 맞춰서 $f(\sin x)f(\cos x)$를 조작해야 한다. $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{f(\sin x)}{\sin x}=2$같은 방향으로...
10. $f(x)=ax^2+bx+c$로 설정하면 $g'(x)=f'(x)+\cos x$가 되려면 기울기가 음수인 일차함수와 $\cos x$가 음의 실근과 양의 실근을 가지려면 β에서 접해야 하는 상황임을 알 수 있다. 조건 (나)에서 $x=\beta$에서 극소이므로 $g''(x)=f''(x)-\sin x$에서 상수함수와 $\sin x$의 교점이 β이다. $\beta+k$도 교점이고, 둘의 간격이 $\frac{4}{3}\pi$이므로 $\sin x$ 그래프에서 $\beta=\frac{5}{6}\pi$이고 $a=\frac{1}{4}$면 된다. 다시 $g'(\beta)$에서의 접선이 $-f'(x)$와 같다. b값까지 찾아서 마무리하면 끝이다.

9. 적분법

1. 삼각함수 적분. 가끔 학생들이 당황할 때가 있다. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$을 사용해서 식 정리하고, 탄젠트 미분은 시컨트 제곱... 코탄젠트 미분은.. 이런 기본도 모르진 않겠지
2. $x=0$대입하고, 양변 미분하고 해야 할 것을 하면 된다. 미분 후에 $f'(x)$의 식이 구해졌으니 밑에 대입하면 되지 않을까? 인수분해까지 된다!
3. $x=0$대입하고, 양변 미분하고 해야 할 것을 하면 된다. 어렵진 않은 문제
4. 기계적으로 $\frac{k}{n}$과 $\frac{1}{n}$을 만들어내려 하면 풀릴 리가 없지. 그러니까 넣어뒀지...
5. 당연히 $x=0$대입 미분 대입 미분 반복하면 그냥 엥? 하고 풀려버리는 문제. 당연히 해야 할 것을 합시다.
6. 입체도형의 부피는 쉬우니까 한 문제만 풉시다.
7. 조건 (다)를 만족하려면 b는 3 또는 4여야 한다. 두 경우 모두 넓이가 $\frac{6a\pi}{b^2}$의 값을 갖는다는 것을 확인한 후 $b=3$일 때, $b=4$일 때 차근차근 보면 될 것 같다. 무난한 계산 문제.
8. 해야 할 일을 하자. 양변에 $x=0$도 집어넣어 보고, 미분도 해보고... 정적분을 포함하는 식이 보였다면 k로 놓고 또 해야 할 일을 합시다. 구하려는 꼴을 $f(x)$에 대입해보고, $f(x)\sin x$를 부분적분하면서 하나씩 구해나가면 되는 문제.
9. 조건 (가) 미분하고, $g(f(x))=x$로 처리하면 $f'(x)$가 한 번에 나오는 문제. $f'(x)$를 2부터 4까지 정적분한 것과 조건 (나)가 같은 상황을 말하고 있으니 마무리하면 되겠다. 요즘에 29번 문제로는 어림도 없고 한 27, 28?
10. 너무나 흔하고 익숙하고 언제든 나와도 이상하지 않을 주제! $f(x)$부터 미분해서 모든 실수에서 증가하는 것 확인한 후, 바로 $t-f(s)$가 x축과 만나는 점을 α라 할 때, $h(t)=\alpha$임을 설정하자. $h'(t)$를 작성하기 위해 t와 α 사이의 관계식만 찾아내면 끝나는 너무나 흔해진 주제.