목록

$2^{p+2} < n^2 \le \frac{1}{3}\times 2^{p+4}$

① $p=1$: $2^2 < n^2 \le \frac{1}{3}\times 2^5$ ∴ $n=3$

② $p=2$: $16 < n^2 \le \frac{1}{3}\times 2^6$

③ $p=3$: $32 < n^2 \le \frac{1}{3}\times 2^7$ ∴ $n=6$

④ $p=4$: $64 < n^2 \le \frac{1}{3}\times 2^8$ ∴ $n=9$

⑤ $p=5$: $128 < n^2 \le \frac{1}{3}\times 2^9$ ∴ $n=12, 13$

⑥ $p=6$: $256 < n^2 \le \frac{1}{3}\times 2^{10}$ ∴ $n=17, 18$

깨단수학 실력진단 테스트

약점보완 테스트 9회

학 교 : ________________ 학 년 : ________ 이 름 : ________________

1. 다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

> $\log_2(na-a^2)$과 $\log_2(nb-b^2)$은 같은 자연수이고
> $0<b-a\le \frac{n}{2}$인 두 실수 a, b가 존재한다.

$\log_2(na-a^2)=\log_2(nb-b^2)=p$ (p:자연수) ∴ 78

$nx-x^2=2^p$ (p:자연수) 두근 a, b

$x^2-nx+2^p=0$

$0<b-a=\sqrt{n^2-4\times 2^p}\le \frac{n}{2}$

$0<n^2-4\times 2^p \le \frac{n^2}{4}$

∴ $3+6+9+12+13+17+18 = 18+25+35 = 78$

2. 함수 $f(x)=x^4-8x^3+18x^2-20$과 자연수 n에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=|f(x)-f(n)+c|$ (단, c는 $0<c<10$인 상수)라 하고, 함수 $g(x)$가 미분가능하지 않은 실수 x의 개수를 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 합이 홀수일 때, c의 값을 구하시오.

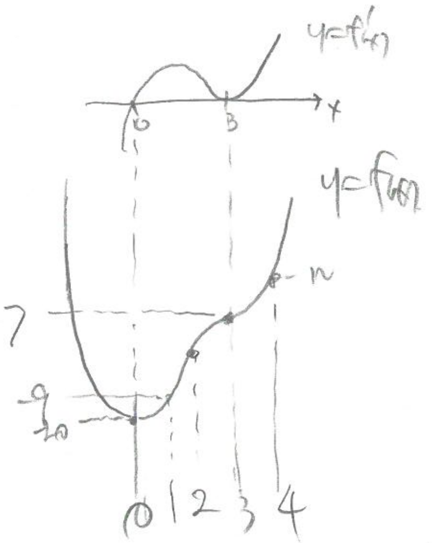
$f'(x)=4x^3-24x^2+36x=4x(x^2-6x+9)$

$=4x(x-3)^2$

$f(0)=-20$

$f(1)=1-8+18-20$

$=-9$



$f(3)=81-8\times 3^3+18\times 3^2-20$

$=81-8\times 27+18\times 9-20$

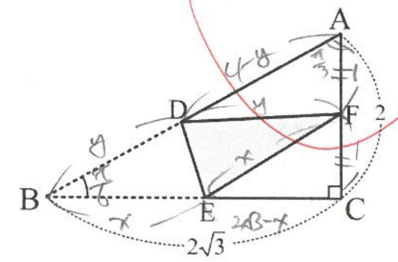
$=81-216+162-20$

$=243-236=7$

$f(4)=4^4-8\times 4^3+18\times 4^2-20$

$=-4\times 4^3+18\times 16-20=-256+288-20=12$ ∴ $c=5$

3. 그림과 같이 $\angle C=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC를 꼭짓점 B와 F가 만나도록 접는다. 점 F가 변 AC의 중점이고, $\angle B=\frac{\pi}{6}$, $\overline{BC}=2\sqrt{3}$, $\overline{CA}=2$라 할 때, 삼각형 DEF의 넓이를 구하시오.



[현대고 기출]

$x^2=1^2+(2\sqrt{3}-x)^2$

$x^2=x^2-4\sqrt{3}x+13$

∴ $4\sqrt{3}x=13$ ∴ $x=\frac{13}{4\sqrt{3}}$

△ADF에서

$y^2=(4-y)^2+1^2-2\cdot(4-y)\cdot 1\cdot\cos\frac{\pi}{3}$

$=(4-y)^2+1-(4-y)$

$=y^2-7y+13$

$y=\frac{13}{7}$

△DEF $=$ △BDE $=\frac{1}{2}\times x\times y\times\sin\frac{\pi}{6}$

$=\frac{1}{2}xy\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}xy$

$=\frac{1}{4}\times\frac{13}{4\sqrt{3}}\times\frac{13}{7}$

$=\frac{169}{112\sqrt{3}}=\frac{169\sqrt{3}}{336}$

4. 최고차항의 계수가 1이 이차함수 $f(x)$에 대하여 실수전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_{1-|x|}^{1+|x|} f(t)dt$$

는 $x=a$에서 극솟값을 갖는다. 실수 x에 대한 두 조건 p, q가 다음과 같다.

p : $f(x)g(x)=0$ $\quad$ q : $x^4-3x^3-6x^2+18x=0$

p가 q이기 위한 필요충분조건이고, $f(0)=0$일 때, $f(a^4)$의 값을 구하시오.

q: $x(x^3-3x^2-6x+18)=0$

$27-27-18+18$

$x(x-3)(x^2-6)=0$

	1	-3	-6	18
3		3	0	-18
	1	0	-6	0

$\therefore x(x-3)(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6})=0$

$x=0,\ 3,\ -\sqrt{6},\ \sqrt{6}$

$\therefore f(x)=x(x-3)$ ($\because g$가 극솟값)

$g(x)=\int_{1-|x|}^{1+|x|} f(t)dt$

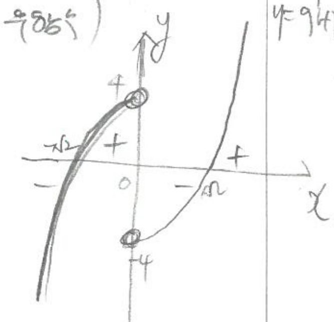
$=\int_{1-x}^{1+x} f(t)dt$ $(x\geq 0)$

$g'(x)=f(x+1)+f(1-x)$

$=(x+1)(x-2)+(1-x)(-2-x)$

$=(x+1)(x-2)+(x+2)(x-1)$

$=2x^2-4=2(x^2-2)$



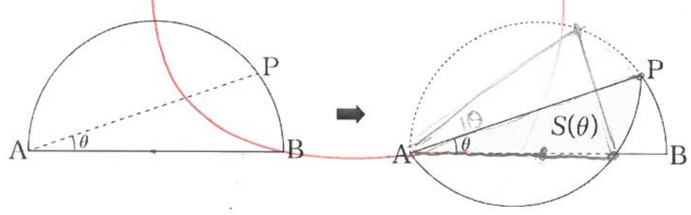
$a=+\sqrt{2}$

$\therefore f(4)=4\times 1$

$=4$

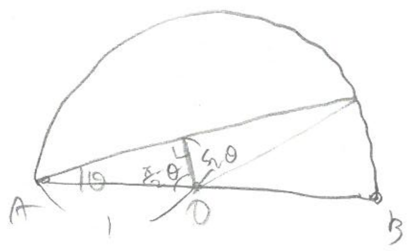
5. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 모양의 색종이가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 두 점 A, P를 연결하는 선을 접는 선으로 하여 색종이를 접는다. $\angle PAB=\theta$일 때, 포개어지는 부분의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\theta=\alpha$에서 $S(\theta)$가 최댓값을 갖는다고 할 때, $\cos 2\alpha$의 값은?

$\left(\text{단, } 0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$ [2017년 10월 교육청 가형 21번]



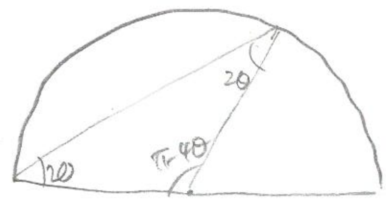
① $\frac{-2+\sqrt{17}}{8}$ ② $\frac{-1+\sqrt{17}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{17}}{8}$ ④ $\frac{1+\sqrt{17}}{8}$ ⑤ $\frac{2+\sqrt{17}}{8}$

④



$A(\theta)=\frac{1}{2}\cdot 1^2\cdot(\pi-2\theta)-\frac{1}{2}\times 1^2\sin(\pi-2\theta)$

$=\frac{1}{2}(\pi-2\theta)-\frac{1}{2}\sin 2\theta$



$B(\theta)=\frac{1}{2}(\pi-4\theta)-\frac{1}{2}\sin(\pi-4\theta)=\frac{1}{2}(\pi-4\theta)-\frac{1}{2}\sin 4\theta$

$S(\theta)=\frac{1}{2}(\pi-2\theta)-\frac{1}{2}\sin 2\theta-\frac{1}{2}(\pi-4\theta)+\frac{1}{2}\sin 4\theta$

$=\theta-\frac{1}{2}\sin 2\theta+\frac{1}{2}\sin 4\theta$ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$

$S'(\theta)=1-\cos 2\theta+2\cos 4\theta$

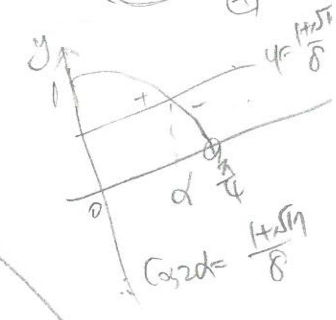
$=2(2\cos^2 2\theta-1)-\cos 2\theta+1$

$=4\cos^2 2\theta-\cos 2\theta-1$

$\cos 2\theta=\frac{1\pm\sqrt{1+16}}{8}$

$S'(\theta)=4\left(\cos 2\theta-\frac{1+\sqrt{17}}{8}\right)\times\left(\cos 2\theta-\frac{1-\sqrt{17}}{8}\right)$

(+)



$\cos 2\alpha=\frac{1+\sqrt{17}}{8}$