2025학년도 대학수학능력시험 대비
mikane 공통 모의평가 (1)

수학 영역 정답과 해설

1) 정답 ② $\frac{1}{2}$

2) 정답 ① 13

3) 정답 ② 9

4) 정답 ④ 1

5) 정답 ⑤ $\frac{360}{\pi}$

6) 정답 ② 1

7) 정답 ③ 3

8) 정답 ② $4\sqrt{2}-2$

9) 정답 ③ 0

10) 정답 ⑤ 18

11) 정답 ④ $\frac{\sqrt{114}}{9}$

12) 정답 ④ $-\frac{5}{3}$

13) 정답 ② $3+\frac{\sqrt{6}}{2}$

조건에 따라, $f(x)=0 \Rightarrow (x-p)f'(x+1)=0 \cdots$ ①
이때 $f(x)=0$의 실근을 작은 것부터 차례대로 $0,\ a,\ b$,
$f'(x)=0$의 실근을 작은 것부터 차례대로 $\alpha,\ \beta$라 하자.

①에서 $\{0,a,b\}\subset\{\alpha-1,\beta-1,p\}$이고, $0<\alpha<a<\beta<b$이므로

$$\alpha-1=0$$
$$\beta-1=a$$
$$p=b$$

임을 알 수 있다.

$f(x)$의 최고차항의 계수를 k라 하고 식을 세우면 다음과 같다. (단, $k\neq 0$)

$$f'(x)=3k(x-1)(x-a-1)$$
$$f(x)=kx(x-a)(x-p)$$

근과 계수의 관계를 응용하여 다음을 얻을 수 있다.

$$\frac{1+a+1}{2}=\frac{a+p}{3} \quad \therefore p=\frac{1}{2}a+3$$

대입하여 정리하면,

$$f(x)=kx^3-k(3+\frac{3}{2}a)x^2+k(\frac{1}{2}a^2+3a)x$$

양변을 미분해서 $x=1$을 대입하면 $a=\sqrt{6}$, 따라서 $p=3+\frac{\sqrt{6}}{2}$이다.

14) 정답 ④ 7

먼저 $\frac{1}{2}g'(f(n))=1-f(n)$에서
$g'(0)=2,\ g'(1)=0,\ g'(2)=-2$를 얻는다.
$g(x)$는 이차함수이므로

$$g(0)=g(2)<g(1)\cdots ①$$

$f(n)$의 역함수를 $f^{-1}(n)$이라 하자. 이를 이용해 조건을 정리하면 다음과 같다.

$g(0)$의 $f^{-1}(0)+2$제곱근 중 실수가 $f^{-1}(0)$개 존재한다.
$g(1)$의 $f^{-1}(1)+2$제곱근 중 실수가 $f^{-1}(1)$개 존재한다.
$g(2)$의 $f^{-1}(2)+2$제곱근 중 실수가 $f^{-1}(2)$개 존재한다. $\cdots$ ②

$g(0)=g(2),\ f^{-1}(0)\neq f^{-1}(2)$이므로 $f^{-1}(0),\ f^{-1}(2)$중 하나는 홀수(1)이다.
따라서, $f^{-1}(1)$은 0 또는 2의 값을 갖는다.

i) $f^{-1}(1)=0$인 경우 $\Leftrightarrow g(1)<0$:
①에서 $g(0)=g(2)<g(1)<0$이므로 $f^{-1}(0),\ f^{-1}(2)$중 어느 것도 2의 값을 가질 수 없다. 따라서 f는 일대일함수가 아니다. (모순)

ii) $f^{-1}(1)=2$인 경우 $\Leftrightarrow g(1)>0$:
$\{f^{-1}(0),f^{-1}(2)\}=\{0,1\}$이므로 $g(0)=g(2)<0<g(1)$으로 조건을 만족시킨다. ★

우리가 구하는 값은 $\sum_{k=1}^{3}kf(k-1)=f(0)+2f(1)+3f(2)$이다.

ii-1) $f^{-1}(1)=2,\ f^{-1}(0)=0,\ f^{-1}(2)=1$인 경우

$$\sum_{k=1}^{3}kf(k-1)=0+2\times2+3\times1=7$$

ii-2) $f^{-1}(1)=2,\ f^{-1}(0)=1,\ f^{-1}(2)=0$인 경우

$$\sum_{k=1}^{3}kf(k-1)=2+2\times0+3\times1=5$$

따라서 $\sum_{k=1}^{3}kf(k-1)$의 최댓값은 7이다.

15) 정답 ⑤ 24

곱해서 20이 되는 수들을 찾아보면,

$4\times5>4+5$
$2\times10>2+10$
$1\times20<1+20\cdots$(불가)

더해서 20이 되는 수들을 찾아보면,

$1+19>1\times19$
$2+18<2\times18\cdots$(불가)

가능한 경우를 모두 나열하면,

a_1	a_2	a_3	a_4
1	4	5	20
5	2	10	
18	1	19	

$1+5+18=24$
16) 정답 6

17) 정답 2

18) 정답 5

19) 정답 52

20) 정답 7

21) 정답 15

22) 정답 6