

1. [문항코드]

$2^{\sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}-1}$  의 값은?

[2점]

- ① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③ 2      ④  $2\sqrt{2}$       ⑤ 4

$2^1 = 2$       ③

2. [문항코드]

함수  $f(x)=2x^2-x$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-1}{x-1}$ 의 값은?

[2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

$$f'(1) = 3 \quad \textcircled{3}$$

3. [문항코드]

$\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\sin(-\theta) = \frac{1}{3}$ 일 때,  $\tan\theta$ 의 값은?

[3점]

- ①  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$     ②  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$     ③  $-\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

$$\sin\theta = -\frac{1}{3} \rightarrow \tan\theta = \frac{-\sqrt{2}}{4} \quad \textcircled{2}$$

4. [문항코드]

함수  $f(x) = x^3 + ax + b$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 5$ 일 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① -10    ② -8    ③ -6    ④ -4    ⑤ -2

[3점]

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \quad \text{에서 } f(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + b = 0$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1) = 5 \Rightarrow \begin{matrix} f'(x) = 3x^2 + a \\ 3 + a = 5, a = 2 \\ b = -3 \end{matrix}$$

$$\therefore ab = (-6)$$

5. [문항코드]

$\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인  $\theta$ 에 대하여

$$\frac{1}{1 - \cos \theta} + \frac{1}{1 + \cos \theta} = 18$$

일 때,  $\sin \theta$ 의 값은?

[3점]

- ①  $-\frac{2}{3}$     ②  $-\frac{1}{3}$     ③ 0    ④  $\frac{1}{3}$     ⑤  $\frac{2}{3}$

$$\frac{2}{(1-c)(1+c)} = 18 \rightarrow c = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$$

$$\rightarrow s = -\frac{1}{3} \quad (2)$$

## 6

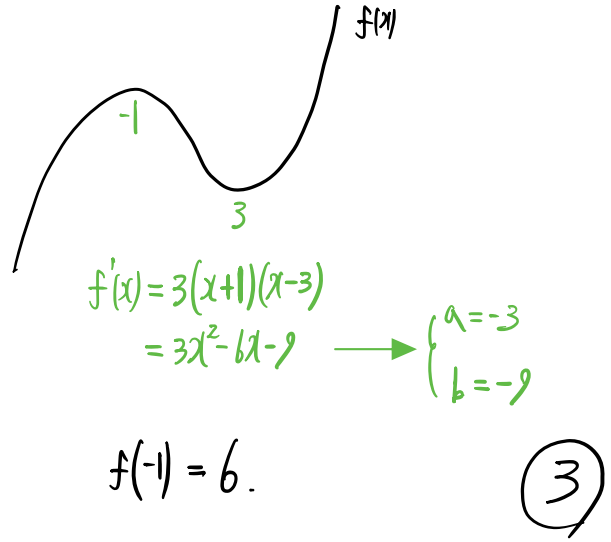
## 수학 영역

6. [문항코드]

함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 은  $x = -1$ 에서 극대이고,  $x = 3$ 에서 극소이다. 함수  $f(x)$ 의 극댓값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

[3점]

- ① 0      ② 3      ③ 6      ④ 9      ⑤ 12



7. [문항코드]

등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때,

$$S_7 - S_4 = 0, S_6 = 30$$

이다.  $a_2$ 의 값은?

[3점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

$$a_5 + a_6 + a_7 = 3a_6 = 0 \rightarrow a_6 = 0.$$

$$S_6 = \frac{6}{2} \cdot (2a_1 + 5d)$$

$$= 3a_1$$

$$= 30 \rightarrow a_1 = 10.$$

$$\therefore d = -2.$$

②

8. [문항코드]

두 함수

$$f(x) = -x^4 - x^3 + 2x^2, \quad g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + a$$

가 있다. 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식

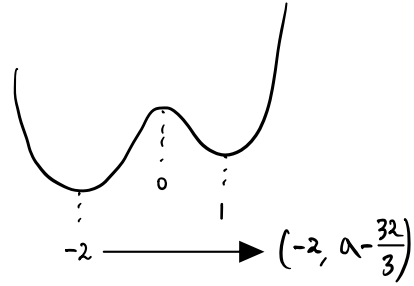
$$f(x) \leq g(x)$$

가 성립할 때, 실수  $a$ 의 최솟값은?

[3점]

- ① 8      ②  $\frac{26}{3}$       ③  $\frac{28}{3}$       ④ 10      ⑤  $\frac{32}{3}$

$$x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + a \geq 0$$



$$\longrightarrow a - \frac{32}{3} \geq 0$$

⑤



9. [문항코드]

수직선 위의 두 점  $P(\log_5 3)$ ,  $Q(\log_5 12)$ 에 대하여 선분 PQ를  $m : (1-m)$ 으로 내분하는 점의 좌표가 1일 때,  $4^m$ 의 값은? (단,  $m$ 은  $0 < m < 1$ 인 상수이다.)

[4점]

- ①  $\frac{7}{6}$       ②  $\frac{4}{3}$       ③  $\frac{3}{2}$       ④  $\frac{5}{3}$       ⑤  $\frac{11}{6}$

$$1 = \log_5 5.$$



$$\log_5 \frac{2}{5} : \log_5 \frac{5}{3} = 1-m : m \rightarrow m = \frac{\log_5 \frac{5}{3}}{\log_5 4} = \log_4 \frac{5}{3} \quad \textcircled{4}$$

## 10. [문항코드]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(-2, f(-2))$ 에서의 접선과 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(2, 3)$ 에서의 접선이 점  $(1, 3)$ 에서 만날 때,  $f(0)$ 의 값은?

[4점]

- ① 31      ② 33      ③ 35      ④ 37      ⑤ 39

$$f(x) = (x-2)^2(x-a) + 3$$

$$f(-2) = -16a - 29, \quad f'(-2) = 8a + 32$$

$$\rightarrow 3 = (8a + 32) \cdot (1 - (-2)) - 16a - 29$$

$$\rightarrow a = -8$$

③

11. [문항코드]

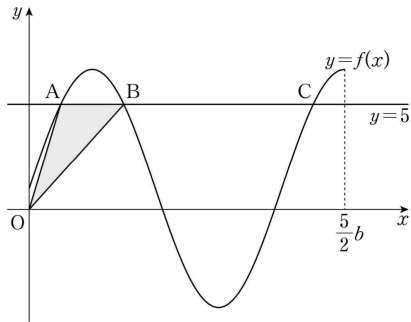
그림과 같이 두 상수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin \frac{\pi x}{b} + 1 \quad \left( 0 \leq x \leq \frac{5}{2}b \right)$$

의 그래프와 직선  $y=5$ 가 만나는 점을  $x$ 좌표가 작은 것부터 차례로 A, B, C라 하자.  $\overline{BC} = \overline{AB} + 6$ 이고 삼각형 AOB의 넓이가  $\frac{15}{2}$ 일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? (단,  $a > 4, b > 0$ 이고, O는 원점이다.)

[4점]

- ① 68      ② 70      ③ 72      ④ 74      ⑤ 76



$$\overline{AB} = 3 \rightarrow A\left(\frac{b-3}{2}, 5\right), B\left(\frac{b+3}{2}, 5\right)$$

$$\rightarrow \overline{BC} = 9$$

$$\rightarrow C\left(\frac{b+21}{2}, 5\right)$$

$$\rightarrow a \sin \frac{\pi}{b} \left(\frac{b+21}{2}\right) + 1 = 5, \overline{AC} = 12 = 2b$$

$$\rightarrow a = 4\sqrt{2}$$

①

12. [문항코드]

최고차항의 계수가  $-1$ 인 이차함수  $f(x)$ 와 상수  $a$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ a - f(-x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

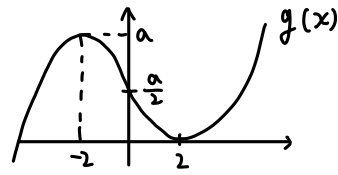
(가)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x} = -4$   
 (나) 함수  $g(x)$ 의 극솟값은  $0$ 이다.

$g(-a)$ 의 값은?

- [4점]
- ①  $-40$     ②  $-36$     ③  $-32$     ④  $-28$     ⑤  $-24$

$g(x)$ :  $(0, \frac{a}{2})$  점대칭

(가) 에서  $g'(0) = f'(0) = -4$  :  $f(x) = -x^2 - 4x + \frac{a}{2}$



$g(-2) = f(-2) = -4 + 8 + \frac{a}{2} = a, a = 8$

$\therefore f(x) = -x^2 - 4x + 4, g(-a) = f(-8) = -28$

13. [문항코드]

수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 = -3$ ,  $a_{20} = 1$ 이고, 3 이상의 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_{n-1}$$

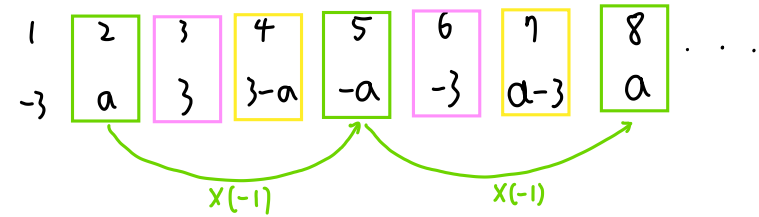
을 만족시킨다.  $\sum_{n=1}^{50} a_n$ 의 값은?

- ① 2      ② 1      ③ 0      ④ -1      ⑤ -2

[4점]

$$a_1 + a_2 + a_3 = a_2, a_3 = 3$$

$$\begin{aligned} S_{n+1} &= a_n \\ - S_n &= a_{n-1} \\ \hline a_{n+1} &= a_n - a_{n-1} \\ a_n &= a_{n+1} + a_{n-1} \end{aligned}$$



$$a_{20} = a_2 \cdot (-1)^6 = a = 1$$

$$S_{50} = a_{49} = a_4 \cdot (-1)^{15} = -(3-a) = -2$$

14. [문항코드]

최고차항의 계수가 1이고  $f'(2) = 0$ 인 이차함수  $f(x)$ 가 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\int_4^n f(x) dx \geq 0$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ.  $f(2) < 0$

ㄴ.  $\int_4^3 f(x) dx > \int_4^2 f(x) dx$

ㄷ.  $6 \leq \int_4^6 f(x) dx \leq 14$

[4점]

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$$f(x) = (x-2)^2 + m$$

$$\int_4^n f(x) dx = (n-4) \cdot \left\{ m + \frac{(n-1)^2 + 3}{3} \right\}$$

$$\begin{cases} 1 \leq n \leq 3 : m + \frac{(n-1)^2 + 3}{3} \leq 0 \\ n \geq 5 : m + \frac{(n-1)^2 + 3}{3} \geq 0 \end{cases} \rightarrow -\frac{19}{3} \leq m \leq -\frac{7}{3} \quad \textcircled{7}$$

$$\begin{aligned} \int_4^3 f(x) dx - \int_4^2 f(x) dx &= \left(-m - \frac{7}{3}\right) - \left(-2m - \frac{8}{3}\right) \\ &= m + \frac{1}{3} < 0 \quad \cancel{4} \end{aligned}$$

$$6 \leq \int_4^6 f(x) dx = 2m + \frac{56}{3} \leq 14 \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{3}$$

15. [문항코드]

첫째항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때,  $a_6 + a_7 = 3$ 이 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합은?

[4점]

- ① 139    ② 146    ③ 153    ④ 160    ⑤ 167

$a_1$ : 짝수  $\rightarrow a_1 = 2^k$  [짝수]  
 $\rightarrow a_2 = 2^{k-1}$  [짝수]  $\left\{ \begin{array}{l} a_3 = 2^{k-1} \text{ [짝수]} \\ a_3 = 2^k \text{ [짝수]} \end{array} \right.$  ...

any way, 모든  $a_n$ : 자연수!

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
1	2	1	2	1	2	1
4	8	4			2	1
3	8	4			2	1
16	8	4			2	1
12	6	3	8	4		
5	32	16				
64	32	16				

$\sum a_i = 48$

결과, 73의 배!

문제 풀이 과정에서 hint 얻기.

$\sum a_i = 15$

③

16. [문항코드]

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ 의 값을 구하시오.

[3점]

5



17. [문항코드]

두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k) = 34, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k = 10$$

일 때,  $\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

34 - 10

24

18. [문항코드]

함수  $f(x) = (x^2 + 1)(x^2 + ax + 3)$ 에 대하여  $f'(1) = 32$ 일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

[3점]

$$32 = 2 \cdot (1 + a + 3) + 2 \cdot (2 + a)$$

$$= 4a + 12$$

5

19. [문항코드]

시각  $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 12t - 12, \quad v_2(t) = 3t^2 + 2t - 12$$

이다. 시각  $t=k$  ( $k > 0$ )에서 두 점 P, Q의 위치가 같을 때, 시각  $t=0$ 에서  $t=k$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오.

[3점]

$$\int_0^k (v_1 - v_2) dt = 0$$

$$\int_0^k (-3t^2 + 10t) dt = -k^3 + 5k^2$$

$$= 0 \longrightarrow k = 5.$$

$$\int_0^5 |v_1| dt = \int_0^1 (2 - 12t) dt + \int_1^5 (2t - 12) dt$$

$$= 6 + 96$$

$$= 102$$

$$(102)$$

20. [문항코드]

$a > \sqrt{2}$ 인 실수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x$$

라 하자. 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $O(0, 0)$ 에서의 접선이 곡선  $y=f(x)$ 와 만나는 점 중  $O$ 가 아닌 점을  $A$ 라 하고, 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $A$ 에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을  $B$ 라 하자. 점  $A$ 가 선분  $OB$ 를 지름으로 하는 원 위의 점일 때,  $\overline{OA} \times \overline{AB}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

$$f'(0) = 2 \rightarrow -3x^2 + 2ax + 2 = 2x$$

$$\rightarrow A(a, 2a)$$

$$m_{OA} \times m_{AB} = -1 \rightarrow m_{AB} = -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow f'(a) = -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow a^2 = \frac{5}{2}$$

$$\rightarrow \overline{OA} \cdot \overline{AB} = |0a^2$$

$$= 25,$$

(25)



22. [문항코드]

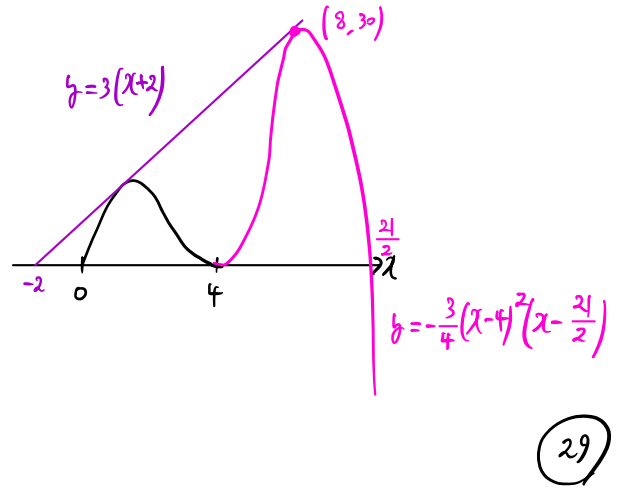
삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 구간  $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} x^3 - 8x^2 + 16x & (0 < x \leq 4) \\ f(x) & (x > 4) \end{cases}$$

라 하자. 함수  $g(x)$ 가 구간  $(0, \infty)$ 에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때,  $g(10) = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

- (가)  $g\left(\frac{21}{2}\right) = 0$
- (나) 점  $(-2, 0)$ 에서 곡선  $y = g(x)$ 에 그은, 기울기가 0이 아닌 접선이 오직 하나 존재한다.

[4점]



4. [문항코드]

첫째항이 1이고 공차가 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3n+1}$ 의 값은?

- ①  $\frac{2}{3}$       ② 1      ③  $\frac{4}{3}$       ④  $\frac{5}{3}$       ⑤ 2

[2점]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{n}}{3 + \frac{1}{n}} = \frac{2}{3} \quad (\because a_n = 2n-1) \quad \textcircled{1}$$

32. [문항코드]

수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$3^n - 2^n < a_n < 3^n + 2^n$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^{n+1} + 2^n}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{5}{6}$

[3점]

$$\frac{3^n - 2^n}{3^{n+1} + 2^n} < \frac{a_n}{3^{n+1} + 2^n} < \frac{3^n + 2^n}{3^{n+1} + 2^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{3^n - 2^n}{3^{n+1} + 2^n} \right\} \downarrow \frac{1}{3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{3^n + 2^n}{3^{n+1} + 2^n} \right\} \downarrow \frac{1}{3}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^{n+1} + 2^n} = \frac{1}{3}$$



33. [문항코드]

양의 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 있다.  $g(x)$ 는  $f(x)$ 의 역함수이고,  $g'(x)$ 는 양의 실수 전체의 집합에서 연속이다.

모든 양수  $a$ 에 대하여

$$\int_1^a \frac{1}{g'(f(x))f(x)} dx = 2\ln a + \ln(a+1) - \ln 2$$

이고  $f(1) = 8$ 일 때,  $f(2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 36      ② 40      ③ 44      ④ 48      ⑤ 52

$$\int_1^a \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln f(a) - \ln f(1)$$

$$= \ln f(a) - 3 \ln 2$$

$$\longrightarrow f(a) = 4a^2(a+1) \quad (4)$$

34. [문항코드]

함수  $f(x) = e^{2x} + e^x - 1$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때, 함수  $g(5f(x))$ 의  $x=0$ 에서의 미분계수는?

[3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③ 1      ④  $\frac{5}{4}$       ⑤  $\frac{3}{2}$

$$g'(5f(x)) \cdot 5f'(x) = g'(5) \cdot 5$$

$$= \frac{15}{f'(0)}$$

$$= \frac{3}{2}$$

⑤

35. [문항코드]

실수  $t$ 에 대하여 원점을 지나고 곡선  $y = \frac{1}{e^x} + e^t$ 에 접하는 직선의 기울기를  $f(t)$ 라 하자.  $f(a) = -e\sqrt{e}$ 를 만족시키는 상수  $a$ 에 대하여  $f'(a)$ 의 값은?

[3점]

- ①  $-\frac{1}{3}e\sqrt{e}$    ②  $-\frac{1}{2}e\sqrt{e}$    ③  $-\frac{2}{3}e\sqrt{e}$    ④  $-\frac{5}{6}e\sqrt{e}$    ⑤  $-e\sqrt{e}$

$$y = e^{-x} + e^t, \quad y' = -e^{-x}$$

$$y = -e^{-s} \cdot (x-s) + e^{-s} + e^t \rightarrow -e^t = (s+t)e^{-s}$$

$$\rightarrow -e^t = -se^{-s} \cdot \frac{ds}{dt}$$

$$f(t) = -e^{-s} \rightarrow f'(t) = e^{-s} \cdot \frac{ds}{dt}$$

$$= \frac{e^t}{s} \rightarrow f'(a) = \frac{\frac{1}{2}e\sqrt{e}}{-\frac{3}{2}} \quad \text{①}$$

# 6

## 수학 영역

6. [문항코드]

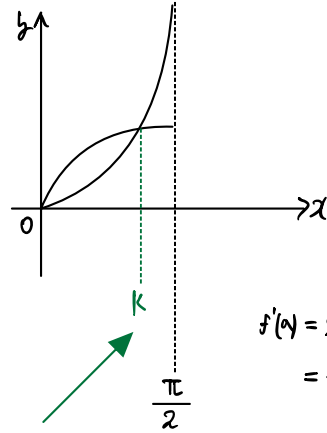
$0 < a < 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 구간  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 두 함수

$$y = \sin x, y = a \tan x$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를  $f(a)$ 라 할 때,  $f'\left(\frac{1}{e^2}\right)$ 의 값은?

[4점]

- ①  $-\frac{5}{2}$     ②  $-2$     ③  $-\frac{3}{2}$     ④  $-1$     ⑤  $-\frac{1}{2}$



$$\begin{aligned} f(a) &= \int_0^K (\sin x - a \tan x) dx \\ &= \int_0^{g(a)} (\sin x - a \tan x) dx \\ &= \int_0^{g(a)} \sin x dx - a \int_0^{g(a)} \tan x dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(a) &= \sin g(a) \cdot g'(a) - \int_0^{g(a)} \tan x dx - a \tan g(a) \cdot g'(a) \\ &= -\int_0^{g(a)} \tan x dx \rightarrow f'(e^{-2}) = -\int_0^{g(e^{-2})} \tan x dx \\ &= \int_1^{\cos g(e^{-2})} \frac{1}{t} dt \\ &= \int_1^{e^{-2}} \frac{1}{t} dt \\ &= -2. \end{aligned}$$

$g(a) \rightarrow \sin g(a) = a \tan g(a)$

$\rightarrow a = \cos g(a)$

$\rightarrow | = -\sin g(a) \cdot g'(a)$

$\rightarrow$

(2)

37. [문항코드]

세 실수  $a, b, k$ 에 대하여 두 점  $A(a, a+k), B(b, b+k)$ 가 곡선  $C: x^2 - 2xy + 2y^2 = 15$  위에 있다. 곡선  $C$  위의 점  $A$ 에서의 접선과 곡선  $C$  위의 점  $B$ 에서의 접선이 서로 수직일 때,  $k^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a+2k \neq 0, b+2k \neq 0$ )

[4점]

$$C : (x-y)^2 + y^2 = 15$$

$$k^2 + (a+k)^2 = k^2 + (b+k)^2 = 15$$

$$(2x - 2y) - (2x - 4y) \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x-2y}{2x-4y} = \frac{x-y}{x-2y}$$

점  $A$ 에서의 접선의 기울기 :  $\frac{-k}{-a-2k} = \frac{k}{a+2k}$   
 점  $B$ 에서의 접선의 기울기 :  $\frac{-k}{b+2k} = \frac{k}{b+2k}$

$$k^2 + (a+2k)(b+2k) = 0$$

$$k^2 + (a+k)^2 = 15$$

$$k^2 + (b+k)^2 = 15$$

$$(a+k)^2 = (b+k)^2$$

$$a+k = -b-k$$

$$\Rightarrow a+b = -2k \Rightarrow b = -2k - a$$

$$a^2 + 2ak + k^2 - \{ab + 2k(a+b) + 4k^2\} = 15$$

$$(a+k)^2 - ab = 15$$

$$(a+k)^2 - a(-a-2k) = a^2 + 2ak + k^2 + a^2 + 2ak = 15$$

$$2a^2 + 4ak + k^2 = 15$$

$$2a^2 + 4ak + 4k^2 = 15 + 3k^2 = 30$$

$$\therefore k^2 = 5$$

