기출조각 기출 문제 모의고사
수학 영역

2021 9월 나형 2번

1. 함수 $f(x)=x^3-2x-7$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2021 6월 가형 1번

2. $\sqrt[3]{8}\times 4^{\frac{3}{2}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2024 6월 공통 7번

3. . 상수 $a\,(a>2)$에 대하여 함수 $y=\log_2(x-a)$의 그래프의 점근선이 두 곡선 $y=\log_2\frac{x}{4}$, $y=\log_{\frac{1}{2}}x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=4$일 때, a의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

2019 9월 나형 8번

4. $\int_0^2(3x^2+2x)dx$의 값은? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

2021 6월 나형 4번

5. $\lim_{x\to 2}\frac{3x^2-6x}{x-2}$ 의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2021 9월 나형 11번

6. n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$(n^2+6n+5)x^2-(n+5)x-1=0$$

의 두 근의 합을 a_n이라 하자. $\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{a_k}$의 값은? [3점]

① 65 ② 70 ③ 75 ④ 80 ⑤ 85

2019 6월 가형 8번

7. 곡선 $y=|\sin 2x|+1$과 x축 및 두 직선 $x=\frac{\pi}{4}$, $x=\frac{5\pi}{4}$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\pi+1$ ② $\pi+\frac{3}{2}$ ③ $\pi+2$ ④ $\pi+\frac{5}{2}$ ⑤ $\pi+3$

수학 영역

2021 수능 가형 13번

8. $\frac{1}{4}<a<1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 선분 AB를 $1:4$로 외분하는 점의 좌표는 $(0, 1)$이다.

ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a=\frac{1}{2}$이다.

ㄷ. $\overline{AB} < \overline{CD}$이면 $\frac{1}{2}<a<1$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2021 6월 나형 17번

9. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=4x^3+x\int_0^1 f(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2020 수능 가형 20번

10. 한 개의 동전을 7번 던질 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

(가) 앞면이 3번 이상 나온다.
(나) 앞면이 연속해서 나오는 경우가 있다.

① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{23}{32}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{25}{32}$ ⑤ $\frac{13}{16}$

2021 6월 나형 15번

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t) = -4t+5$$

이다. 시각 $t=3$에서 점 P의 위치가 11일 때, 시각 $t=0$에서 점 P의 위치는? [4점]

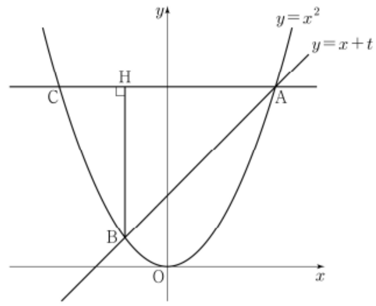
① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

2023 9월 공통 12번

12. 실수 $t\,(t>0)$에 대하여 직선 $y=x+t$와 곡선 $y=x^2$이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=x^2$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C, 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\lim_{t \to 0+} \frac{\overline{\mathrm{AH}} - \overline{\mathrm{CH}}}{t}$의 값은? (단, 점 A의 x좌표는 양수이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



수학 영역

2021 9월 나형 20번

13. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \geq g(x)$
(나) $f(x)+g(x)=x^2+3x$
(다) $f(x)g(x)=(x^2+1)(3x-1)$

$\int_0^2 f(x)dx$의 값은? [4점]

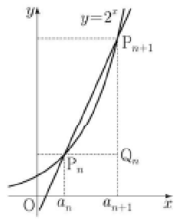
① $\frac{23}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{29}{6}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

2021 수능 가형 16번

14. 상수 $k(k>1)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

모든 자연수 n에 대하여 $a_n < a_{n+1}$이고
곡선 $y=2^x$ 위의 두 점 $\mathrm{P}_n(a_n, 2^{a_n})$, $\mathrm{P}_{n+1}(a_{n+1}, 2^{a_{n+1}})$을
지나는 직선의 기울기는 $k \times 2^{a_n}$이다.

점 P_n을 지나고 x축에 평행한 직선과 점 P_{n+1}을 지나고 y축에 평행한 직선이 만나는 점을 Q_n이라 하고 삼각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 넓이를 A_n이라 하자.



다음은 $a_1=1$, $\frac{A_3}{A_1}=16$일 때, A_n을 구하는 과정이다.

두 점 P_n, P_{n+1}을 지나는 직선의 기울기가 $k \times 2^{a_n}$이므로
$2^{a_{n+1}-a_n}=k(a_{n+1}-a_n)+1$
이다. 즉, 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}-a_n$은
방정식 $2^x=kx+1$의 해이다.
$k>1$이므로 방정식 $2^x=kx+1$은 오직 하나의 양의 실근
d를 갖는다. 따라서 모든 자연수 n에 대하여
$a_{n+1}-a_n=d$이고, 수열 $\{a_n\}$은 공차가 d인 등차수열이다.
점 Q_n의 좌표가 $(a_{n+1}, 2^{a_n})$이므로
$A_n=\frac{1}{2}(a_{n+1}-a_n)(2^{a_{n+1}}-2^{a_n})$
이다. $\frac{A_3}{A_1}=16$이므로 d의 값은 $\boxed{(가)}$이고,
수열 $\{a_n\}$의 일반항은
$a_n=\boxed{(나)}$
이다. 따라서 모든 자연수 n에 대하여 $A_n=\boxed{(다)}$이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $p+\frac{g(4)}{f(2)}$의 값은? [4점]

① 118 ② 121 ③ 124 ④ 127 ⑤ 130

수학 영역

2021 9월 가형 21번

15. 닫힌구간 $[-2\pi, 2\pi]$에서 정의된 두 함수

$$f(x)=\sin kx+2,\quad g(x)=3\cos 12x$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k의 개수는? [4점]

실수 a가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 교점의 y좌표이면 $\{x \mid f(x)=a\} \subset \{x \mid g(x)=a\}$ 이다.

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2023 9월 공통 19번

16. 방정식 $3x^4-4x^3-12x^2+k=0$이 서로 다른 4개의 실근을 갖도록 하는 자연수 k의 개수를 구하시오. [3점]

2019 수능 나형 24번

17. 첫째항이 7인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_9-S_5}{S_6-S_2}=3$$

일 때, a_7의 값을 구하시오. [3점]

수학 영역

2023 수능 공통 19번

18. 방정식 $2x^3-6x^2+k=0$의 서로 다른 양의 실근의 개수가 2가 되도록 하는 정수 k의 개수를 구하시오. [3점]

2021 6월 나형 24번

19. 곡선 $y=x^3-6x^2+6$ 위의 점 $(1,\ 1)$에서의 접선이 점 $(0,\ a)$를 지날 때, a의 값을 구하시오. [3점]

2020 수능 나형 28번

20. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여
> $\int_1^x f(t)\,dt=\frac{x-1}{2}\{f(x)+f(1)\}$이다.
> (나) $\int_0^2 f(x)\,dx=5\int_{-1}^1 xf(x)\,dx$

$f(0)=1$일 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

수학 영역

2020 9월 나형 26번

21. n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-(2n-1)x+n(n-1)=0$$

의 두 근을 α_n, β_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{81}\frac{1}{\sqrt{\alpha_n}+\sqrt{\beta_n}}$의 값을 구하시오. [4점]

2019 수능 나형 27번

22. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=-\frac{1}{3}t^3+3t^2+k \quad (k\text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때 점 P의 위치는 40이다. k의 값을 구하시오. [4점]

수학 영역(기하)

2021 수능 나형 30번

23. 함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$는 일차함수이다. 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases} |f(x)-g(x)| & (x<1) \\ f(x)+g(x) & (x\geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0)=0$, $h(2)=5$일 때, $h(4)$의 값을 구하시오. [4점]

2022 9월 기하 23번

24. 좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(a,\ 1,\ -1)$, $\mathrm{B}(-5,\ b,\ 3)$에 대하여 선분 AB의 중점의 좌표가 $(8,\ 3,\ 1)$일 때, $a+b$의 값은? [2점]

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

수학 영역(기하)

2023 수능 기하 25번

25. 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$$|\vec{a}| = \sqrt{11}, \quad |\vec{b}| = 3, \quad |2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{17}$$

일 때, $|\vec{a} - \vec{b}|$의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

2023 수능 기하 26번

26. 좌표공간에 평면 α가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 서로 다른 두 점 A, B의 평면 α 위로의 정사영을 각각 A′, B′이라 할 때,

$$\overline{AB} = \overline{A'B'} = 6$$

이다. 선분 AB의 중점 M의 평면 α 위로의 정사영을 M′이라 할 때,

$$\overline{PM'} \perp \overline{A'B'}, \quad \overline{PM'} = 6$$

이 되도록 평면 α 위에 점 P를 잡는다.
삼각형 A′B′P의 평면 ABP 위로의 정사영의 넓이가 $\frac{9}{2}$일 때, 선분 PM의 길이는? [3점]

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

2023 수능 기하 24번

27. 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{6}=1$ 위의 점 $(\sqrt{3},\ -2)$에서의 접선의 기울기는? (단, a는 양수이다.) [3점]

① $\sqrt{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{5}$

2022 수능 기하 26번

28. 좌표평면에서 세 벡터

$$\vec{a}=(2,\ 4),\quad \vec{b}=(2,\ 8),\quad \vec{c}=(1,\ 0)$$

에 대하여 두 벡터 $\vec{p}$, $\vec{q}$가

$$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0,\quad \vec{q}=\frac{1}{2}\vec{a}+t\vec{c}\ (t\text{는 실수})$$

를 만족시킬 때, $|\vec{p}-\vec{q}|$의 최솟값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

2019 6월 가형 19번

29. 0이 아닌 실수 p에 대하여 좌표평면 위의 두 포물선 $x^2=2y$와 $\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=4px$에 동시에 접하는 직선의 개수를 $f(p)$라 하자. $\lim_{p\to k+} f(p) > f(k)$를 만족시키는 실수 k의 값은? [4점]

① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{9}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2021 6월 기하 30번

30. 좌표평면 위의 네 점 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$, $C(-2, 0)$, $D(0, -2)$를 꼭짓점으로 하는 정사각형 ABCD의 네 변 위의 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{AB})(\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{AD})=0$
(나) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}\geq -2$이고 $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OP}\geq 0$이다.
(다) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OQ}\geq -2$이고 $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OQ}\leq 0$이다.

점 $R(4, 4)$에 대하여 $\overrightarrow{RP}\cdot\overrightarrow{RQ}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

정답

1 : ①	11 : ④	21 : 9
2 : ⑤	12 : ②	22 : 22
3 : ③	13 : ③	23 : 39
4 : ④	14 : ⑤	24 : ④
5 : ①	15 : ②	25 : ②
6 : ①	16 : 4	26 : ⑤
7 : ③	17 : 63	27 : ③
8 : ③	18 : 7	28 : ②
9 : ①	19 : 10	29 : ③
10 : ①	20 : 7	30 : 48