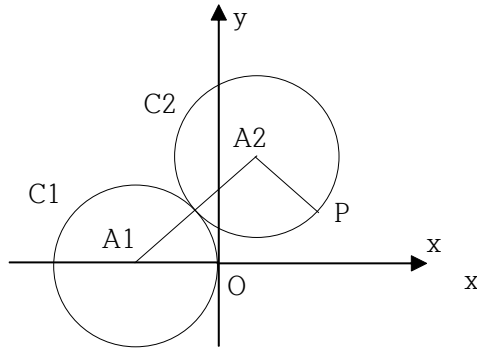


2024학년도 연세대학교 수시모집 자연계열 논술시험 문제(수학)

0회차 (제한시간 90분)

※문제에 답하시오.1)

[문제 1] 평면 위에 $A_1(-1, 0)$ 을 중심으로 하고, 반지름의 크기가 1인 원을 C_1 이라고 하자. 원점 $O(0, 0)$ 에서 원 C_1 에 외접하고 있는 반지름의 크기가 1인 원 C_2 가 O 에서 원 C_1 과 외접하며 반시계 방향으로 회전할 시, O 위치에 있는 고정된 점 P 의 움직임을 생각하자.



[1-1] 원 C_2 의 중심이 점 A_2 에 있을 때, 그림과 같이 x 축 성분과 선분 A_1A_2 가 이루는 각을 t 로 하자. 점 P 의 좌표를 t 를 이용하여 나타내시오.

[1-2] 원 C_2 가 원 C_1 주위를 한 바퀴 회전할 때, 점 P 의 자취 곡선의 길이를 구하시오.

[문제 2] 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 실근 중 큰 것을 α , 작은 것을 β 라고 하고, $S_n = \alpha^n + \beta^n$ 라고 둔다. (이때 n 은 자연수이다.)

[2-1] S_1, S_2, S_3 를 구하고, $n \geq 3$ 일 때, S_n, S_{n-1}, S_{n-2} 의 관계를 구하여라.

[2-2] S_n 은 양의 정수임을 보이고, S_{2024} 의 1의 자리수를 구하여라.

[2-3] α_{2024} 보다 작거나 같은 정수의 1의 자리수를 구하여라.

[문제 3] 좌표평면 위에 정점 $A(0, 1)$, $B(1, 1)$, $C(1, 0)$ 이 주어져 있다. 동점 $P(x, y)$ 가 평면 위를 움직이는데, 벡터 \overrightarrow{OP} 가 x축의 양의 방향과 이루는 각 θ 는 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 를 만족한다.

[3-1] 벡터 \overrightarrow{OP} 가 다음 조건을 만족할 때, 점 $P(x, y)$ 의 자취를 구하시오.

$$(가) \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} \text{ 일 때, } (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OC}) \cdot (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OC}) = 1$$

$$(나) \quad \frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{ 일 때, } \overrightarrow{OP} = (1-t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} \text{ (단, } 0 \leq t \leq 1)$$

[3-2] $|\overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{OQ}|$ 인 벡터 \overrightarrow{OQ} 가 다음 조건을 만족한다.

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 0 \text{ 또는 } \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = -|\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OQ}|$$

점 $P(x, y)$ 가 위에서 구한 자취를 따라 움직일 때, 점 $Q(x, y)$ 의 자취를 구하시오.

[3-3] [3-1], [3-2]에서 구한 점 P 와 Q 의 자취 및 x축과 y축으로 둘러싸인 도형을 x축 둘레로 회전시켰을 때 생기는 회전체의 부피를 구하시오.

<연세대학교 파이널 수리 / 과학 모의고사>
4회분 구성
(모의고사 1회분 + 연습문항 및 하프모의고사)

수학 / 생명과학 운영 중

문의 : 카카오톡 unjsp

박준서

대구일과학고등학교 졸
서울대학교 산림과학부 재학 중
KAIST CCE 교육 / 운영
서울대학교 인공지능반도체공학 인턴

대성 히든카이스 모의고사 콘텐츠팀 검토위원
지인선 N제 및 사설 콘텐츠 검토진
대성학력개발연구소 자연계 논술 첨삭위원

과학고등학교 생물/화학 전공
(교내 생물학, 연구교과 1등 다수)
(우등졸업 / 구청장 표창)

서울대학교 정시 일반전형 최초합격
(고려대 생명 최초합 / 과기원 전체 합격 / 동국대 의예과 최초예비 44)
2023학년도 한양대학교 모의논술 전국 19등 (95/100)
2023학년도 대학수학능력시험 언어와 매체 99 / 생명과학2 100

대구광역시 2023학년도 수능 성적우수 장학
마더텅 / 한수모의고사 성적 장학생 (언어와 매체 / 생명과학2)