제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{1-\sqrt{3}} \times 2^{2\sqrt{3}-1}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

$2^{2-2\sqrt{3}} \times 2^{2\sqrt{3}-1}$

$= 2$

2. 함수 $f(x)=x^3-7x+5$ 에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(x) = 3x^2-7$

$f'(2) = 5$

3. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{3}{5}$ 이고 $\sin\theta\cos\theta<0$ 일 때, $\sin\theta+2\cos\theta$ 의 값은? [3점]

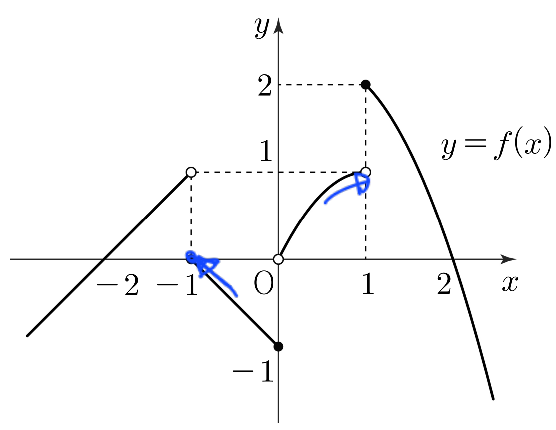
① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

$\cos\theta = \frac{3}{5}$

$\sin\theta = -\frac{4}{5}$

$\Rightarrow \sin\theta + 2\cos\theta = \frac{2}{5}$

4. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -1+}f(x)+\lim_{x\to 1-}f(x)$ 의 값은? [3점]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

$0+1 = 1$

5. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 3x+a & (x \le 1) \\ 2x^3+bx+1 & (x > 1) \end{cases}$$

이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

$3+a = 2+b+1 \Rightarrow a=b$

$3 = 6+b \Rightarrow b=-3, \ a=-3$

$\therefore a+b=-6$

6. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3{}^2=a_6, \ a_2-a_1=2$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

$a^2r^4 = ar^5 \Rightarrow a=r$

$a_2-a_1 = a^2-a=2 \Rightarrow a=2 \ (\because a>0)$

$\therefore a_5=32$

7. 함수 $f(x)=x^3+ax^2-9x+4$ 가 $x=1$ 에서 극값을 갖는다. 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

$f'(x) = 3x^2+2ax-9$

$f'(1) = 3+2a-9=0 \Rightarrow a=3$

$f'(x)=0 \Rightarrow x=1$ or -3

$f(-3) = -27+27+27+4$

$= 31$

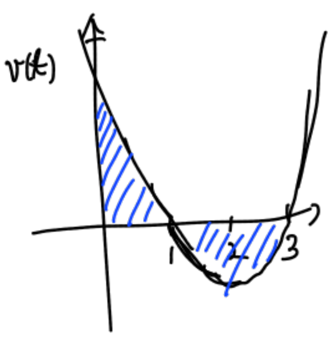
8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \ge 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=t^2-4t+3$$

이다. 점 P가 시각 $t=1$, $t=a\ (a>1)$에서 운동 방향을 바꿀 때, 점 P가 시각 $t=0$에서 $t=a$까지 움직인 거리는? [3점]

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

$v(t)=(t-1)(t-3) \Rightarrow a=3$



$\int_0^3 |v(t)|\,dt = \frac{1}{6}(2)^3 \times 2$

$= \frac{8}{3}$

9. 2 이상의 자연수 n에 대하여 x에 대한 방정식

$$(x^n-8)(x^{2n}-8)=0$$

의 모든 실근의 곱이 -4일 때, n의 값은? [4점]

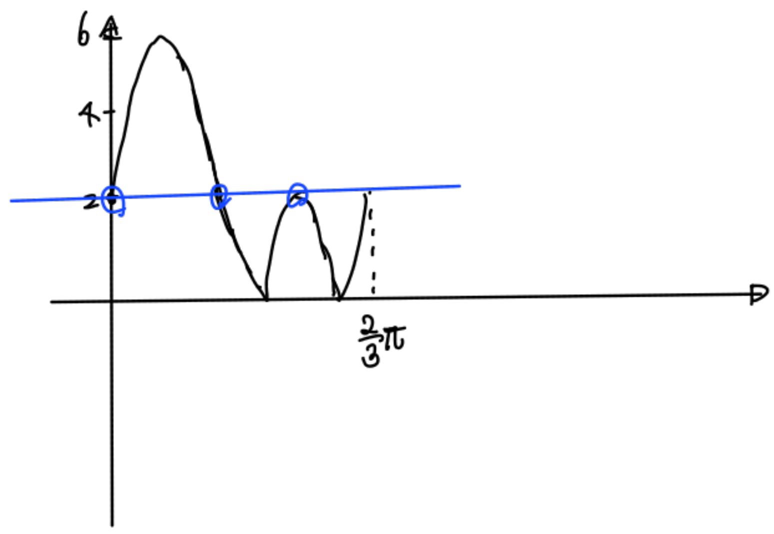
① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

실근의 곱 $<0 \Rightarrow$ n은 홀수

$n=3 \Rightarrow x=2, \pm\sqrt{2}$

10. $0 \le x < 2\pi$일 때, 곡선 $y=|4\sin 3x+2|$와 직선 $y=2$가 만나는 서로 다른 점의 개수는? [4점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15



1 주기에 3번 $\Rightarrow$ 주기 3번 반복

$3 \times 3 = 9$

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(1+x)+f(1-x)=0$이다.
(나) $\int_{-1}^{3} f'(x)dx = 12$

$f(4)$의 값은? [4점]

① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

(가) $x=0$ 대입 & $(1,0)$ 점대칭

$f(1)=0$ $f(x)= x^3-3x^2+ax+b$

(나) $\int_{-1}^{3} f'(x)dx = f(3)-f(-1)=12$

$\Rightarrow a=2$

$f(1)=0$ 대입 $\Rightarrow b=0$

$f(x)= x^3-3x^2+2x$

$f(4)= 16+8 = 24$

12. 모든 항이 정수이고 공차가 5인 등차수열 $\{a_n\}$과 자연수 m이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^{2m+1} a_k < 0$
(나) $\lvert a_m\rvert + \lvert a_{m+1}\rvert + \lvert a_{m+2}\rvert < 13$

$24 < a_{21} < 29$일 때, m의 값은? [4점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

(가) $a_{m+1} = k < 0$

(나) $-k+5-k+k+5 < 13 \Rightarrow k > -3$

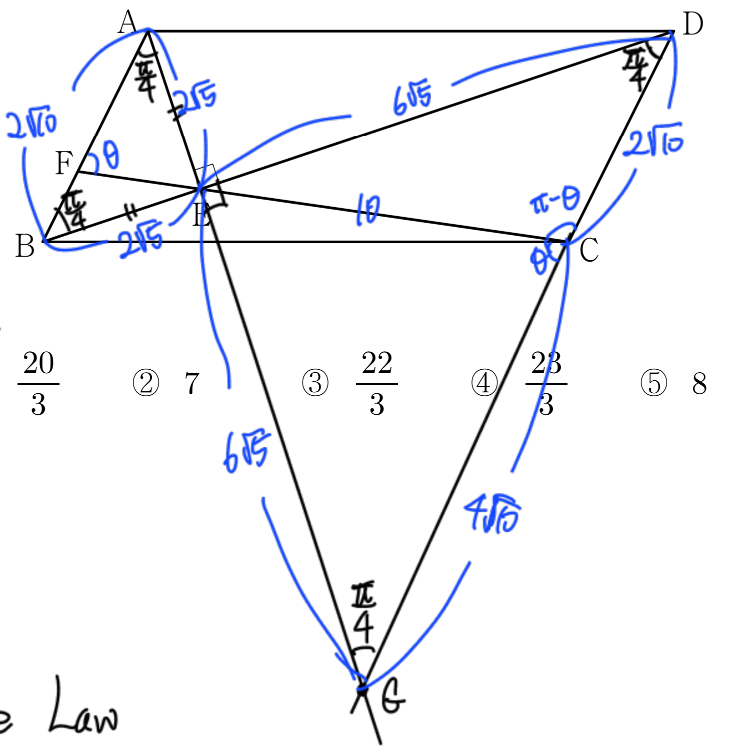
$\therefore -3 < a_{m+1} < 0$

$27 < a_{m+7} < 30$ $\Rightarrow m+7 = 21$

21

$m=14$

13. 그림과 같이 평행사변형 ABCD 가 있다. 점 A 에서 선분 BD 에 내린 수선의 발을 E 라 하고, 직선 CE 가 선분 AB 와 만나는 점을 F 라 하자. $\cos(\angle \mathrm{AFC}) = \frac{\sqrt{10}}{10}$, $\overline{\mathrm{EC}} = 10$ 이고 삼각형 CDE 의 외접원의 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 AFE 의 넓이는? [4점]



① $\frac{20}{3}$ ② 7 ③ $\frac{22}{3}$ ④ $\frac{23}{3}$ ⑤ 8

i) Sine Law

$$\frac{10}{\sin(\angle CDE)} = 10\sqrt{2} \Rightarrow \angle CDE = \frac{\pi}{4}$$

$$\angle ABE = \frac{\pi}{4}$$

ii) $\angle AFE = \angle ECG = \theta \Rightarrow \angle ECD = \pi - \theta$

$$\frac{\overline{ED}}{\sin(\pi-\theta)} = 10\sqrt{2} \Rightarrow \overline{ED} = 6\sqrt{5}$$

iii) Cosine Law

$$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{36\cdot 5 + \overline{CD}^2 - 100}{2\cdot \overline{CD}\cdot 6\sqrt{5}} \Rightarrow \overline{CD} = 2\sqrt{10} = \overline{AB}$$

iv) $\triangle ABE$의 넓이 $= \frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times 2\sqrt{5} = 10$

$\triangle AFE$의 넓이 $= \frac{2}{3}\times \triangle ABE$의 넓이 $= \frac{20}{3}$

14. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(-3) = f(0)$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -3 \text{ 또는 } x \geq 0) \\ -f(x) & (-3 \leq x < 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)g(x-3)$ 이 $x = k$ 에서 불연속인 실수 k 의 값이 한 개일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $g(x)g(x-3)$ 은 $x = 0$ 에서 연속이다.

ㄴ. $f(-6)\times f(3) = 0$

ㄷ. 함수 $g(x)g(x-3)$ 이 $x = k$ 에서 불연속인 실수 k 가 음수일 때 집합 $\{x \mid f(x) = 0,\ x \text{는 실수}\}$의 모든 원소의 합이 -1 이면 $g(-1) = -48$ 이다.

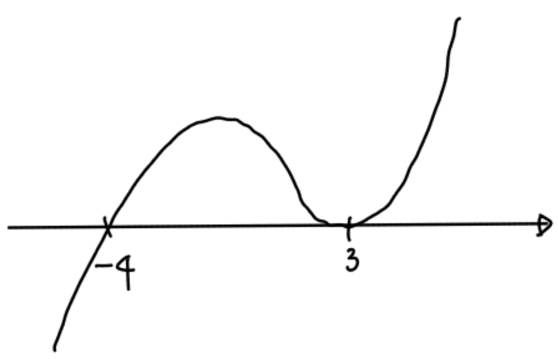
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ
$$\left.\begin{aligned} g(0^-)g(-3^-) &= -f(0)\times f(-3) \\ g(0)g(-3) &= f(0)\times -f(-3) \\ g(0^+)g(-3^+) &= f(0)\times -f(-3) \end{aligned}\right\} \text{연속}$$

ㄴ
불연속 k 1개 $\Rightarrow f(-6)$ or $f(3) = 0$

ㄷ
불연속 $k<0 \Rightarrow f(3) = 0$

$g(-1) = -f(-1) = -48$



$f(x) = (x-3)^2(x+4) \Rightarrow f(-1) = 16\times 3 = 48$

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_1 < 300$
> (나) 모든 자연수 n 에 대하여
> $$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{3}a_n & (\log_3 a_n \text{이 자연수인 경우}) \\ a_n + 6 & (\log_3 a_n \text{이 자연수가 아닌 경우}) \end{cases}$$
> 이다.

$\sum_{k=4}^{7} a_k = 40$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

① 315 ② 321 ③ 327 ④ 333 ⑤ 339

$a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 40$

i) 27 9 3 1

ii) 1 7 13 19

i) $a_4 = 27$

a_4 a_3 a_2 a_1

$27 - 81 - 243 - 237$

$27 - 81 - 75 - 69$

$27 - 21 - 15 - \cancel{9}$

ii) $a_4 = 1$

a_4 a_3 a_2 a_1

$1 - 3 - 9 - 27$

$1 - 3 - 9 - \cancel{3}$

$\therefore 237 + 69 + 27 = 333$

단답형

16. 방정식 $\log_2(x-5) = \log_4(x+7)$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

9

$x - 5 > 0,\ x + 7 > 0$

$x^2 - 10x + 25 = x + 7$

$(x-2)(x-9) = 0 \Rightarrow x = 9 \quad (\because x > 5)$

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 9x^2 - 8x + 1$ 이고 $f(1) = 10$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20

$f(x) = 3x^3 - 4x^2 + x + C$

$f(1) = 3 - 4 + 1 + C = 10 \Rightarrow C = 10$

$f(2) = 24 - 16 + 2 + 10$

$= 20$

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(2a_k+3)=40,\ \sum_{k=1}^{10}(a_k-b_k)=-10$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}(b_k+5)$의 값을 구하시오. [3점]

65

$\sum_{k=1}^{10}a_k=\alpha,\ \sum_{k=1}^{10}b_k=\beta$

- $2\alpha+30=40 \qquad \alpha=5$
- $\alpha-\beta=-10 \qquad \beta=15$

$\sum_{k=1}^{10}(b_k+5)=\beta+50=65$

19. 곡선 $y=x^3-10$ 위의 점 $\mathrm{P}(-2,\ -18)$에서의 접선과 곡선 $y=x^3+k$ 위의 점 Q에서의 접선이 일치할 때, 양수 k의 값을 구하시오. [3점]

22

$Q(2,\ 8+k)$

P에서의 접선 : $y=12(x+2)-18$

$\qquad\qquad\qquad\qquad \parallel \qquad \Rightarrow k=22$

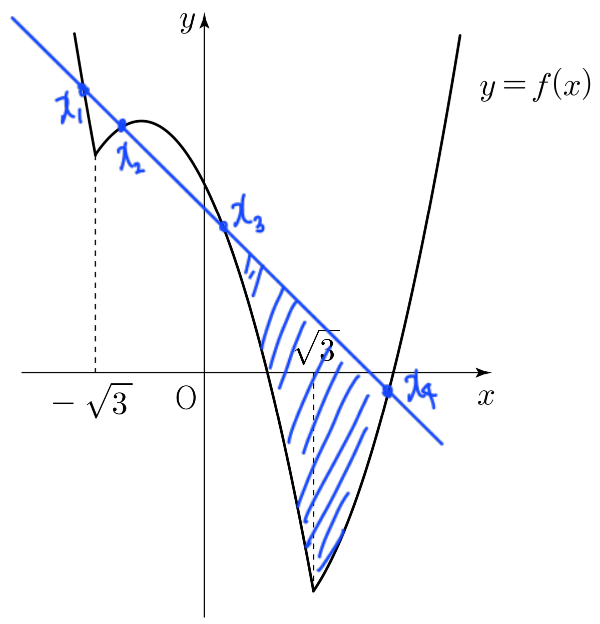
Q에서의 접선 : $y=12(x-2)+8+k$

20. 실수 $t\left(\sqrt{3}<t<\dfrac{13}{4}\right)$에 대하여 두 함수

$$f(x)=|x^2-3|-2x,\ g(x)=-x+t$$

의 그래프가 만나는 서로 다른 네 점의 x좌표를 작은 수부터 크기순으로 x_1, x_2, x_3, x_4라 하자. $x_4-x_1=5$일 때, 닫힌구간 $[x_3,\ x_4]$에서 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는 $p-q\sqrt{3}$이다. $p\times q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.) [4점]

54



$x^2-2x-3=-x+t \rightarrow x^2-x-(3+t)$

$x_4-x_1=\sqrt{1+12+4t}=5 \qquad \therefore t=3$

- $x^2-x-6=0 \Rightarrow x_1=-2,\ x_4=3$
- $-x^2-x=0 \Rightarrow x_2=-1,\ x_3=0$

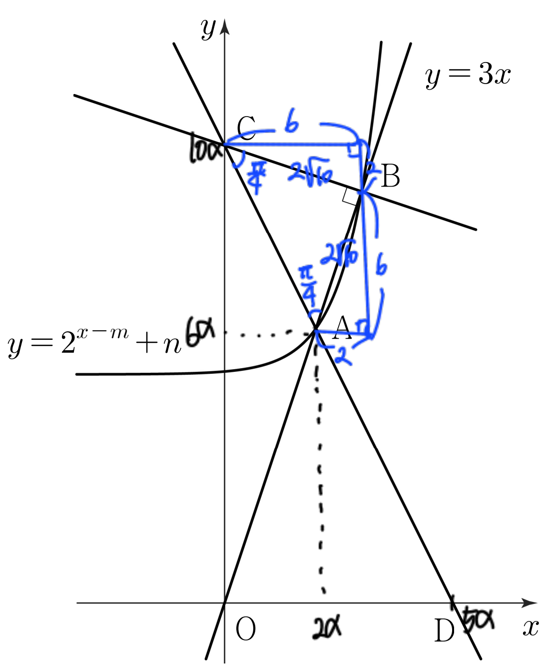
$\int_0^{\sqrt{3}}|-x^2-x|dx+\int_{\sqrt{3}}^{3}|x^2-x-6|dx$

$=\dfrac{27}{2}-4\sqrt{3}$

$p\times q=54$

21. 그림과 같이 곡선 $y=2^{x-m}+n$ $(m>0,\ n>0)$ 과 직선 $y=3x$ 가 서로 다른 두 점 A, B 에서 만날 때, 점 B 를 지나며 직선 $y=3x$ 에 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 C 라 하자. 직선 CA 가 x 축과 만나는 점을 D 라 하면 점 D 는 선분 CA 를 $5:3$ 으로 외분하는 점이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 20 일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, 점 A 의 x 좌표는 점 B 의 x 좌표보다 작다.) [4점]

13



$4\alpha=8 \Rightarrow \alpha=2$

$A(4,12)$ $\quad x:3\ \ y:10 \quad$ $A'(1,2)$

$B(6,18)$ $\longleftarrow$ $B'(3,8)$

$m+n=13$

22. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=f(x)-x-f(t)+t$$

182

라 할 때, 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 두 함수 $f(x)$ 와 $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{t\to -1}\{h(t)-h(-1)\}=\lim_{t\to 1}\{h(t)-h(1)\}=2$

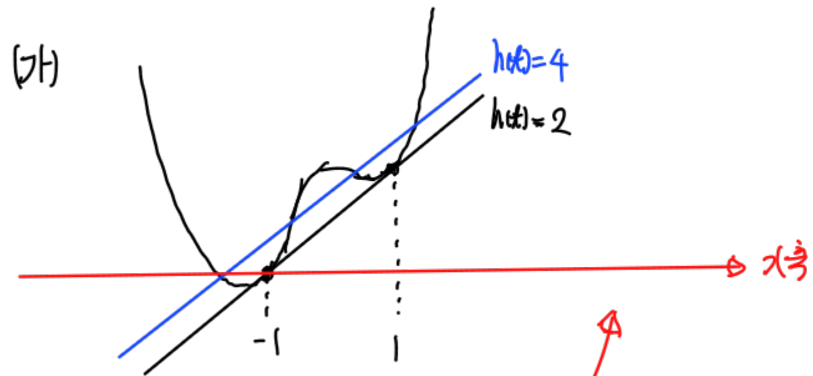
(나) $\int_0^{\alpha} f(x)dx=\int_0^{\alpha}|f(x)|dx$ 를 만족시키는 실수 α 의 최솟값은 -1 이다.

(다) 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{d}{dx}\int_0^x\{f(u)-ku\}du\geq 0$ 이 되도록 하는 실수 k 의 최댓값은 $f'(\sqrt{2})$ 이다.

$f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

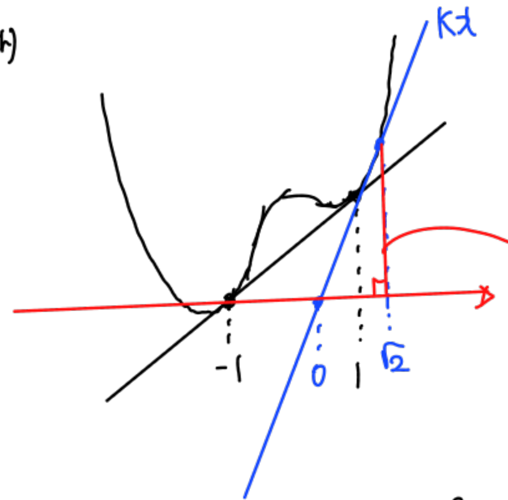
$g(x)=0 = f(x)-x-f(t)+t \Rightarrow \frac{f(x)-f(t)}{x-t}=1$

(가)



(나) $x\geq -1$ 에서 $f(x)\geq 0$

(다)



$f(x)=a(x+1)^2(x-1)^2+(x+1)$

$f'(x)=4a(x^2-1)(x)+1$

$\frac{f(2)}{\sqrt{2}}=f'(2) \Rightarrow a=\frac{1}{7}$

$f(x)=\frac{1}{7}(x+1)^2(x-1)^2+(x+1) \Rightarrow f(6)=7\cdot 5^2+7=182$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시 수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty} 2n\left(\sqrt{n^2+4}-\sqrt{n^2+1}\right)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n\left(\sqrt{n^2+4}-\sqrt{n^2+1}\right)\left(\sqrt{n^2+4}+\sqrt{n^2+1}\right)}{\left(\sqrt{n^2+4}+\sqrt{n^2+1}\right)}$$

$$\simeq \lim_{n\to\infty} \frac{6n}{2n} = 5$$

24. 함수 $f(x)=\ln(x^2-x+2)$와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$가 있다. 실수 전체의 집합에서 정의된 합성함수 $h(x)$를 $h(x)=f(g(x))$라 하자. $\lim_{x\to 2}\frac{g(x)-4}{x-2}=12$일 때, $h'(2)$의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$$\left.\begin{array}{l} g(2)=4 \\ g'(2)=12 \end{array}\right\} \Rightarrow h'(2) = f'(g(2))\cdot g'(2)$$

$$= f'(4)\cdot 12$$

$$= \frac{7}{14}\cdot 12$$

$$= 6$$

25. 곡선 $2e^{x+y-1}=3e^{x}+x-y$ 위의 점 $(0,\ 1)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

$$2e^{x+y-1}+\left(2e^{x+y-1}\right)\frac{dy}{dx}=3e^{x}+1-\frac{dy}{dx}$$

$$3\cdot\frac{dy}{dx}=2$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2}{3}$$

26. 함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고

$$\int_{1}^{2}(x-1)f'\left(\frac{x}{2}\right)dx=2$$

를 만족시킨다. $f(1)=4$ 일 때, $\int_{\frac{1}{2}}^{1}f(x)dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

Let $\frac{x}{2}=t$. $\frac{1}{2}dx=dt$

$$\int_{1}^{2}(x-1)f'\left(\frac{x}{2}\right)dx=2\int_{\frac{1}{2}}^{1}(2t-1)f'(t)dt=2$$

$$\therefore \int_{\frac{1}{2}}^{1}(2t-1)f'(t)dt=1$$

$$\Big[(2t-1)f(t)\Big]_{\frac{1}{2}}^{1}-2\int_{\frac{1}{2}}^{1}f(t)dt=1$$

$$f(1)-2\int_{\frac{1}{2}}^{1}f(t)dt=1$$

$$\therefore \int_{\frac{1}{2}}^{1}f(t)dt=\frac{3}{2}$$

27. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=\overline{AC_1}=\sqrt{17}$, $\overline{B_1C_1}=2$인 삼각형 AB_1C_1이 있다. 선분 AB_1 위의 점 B_2, 선분 AC_1 위의 점 C_2, 삼각형 AB_1C_1의 내부의 점 D_1을

$$\overline{B_1D_1}=\overline{B_2D_1}=\overline{C_1D_1}=\overline{C_2D_1},\ \angle B_1D_1B_2=\angle C_1D_1C_2=\frac{\pi}{2}$$

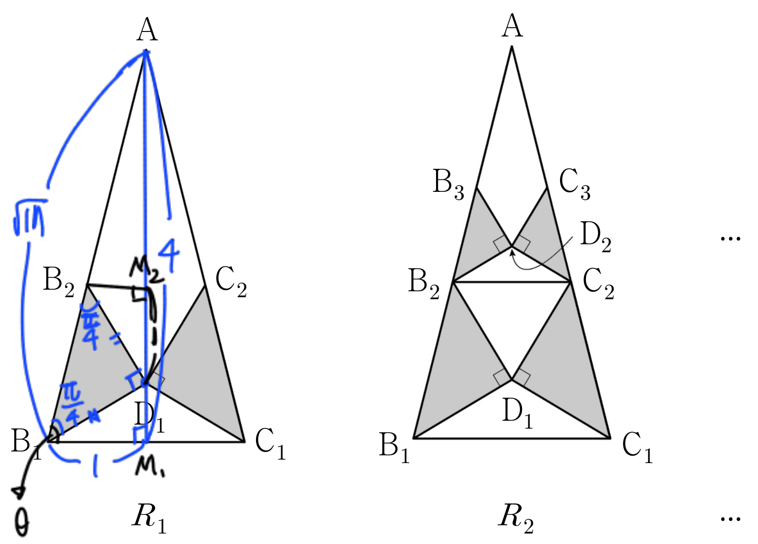
가 되도록 잡고, 두 삼각형 $B_1D_1B_2$, $C_1D_1C_2$에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 AB_2 위의 점 B_3, 선분 AC_2 위의 점 C_3, 삼각형 AB_2C_2의 내부의 점 D_2를

$$\overline{B_2D_2}=\overline{B_3D_2}=\overline{C_2D_2}=\overline{C_3D_2},\ \angle B_2D_2B_3=\angle C_2D_2C_3=\frac{\pi}{2}$$

가 되도록 잡고, 두 삼각형 $B_2D_2B_3$, $C_2D_2C_3$에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]



① 2 ② $\frac{33}{16}$ ③ $\frac{17}{8}$ ④ $\frac{35}{16}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

$\angle AB_1M = \theta$라 하면,

$\tan\theta = 4$

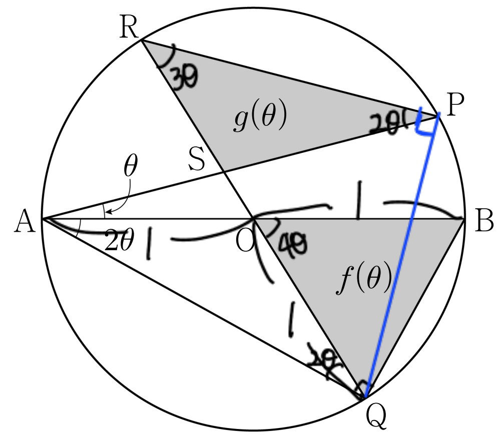
$\angle D_1B_1M_1 = \theta - \frac{\pi}{4}$, $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{5}$ $\Rightarrow$ $\overline{D_1M_1} = \frac{3}{5}$, $\overline{B_1D_1} = \frac{\sqrt{34}}{5}$

$\triangle B_1D_1B_2$의 넓이 $= \frac{17}{25}$

$\overline{B_2C_2} = 2\cdot\overline{B_2M_2} = \frac{6}{5}$ 넓이비 $1 : \frac{9}{25}$

$$\frac{2\cdot\frac{17}{25}}{1-\frac{9}{25}} = \frac{17}{8}$$

28. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원이 있다. 원 위에 점 P를 $\angle PAB=\theta$가 되도록 잡고, 점 P를 포함하지 않는 호 AB 위에 점 Q를 $\angle QAB=2\theta$가 되도록 잡는다. 직선 OQ가 원과 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 R, 두 선분 PA와 QR가 만나는 점을 S라 하자. 삼각형 BOQ의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PRS의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta\to0+}\frac{g(\theta)}{f(\theta)}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{6}$) [4점]

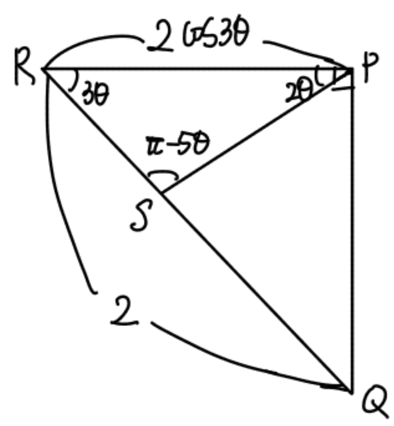


① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{13}{10}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

- $f(\theta) = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot \sin 4\theta$
- 원주각 $\angle PAQ = \angle PRQ = 3\theta$

이등변 $\angle OAQ = \angle OQA = 2\theta$

원주각 $\angle RQA = \angle RPA = 2\theta$



- Sine Law

$$\frac{2\cos3\theta}{\sin(\pi-5\theta)} = \frac{\overline{PS}}{\sin3\theta} \Rightarrow \overline{PS} = \frac{2\cos3\theta\sin3\theta}{\sin5\theta}$$

$$g(\theta) = \frac{1}{2}\cdot 2\cos3\theta\cdot\frac{2\cos3\theta\sin3\theta}{\sin5\theta}\cdot\sin2\theta$$

$$\lim_{\theta\to0+}\frac{g(\theta)}{f(\theta)} = \frac{2\cdot\frac{3}{5}\cdot2}{2} = \frac{6}{5}$$

단답형

29. 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

12

(가) $x<1$일 때, $f'(x)=-2x+4$이다. (나) $x\geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x^2+1)=ae^{2x}+bx$이다. (단, a, b는 상수이다.)

$\int_0^5 f(x)dx = pe^4-q$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.) [4점]

(가) $\lim_{x\to 1-} f'(x)=2$

(나) $2x\cdot f'(x^2+1)=2ae^{2x}+b$

• $x=0$ 대입 $0=2a+b \Rightarrow b=-2a$

∘ $2x\cdot f'(x^2+1)=2a(e^{2x}-1)$

$f'(x^2+1)=2a\cdot\dfrac{(e^{2x}-1)}{2x}$ $(x\neq 0)$

$\lim_{x\to 0+} f'(x^2+1)=\lim_{x\to 0+} 2a\cdot\dfrac{(e^{2x}-1)}{2x}=2a=2$

$\therefore a=1$

$f(x)=-x^2+4x+C$ $(x<1) \Rightarrow f(1)=3+C=1$ $\therefore C=-2$

$\int_0^5 f(x)dx=\int_0^1(-x^2+4x-2)dx+\int_1^5 f(x)dx$

$=\int_0^1(-x^2+4x-2)dx+\int_0^2(f(t^2+1)\cdot 2t)dt$ $x=t^2+1$

$=\int_0^1(-x^2+4x-2)dx+\int_0^2(e^{2t}-2t)2t\,dt$

$=\dfrac{3}{2}e^4-\dfrac{21}{2}$

$\therefore p+q=12$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

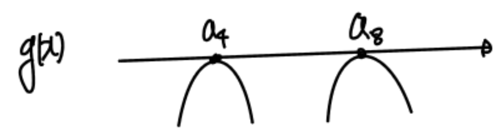
$$g(x)=\sin|\pi f(x)|$$

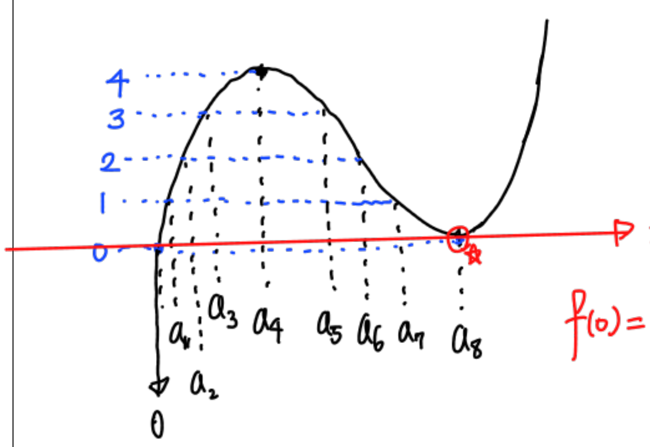
라 하자. 함수 $y=g(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점의 x좌표 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. 함수 $g(x)$와 자연수 m이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=a_4$와 $x=a_8$에서 극대이다. (나) $f(a_m)=f(0)$

$f(a_k)\leq f(m)$을 만족시키는 자연수 k의 최댓값을 구하시오. [4점]

(가) $x=a_4$, a_8 에서 극대





$f(0)=f(a_8) \Rightarrow m=8$

• $a_4=t$, $a_8=3t$

$f(x)=x(x-3t)^2 \Rightarrow f(t)=t\cdot 4t^2=4$ $\therefore t=1$

$f(a_k)\leq f(8) \Leftrightarrow f(a_k)\leq 8\cdot 25$

$a_3=0$, $a_4=1$, $\cdots$, $a_{208}=200$

$\therefore 208$

* 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.