제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{8} \times \dfrac{2^{\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

$2 \times 2^{\cancel{\sqrt{2}}-1-\cancel{\sqrt{2}}} = 1.$

2. 함수 $f(x)=2x^3-x^2+6$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(x) = 6x^2 - 2x$

$\rightarrow f'(1) = 4$ //

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_5 = 4,\ a_7 = 4a_6 - 16$$

을 만족시킬 때, a_8 의 값은? [3점]

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

① $a_7 = 4r^2.\ a_6 = 4r$

② $4r^2 = 16r - 16$

$\Leftrightarrow r^2 - 4r + 4 = 0 \quad \therefore r = 2$

③ $a_8 = a_5 \cdot r^3 = 4 \times 2^3$

$= 32$ //

4. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)\,dt = x^3 - ax + 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

① $x=1 :\ 0 = 1 - a + 1 \Leftrightarrow a = 2$

② $f(x) = 3x^2 - a = 3x^2 - 2$

$f(2) = 12 - 2 = 10$ //

5. $\cos(\pi+\theta)=\frac{1}{3}$ 이고 $\sin(\pi+\theta)>0$일 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

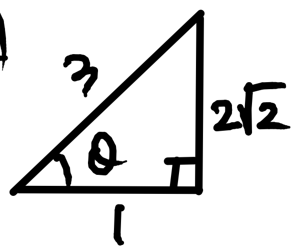
① $-2\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

① $-\cos\theta=\frac{1}{3}$. $-\sin\theta>0$

∴ $\sin\theta<0$

② $\theta=$ 3사

③



$\tan\theta=2\sqrt{2}$ //

6. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-ax+1 & (x<2) \\ -x+1 & (x\geq 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

① $(4-2a+1)^2=(-2+1)^2$

⇔ $(5-2a)^2=(-1)^2=1$

② $5-2a=1$ or -1

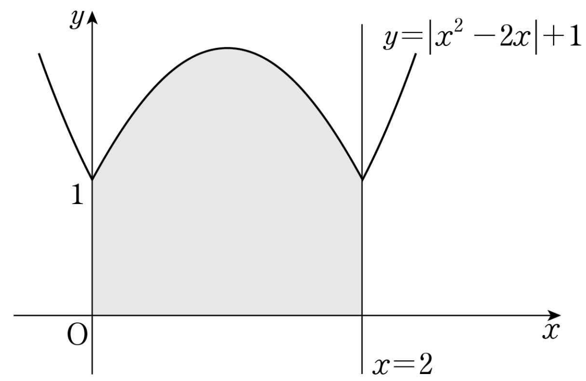
⇔ $2a=4$ or $2a=6$

∴ $a=2$ or $a=3$

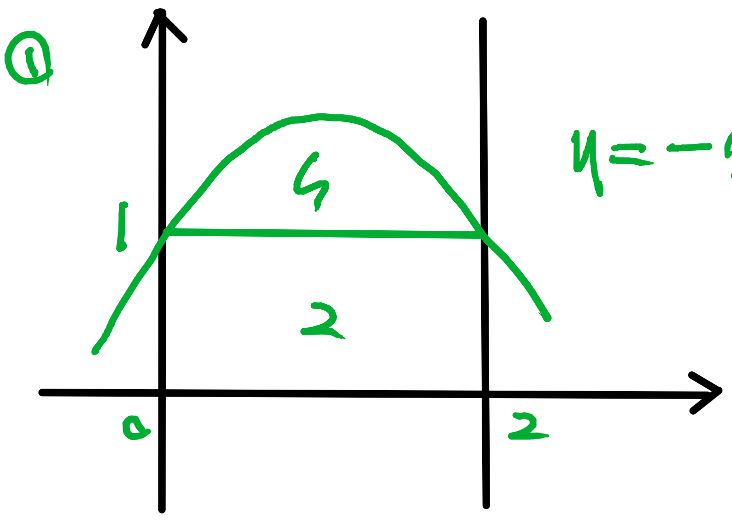
합$=5$ //

7. 함수 $y=|x^2-2x|+1$의 그래프와 x축, y축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4



①



$y=-x^2+2x+1$

② $S=\frac{|-1|}{6}(2-0)^3=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

③ 넓이$=2+\frac{4}{3}=\frac{10}{3}$ //

8. 두 점 $\mathrm{A}(m,\, m+3)$, $\mathrm{B}(m+3,\, m-3)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 곡선 $y=\log_4(x+8)+m-3$ 위에 있을 때, 상수 m의 값은? [3점]

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

① 내분점

$$P\left(\frac{1\cdot m+2\cdot(m+3)}{1+2},\ \frac{1\cdot(m+3)+2\cdot(m-3)}{1+2}\right)$$

$$=P\left(\frac{3m+6}{3},\ \frac{3m-3}{3}\right)$$

$$=P(m+2,\ m-1)$$

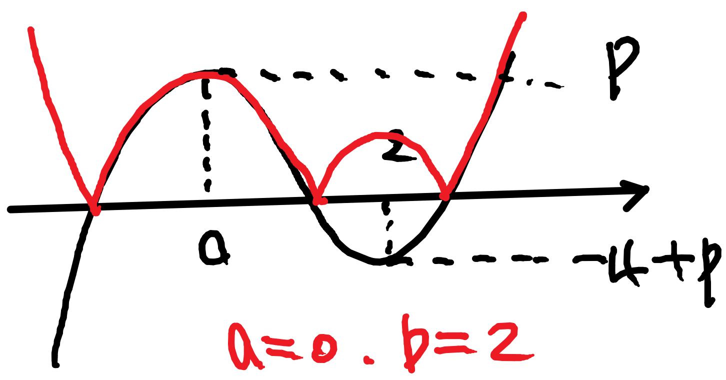
② $\cancel{m}-1=\log_4(m+10)+\cancel{m}-3 \Leftrightarrow m+10=4^2$

$\therefore m=6$

9. 함수 $f(x)=|x^3-3x^2+p|$는 $x=a$와 $x=b$에서 극대이다. $f(a)=f(b)$일 때, 실수 p의 값은? (단, a, b는 $a\neq b$인 상수이다.) [4점]

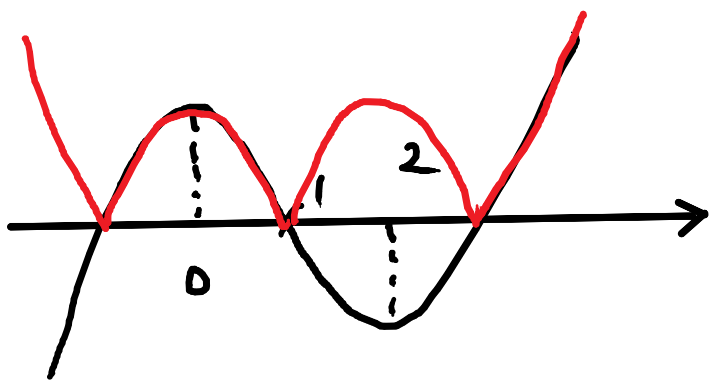
① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

① $y=x^3-3x^2=x^2(x-3)$



$a=0$. $b=2$

② $f(a)=f(b)$ 이므로



$-4+p+p=0$

$\Leftrightarrow p=2$

10. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10}의 값은? [4점]

(가) $|a_4|+|a_6|=8$

(나) $\sum_{k=1}^{9} a_k=27$

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

① by ㈏ $9a_5=27$

$\Leftrightarrow a_5=3$

② $d>0$ 이므로 $a_6>0$

㉠ $a_4>0$

by ㈎ $a_4+a_6=2a_5=8$

$\therefore a_5=4$ ↯

㉡ $a_4<0$

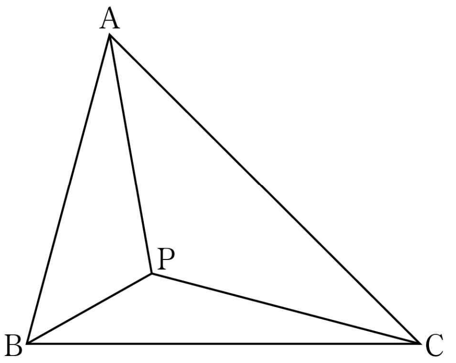
by ㈎ $-a_4+a_6=2d=8$

$\therefore d=4$

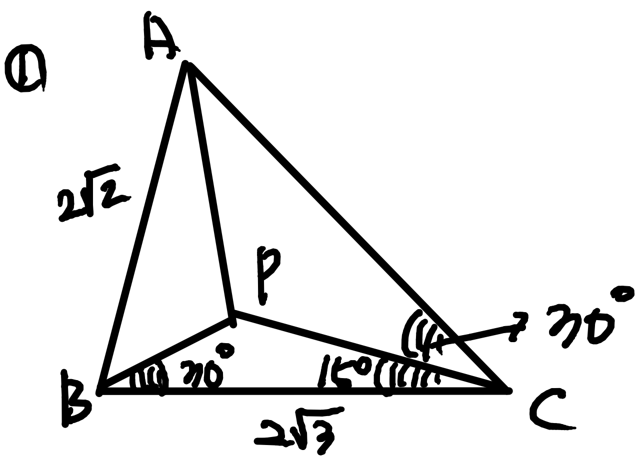
③ $a_{10}=a_5+5d$

$=3+20=23$

11. 그림과 같이 $\angle BAC = 60°$, $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내부의 점 P에 대하여 $\angle PBC = 30°$, $\angle PCB = 15°$ 일 때, 삼각형 APC의 넓이는? [4점]



① $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{3+2\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $2+\sqrt{3}$

①


△ABC에서 $\frac{\cancel{2}\sqrt3}{\sin 60°} = \frac{\cancel{2}\sqrt2}{\sin(\angle ACB)}$

∴ $\sin(\angle ACB) = \frac{\sqrt2}{2}$ ∴ $\angle ACB = 45°$

② △ABC에서 $\overline{AC} = a$

$12 = 8 + a^2 - 2\cdot 2\sqrt2 \cdot a \cdot \frac{1}{2}$

⇔ $a^2 - 2\sqrt2 a - 4 = 0$

$a = \sqrt2 \pm \sqrt6$ ∴ $a = \sqrt2 + \sqrt6$

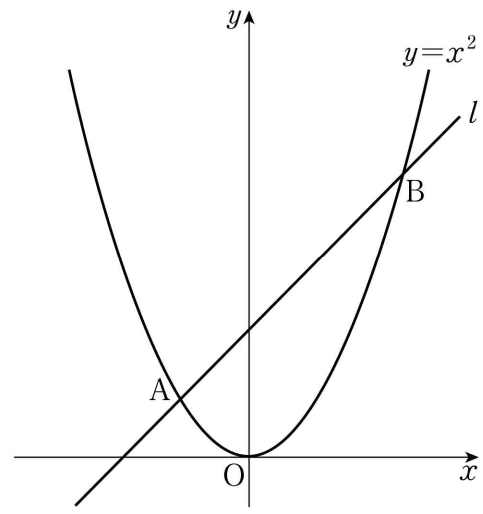
③ △PBC에서 $\frac{\overline{PC}}{\sin 30°} = \frac{2\sqrt3}{\sin 135°}$

∴ $\overline{PC} = \sqrt6$

④ $S = \frac{1}{2} \times (\sqrt2+\sqrt6) \times \sqrt6 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}(\sqrt{12}+6) = \frac{\sqrt3+3}{2}$

12. 곡선 $y = x^2$과 기울기가 1인 직선 l이 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 양의 실수 t에 대하여 선분 AB의 길이가 $2t$가 되도록 하는 직선 l의 y절편을 $g(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty} \frac{g(t)}{t^2}$ 의 값은? [4점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



① $A(\alpha, \alpha^2)$ $B(\beta, \beta^2)$

$\overleftrightarrow{AB}$의 기 $= \frac{\beta^2-\alpha^2}{\beta-\alpha} = \alpha+\beta = 1$.

② $\overline{AB} = \sqrt2(\beta-\alpha) = 2t$

⇔ $\beta - \alpha = \sqrt2 t$

③ $2\beta = 1 + \sqrt2 t$ ⇔ $\beta = \frac{1+\sqrt2 t}{2}$

④ l: $y = (x-\beta) + \beta^2$

$g(t) = \beta^2 - \beta = \frac{(1+\sqrt2 t)^2}{4} - \frac{1+\sqrt2 t}{2}$

⑤ $\lim_{t\to\infty} \frac{g(t)}{t^2} = \frac{1}{2}$

13. 두 함수

$$f(x)=x^2+ax+b,\ g(x)=\sin x$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?
(단, a, b는 상수이고, $0 \le a \le 2$이다.) [4점]

> (가) $\{g(a\pi)\}^2=1$
> (나) $0 \le x \le 2\pi$일 때, 방정식 $f(g(x))=0$의 모든 해의 합은 $\frac{5}{2}\pi$이다.

① 3　② $\frac{7}{2}$　③ 4　④ $\frac{9}{2}$　⑤ 5

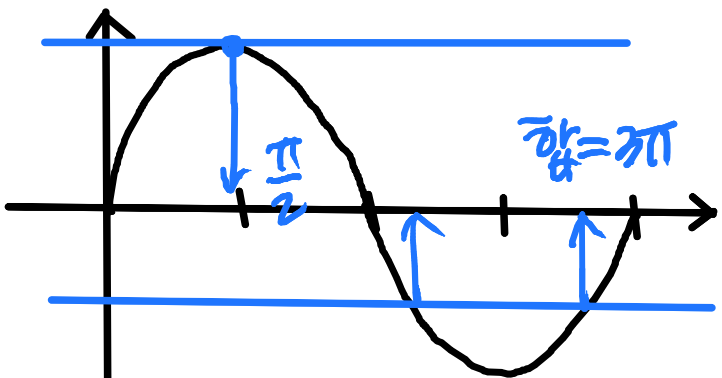
① by (가) $g(a\pi)=\sin a\pi=\pm1$

$\therefore a=\frac{1}{2}$ or $\frac{3}{2}$.

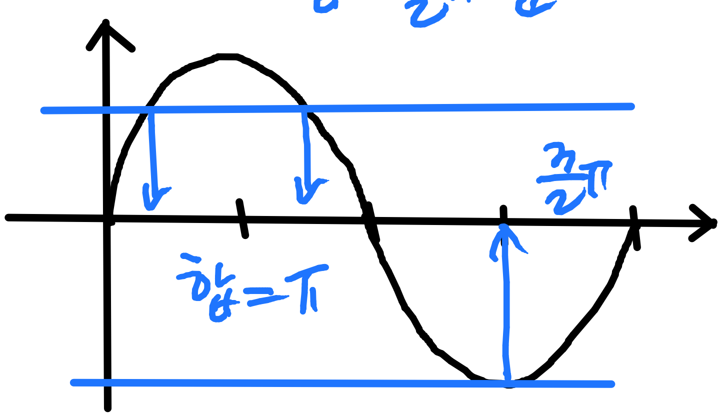
② $f(g(x))=0$. $g(x)=t$

$\Rightarrow -1 \le t \le 1$ 에서 $f(t)=0$

③



합=$\frac{7}{2}\pi$ 또



$\because f(-1)=0$　$\because 1-a+b=0$

④ $f(x)=0$의 두근 中 해는 ⊕. ⊖

$a=\frac{1}{2} \to b=-\frac{1}{2}$: $f(x)=x^2+\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow (x+1)(x-\frac{1}{2})=0$

$a=\frac{3}{2} \to b=\frac{1}{2}$: $f(x)=x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow (x+1)(x+\frac{1}{2})=0$ 또

14. 세 양수 a, b, k에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} ax & (x<k) \\ -x^2+4bx-3b^2 & (x \ge k) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a=1$이면 $f'(k)=1$이다.
ㄴ. $k=3$이면 $a=-6+4\sqrt{3}$이다.
ㄷ. $f(k)=f'(k)$이면 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{3}$이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

① 연속: $ak=-k^2+4bk-3b^2$

미·가: $f'(x)=\begin{cases} a & (x<k) \\ -2x+4b & (x>k) \end{cases}$

$\Rightarrow a=-2k+4b$.

② ㄱ. $a=1 \to f'(k)=1$.

③ ㄴ. $k=3$ $\begin{cases} 3a=-3b^2+12b-9 \\ a=4b-6. \end{cases}$

$\therefore 4b-6=-b^2+4b-3$

$\Leftrightarrow b^2=3$ $\therefore b=\sqrt{3}$

$\to a=4\sqrt{3}-6$

⑤ $f(2)=4+2a+b$

$=4+1-\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$

#14.

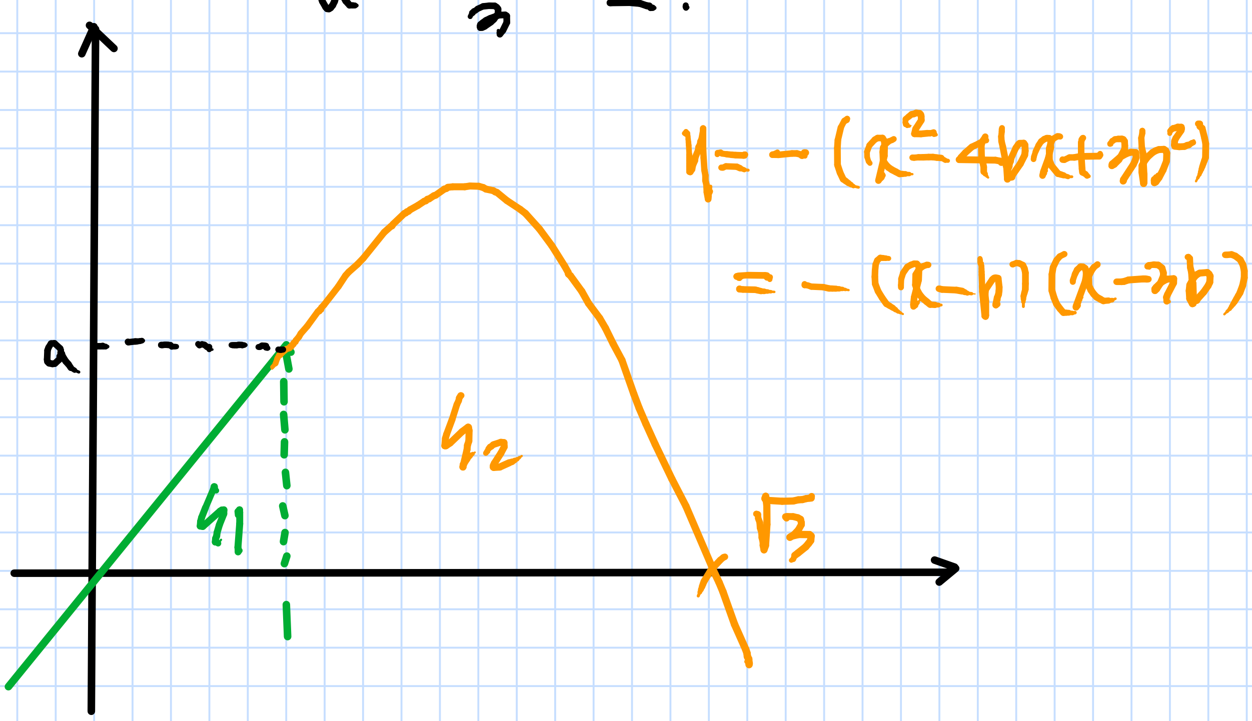
ㄷ $f(k)=f'(k)$ 이므로

$\Rightarrow -k^2+4bk-3b^2=ak=a$ $\quad a\neq 0$ 이므로 $k=1$

$a=-2k+4b$

$\therefore k=1 : -1+\cancel{4b}-3b^2=-2+\cancel{4b} \Leftrightarrow 3b^2=1 \quad \therefore b=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore a=\frac{4\sqrt{3}}{3}-2.$



① $S_1=\frac{1}{2}\times 1\times a=\frac{2\sqrt{3}}{3}-1.$

② $S_2=\int_1^{\sqrt{3}}(-x^2+4bx-3b^2)dx=\left[\frac{-x^3}{3}+2bx^2-3b^2x\right]_1^{\sqrt{3}}$

$=\frac{-1}{3}(3\sqrt{3}-1)+\frac{2\sqrt{3}}{3}(3-1)-(\sqrt{3}-1)$

$=-\sqrt{3}+\frac{1}{3}+\frac{4\sqrt{3}}{3}-\sqrt{3}+1=\frac{4}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore S_1+S_2=\frac{2\sqrt{3}}{3}-1+\frac{4}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}=\underline{\frac{1}{3}}$

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}+a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}(a_{n+1}+a_n) & (a_{n+1}+a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1=1$일 때, $a_6=34$가 되도록 하는 모든 a_2의 값의 합은? [4점]

① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

① 표그리기

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1	$2k$ 짝	$2k+1$ 홀	$4k+1$ 홀	$\frac{6k+2}{2}=3k+1$ 홀 k=짝 i)
	$2k-1$ 홀	k 홀 / 짝	$\frac{3k-1}{2}$	짝 k=홀 ii)
			$3k-1$ 홀 iii)	$4k-1$ 홀

② i) $\frac{7k+2}{2}=34 \Leftrightarrow 7k=66$ 홀

ii) $7k+2=34 \Leftrightarrow 7k=32$ 홀

iii) $\frac{7k-2}{2}=34 \Leftrightarrow 7k=70$

$\therefore k=10 \rightarrow a_2=19$

③

a_3	a_4	a_5	a_6
k 홀	$\frac{3k-1}{2}$ 홀	$\frac{5k-1}{4}$ 홀	$\frac{11k-3}{8}=34 \rightarrow k=25 \rightarrow a_2=49$
	짝	→ 홀	→ 홀 X.

합=68

단 답 형

16. $\log_2 96-\frac{1}{\log_6 2}$의 값을 구하시오. [3점]

$\log_2 96-\log_2 6$

$=\log_2 16=4$

17. 직선 $y=4x+5$가 곡선 $y=2x^4-4x+k$에 접할 때, 상수 k의 값을 구하시오. [3점]

① $y'=8x^3-4=4$

$\Leftrightarrow x^3=1 \therefore x=1$

② 접점 $(1, 9)$

③ $9=2-4+k$

$\Leftrightarrow k=11$

⑤ $p=2$

$f(5)=125-12\times5+1$

$=\underline{66}$

18. n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-5nx+4n^2=0$$

의 두 근을 α_n, β_n이라 하자.

$\sum_{n=1}^{7}(1-\alpha_n)(1-\beta_n)$의 값을 구하시오. [3점]

① $(x-n)(x-4n)=0$

$\alpha_n=n,\ \beta_n=4n$

② $\sum_{n=1}^{7}(1-n)(1-4n)=\sum_{n=1}^{7}(4n^2-5n+1)$

$=4\times\frac{7\times8\times15}{6}-5\times\frac{7\times8}{2}+7$

$=560-140+7=\underline{427}$

19. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\ (t\geq0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=3t^2-15t+k,\ \ v_2(t)=-3t^2+9t$$

이다. 점 P와 점 Q가 출발한 후 한 번만 만날 때, 양수 k의 값을 구하시오. [3점]

① $x_1(t)=t^3-\frac{15}{2}t^2+kt$

$x_2(t)=-t^3+\frac{9}{2}t^2$

② $x_1(t)=x_2(t)$

$\Leftrightarrow t^3-\frac{15}{2}t^2+kt=-t^3+\frac{9}{2}t^2$

$\Leftrightarrow 2t^3-12t^2+kt=0$

$\Leftrightarrow t\,\underbrace{(2t^2-12t+k)}_{\text{중근}}=0$

③ $(-6)^2-2k=0$ $\therefore \underline{k=18}$

20. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=1$인 삼차함수 $f(x)$와 양의 실수 p에 대하여 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g'(0)=0$

(나) $g(x)=\begin{cases} f(x-p)-f(-p) & (x<0) \\ f(x+p)-f(p) & (x\geq0) \end{cases}$

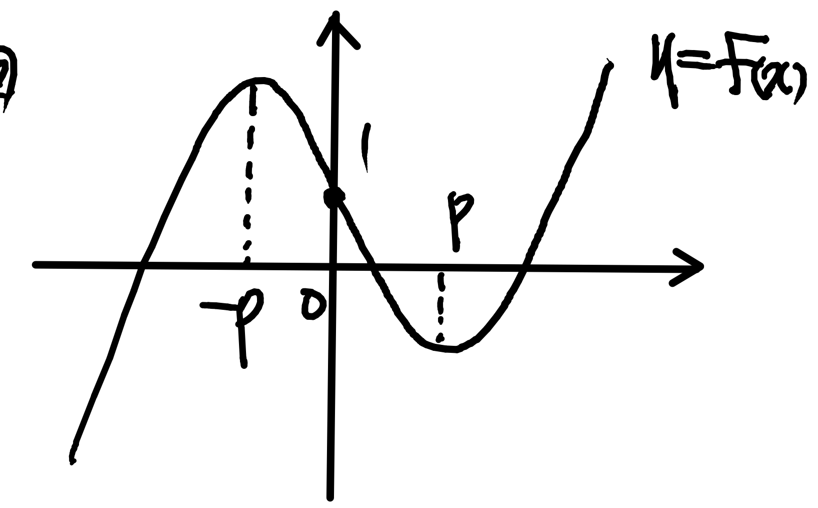
$\int_0^p g(x)\,dx=20$일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

① $g(0)=0$. $g'(0)=0$.

② $g'(x)=\begin{cases} f'(x-p) & (x<0) \\ f'(x+p) & (x>0) \end{cases}$

by (가) $\underline{f'(-p)=f'(p)=0}$

③



$f(x)=x(x+\sqrt{3}p)(x-\sqrt{3}p)+1$

$=x^3-3p^2x+1.$

$f(p)=p^3-3p^3+1=-2p^3+1.$

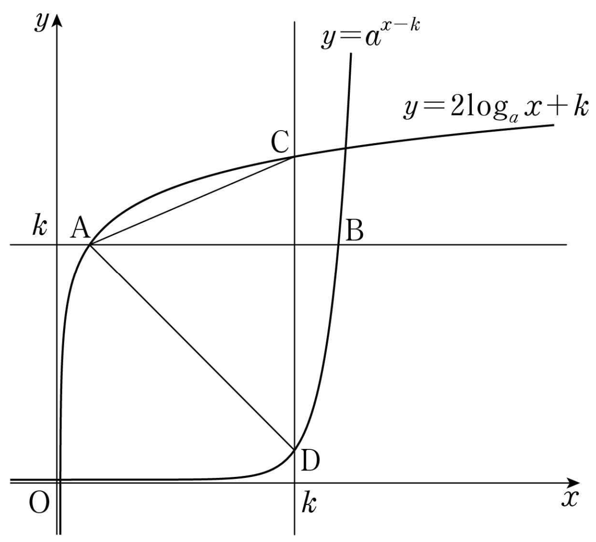
④ $\int_0^p g(x)dx=\int_p^{2p}(x^3-3p^2x+1)-(-2p^3+1)\,dx$

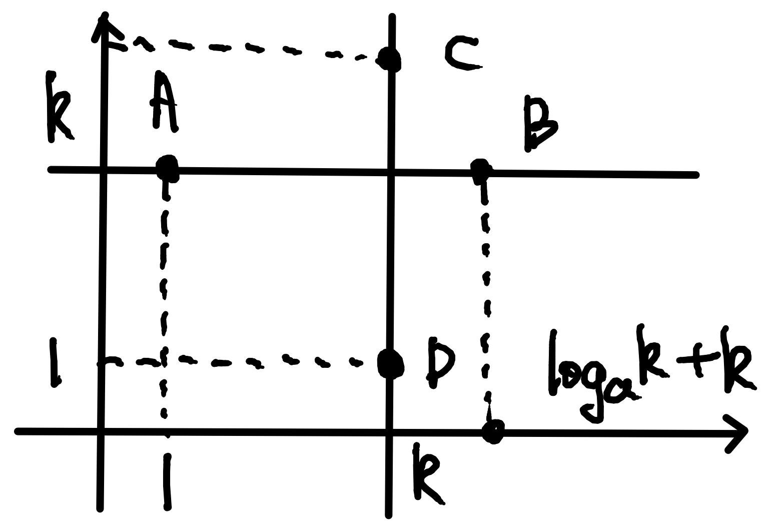
$=\left[\frac{x^4}{4}-\frac{3p^2x^2}{2}+2p^3x\right]_p^{2p}=20$

$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(16p^4-p^4)-\frac{3p^2}{2}(4p^2-p^2)+2p^4$

$=\frac{15p^4}{4}-\frac{18p^4}{4}+\frac{8p^4}{4}=\frac{5p^4}{4}=20$ $\therefore p^4=16$

21. 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 a, k에 대하여 직선 $y=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $x=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{CD}}=85$이고 삼각형 CAD의 넓이가 35일 때, $a+k$의 값을 구하시오. [4점]



①


② $a^{x-k}=k \Leftrightarrow x=\log_a k+k$

$y=2\log_a k+k$

③ $\overline{AB}\times\overline{CD}=(\log_a k+k-1)\times(2\log_a k+k-1)=85$

④ $S=\frac{1}{2}\times(2\log_a k+k-1)\times(k-1)=35$

⑤ $\log_a k=A$. $k-1=B$이면

$(A+B)(2A+B)=85$

$(2A+B)\times B=70$

나누기 $\Rightarrow \frac{A+B}{B}=\frac{17}{14} \Leftrightarrow \underline{14A=3B}$

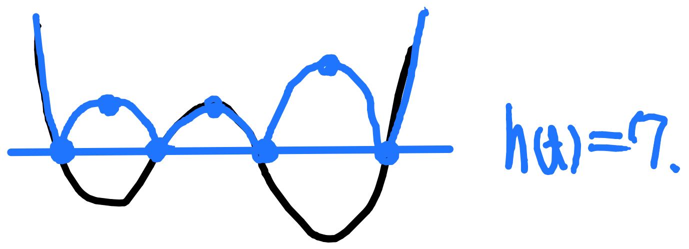
22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=|f(x)-t|$라 할 때, $\lim_{x\to k}\frac{g(x)-g(k)}{|x-k|}$의 값이 존재하는 서로 다른 실수 k의 개수를 $h(t)$라 하자.
함수 $h(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

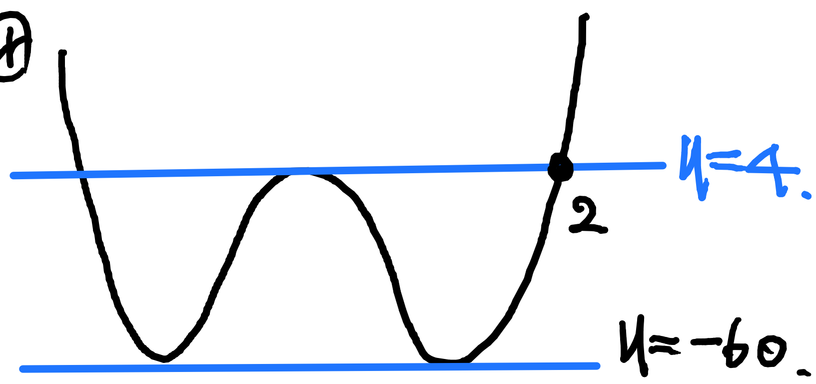
(가) $\lim_{t\to 4+} h(t)=5$
(나) 함수 $h(t)$는 $t=-60$과 $t=4$에서만 불연속이다.

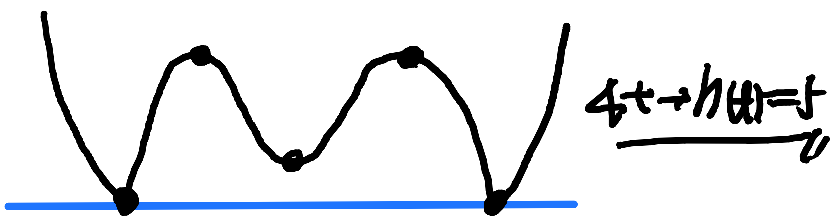
$f(2)=4$이고 $f'(2)>0$일 때, $f(4)+h(4)$의 값을 구하시오. [4점]

① $\lim_{x\to k+}\frac{g(x)-g(k)}{x-k}=\lim_{x\to k-}\frac{g(x)-g(k)}{-(x-k)}$

∴ 좌미계 + 우미계 = 0 : 꺾인점 or 극값

②


by (나)


by (가)


* 확인 사항 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오. ○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

#21.

⑥ $\left(2A+\frac{14}{3}A\right)\times\frac{\cancel{14}}{3}A=\cancel{20}\,5 \Leftrightarrow \frac{\cancel{20}\,4}{3}A\times\frac{A}{3}=\cancel{5} \Leftrightarrow A^2=\frac{9}{4} \quad \therefore A=\frac{3}{2}$

$B=7.$

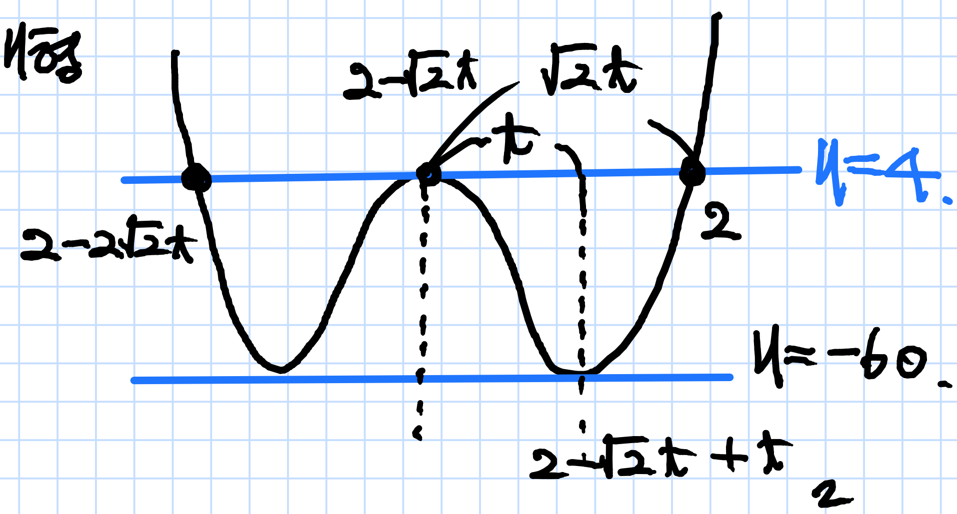
⑦ $\log_a k=A$. $k-1=B$이므로 $k-1=7 \quad \therefore k=8$

$\log_a 8=\frac{3}{2}=\cancel{3}\log_a 2 \Leftrightarrow a^{\frac{1}{2}}=2 \Leftrightarrow a=4.$

$\underline{a+k=12}$ //

#22

③ 개형



$f(x)-4=(x-2)(x-2+\sqrt{2}t)^2(x-2+2\sqrt{2}t)$

④ $f(2+t-\sqrt{2}t)=(\cancel{2}+t-\sqrt{2}t-\cancel{2})(\cancel{2}+t-\cancel{\sqrt{2}t}-\cancel{2}+\cancel{\sqrt{2}t})^2$

$\times(\cancel{2}+t-\sqrt{2}t-\cancel{2}+2\sqrt{2}t)+4=-60$

$\therefore (t-\sqrt{2}t)(t+\sqrt{2}t)\cdot t^2=t^2(t^2-2t^2)=-64$

$\Leftrightarrow -t^4=-64 \Leftrightarrow t^2=8 \quad \therefore t=2\sqrt{2}$

⑤ $f(x)=(x-2)(x+2)^2(x+6)+4$

$f(4)=2\times36\times10+4=724$

⑥ $h(4)=5 \quad \therefore \underline{f(4)+h(4)=729}$ //

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. ${}_3\mathrm{P}_2 + {}_3\Pi_2$의 값은? [2점]

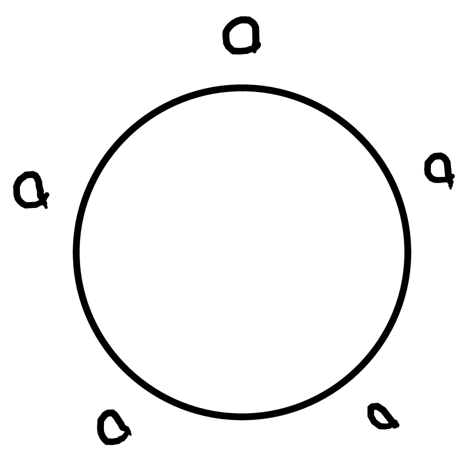
① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

$3\times2+3^2=6+9$

$=\underline{15}$ //

24. 5명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32



$\frac{5!}{5}=4!=\underline{24}$ //

25. 문자 A, A, A, B, B, B, C, C가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드를 모두 일렬로 나열할 때, 양 끝 모두에 B가 적힌 카드가 놓이도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 문자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

B AAABCC B

$$\frac{6!}{3!\ 2!} = 6\times10$$

$= \underline{60}$ //

26. 서로 다른 공 6개를 남김없이 세 주머니 A, B, C에 나누어 넣을 때, 주머니 A에 넣은 공의 개수가 3이 되도록 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 공을 넣지 않는 주머니가 있을 수 있다.) [3점]

① 120 ② 130 ③ 140 ④ 150 ⑤ 160

① 공: 1.2.3.4.5.6

② A B C

$_6C_3$ $= 20$

나머지 3개 $2\times2\times2$

$\therefore \underline{160}$ //

27. 방정식 $a+b+c+3d=10$을 만족시키는 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [3점]

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

① $d=1$: $a+b+c=7$
$\quad\ 1\ \ 1\ \ 1$

$\rightarrow a'+b'+c'=4$

${}_3H_4={}_6C_2=15$

② $d=2$: $a+b+c=4$
$\quad\ 1\ \ 1\ \ 1$

$\rightarrow a'+b'+c'=1$

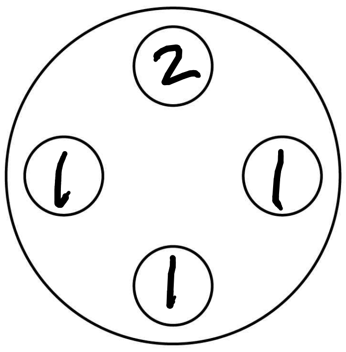
3개

∴ 18개

28. 원 모양의 식탁에 같은 종류의 비어 있는 4개의 접시가 일정한 간격을 두고 원형으로 놓여 있다. 이 4개의 접시에 서로 다른 종류의 빵 5개와 같은 종류의 사탕 5개를 다음 조건을 만족시키도록 남김없이 나누어 담는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

(가) 각 접시에는 1개 이상의 빵을 담는다.
(나) 각 접시에 담는 빵의 개수와 사탕의 개수의 합은 3 이하이다.

① 420 ② 450 ③ 480 ④ 510 ⑤ 540



① ${}_5C_2=10 \times \frac{4!}{4}=60$.

②

	AB	C	D	E	
사탕	0	1	1	1	②
	1	1	1	1	①

$60({}_3H_2+3)$

$=60\times({}_4C_2+3)$

$=540$

단답형

29. 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 다음 조건을 만족시키도록 여섯 개를 선택한 후, 선택한 숫자 여섯 개를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

(가) 숫자 1, 2, 3을 각각 한 개 이상씩 선택한다. (나) 선택한 여섯 개의 수의 합이 4의 배수이다.

120

① 배④ 1.2.3.○.○.○

↙ 나머지 2

②

1 2 3

2 2 2

② 1.2.3.1.2.3 나열

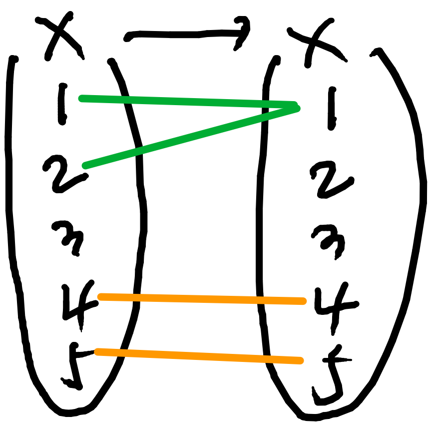
$\frac{6!}{2!2!2!} = 90$

③ 1.2.3.2.2.2

$\frac{6!}{4!} = 30$

∴ 120개

④ $f(2)=1$ & $f(4)\times f(5) \geq 0$



4+5=9

30. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to X$의 개수를 구하시오. [4점]

45

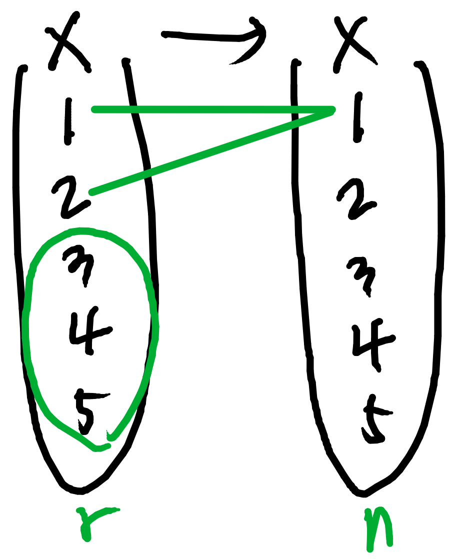
(가) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$이다. (나) $f(2) \neq 1$이고 $f(4)\times f(5) < 20$이다.

전체 여사건 $f(2)=1$ or $f(4)\times f(5) \geq 20$

① 전체 $= {}_5H_5 = {}_{4+5}C_4 = {}_9C_4$

$= \frac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 126$개

② $f(2)=1$.



${}_5H_3 = {}_{4+3}C_3$

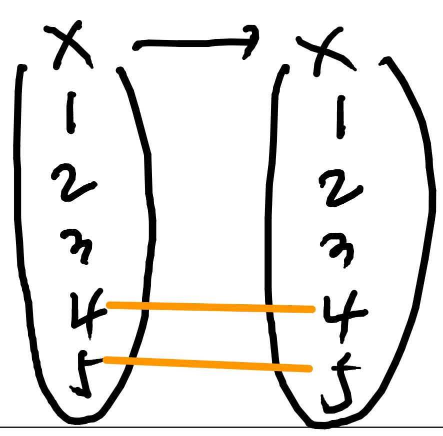
$= {}_7C_3$

$= 35$개.

③ $f(4)\times f(5) \geq 20$

4 5

5 5



${}_4H_3 + {}_5H_3$

$= {}_6C_3 + 35$

$= 55$

* 확인 사항 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오. ○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

⑤ $126-(35+55-9)$

$= 126-81 = 45$

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)(3n-1)}{n^2+1}$ 의 값은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$\lim_{n\to\infty} \frac{6n^2}{n^2} = 6$

24. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$3^n-2^n < a_n < 3^n+2^n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{3^{n+1}+2^n}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{3^n+\alpha}{3\cdot 3^n} = \frac{1}{3}$

25. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{2n}-6n}{a_n+5}=4$$

일 때, a_2-a_1의 값은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

① $a_n = dn+\alpha$

$a_{2n} = 2dn+\alpha$

② $\lim_{n\to\infty} \frac{2dn+\alpha-6n}{dn+\alpha+5}$

$= \frac{2dn-6n}{dn} = \frac{2d-6}{d}$

$=4$

③ $2d-6=4d$

$\Leftrightarrow d=-3$

④ $\underline{a_2-a_1=d=-3}_{//}$

26. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}(n^2+1)a_n=3,\ \lim_{n\to\infty}(4n^2+1)(a_n+b_n)=1$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}(2n^2+1)(a_n+2b_n)$의 값은? [3점]

① -3 ② $-\frac{7}{2}$ ③ -4 ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ -5

① $\lim_{n\to\infty}(4n^2+1)a_n+\lim_{n\to\infty}(4n^2+1)b_n=1$

$\Leftrightarrow \lim_{n\to\infty}\frac{(4n^2+1)a_n\times(n^2+1)}{n^2+1}+(4n^2+1)b_n=1$

$\Leftrightarrow \lim_{n\to\infty}\frac{3(4n^2+1)}{n^2+1}+(4n^2+1)b_n=1$

$\therefore \lim_{n\to\infty}(4n^2+1)b_n=-11$

② $\lim_{n\to\infty}\frac{(2n^2+1)a_n(n^2+1)}{n^2+1}$

$+2\times\lim_{n\to\infty}\frac{(2n^2+1)b_n(4n^2+1)}{4n^2+1}$

$=2\times3+2\times\frac{-11}{2}$

$=6-11=\underline{-5}_{//}$

다른 $\lim_{n\to\infty}a_n=\frac{3}{n^2}$

$12+\lim_{n\to\infty}(4n^2+1)b_n=1$

$\therefore \lim_{n\to\infty}b_n=\frac{-11}{4n^2}$

$\therefore \lim_{n\to\infty}(2n^2+1)\times\frac{12-22}{4n^2}=\underline{-5}_{//}$

27. $a_1=3$, $a_2=-4$인 수열 $\{a_n\}$과 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k}=\frac{6}{n+1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}a_nb_n$의 값은? [3점]

① -54 ② $-\frac{75}{2}$ ③ -24 ④ $-\frac{27}{2}$ ⑤ -6

① $S_n=\frac{6}{n+1}$

$\frac{a_n}{b_n}=S_n-S_{n-1}=\frac{6}{n+1}-\frac{6}{n}$ $(n\geq 2)$

② $S_1=\frac{a_1}{b_1}=3 \Leftrightarrow b_1=1.$

$\frac{a_2}{b_2}=\frac{-6}{2\times 3}=-1$ $\therefore b_2=4$

③ $b_n=3n-2$

④ $a_nb_n=\frac{a_n}{b_n}\times b_n^2$

$=\frac{-6}{n(n+1)}\times(3n-2)^2$

⑤ $\lim_{n\to\infty}a_nb_n=-6\times 9=-54$

28. $a>0$, $a\neq 1$인 실수 a와 자연수 n에 대하여 직선 $y=n$이 y축과 만나는 점을 A_n, 직선 $y=n$이 곡선 $y=\log_a(x-1)$과 만나는 점을 B_n이라 하자. 사각형 $A_nB_nB_{n+1}A_{n+1}$의 넓이를 S_n이라 할 때,

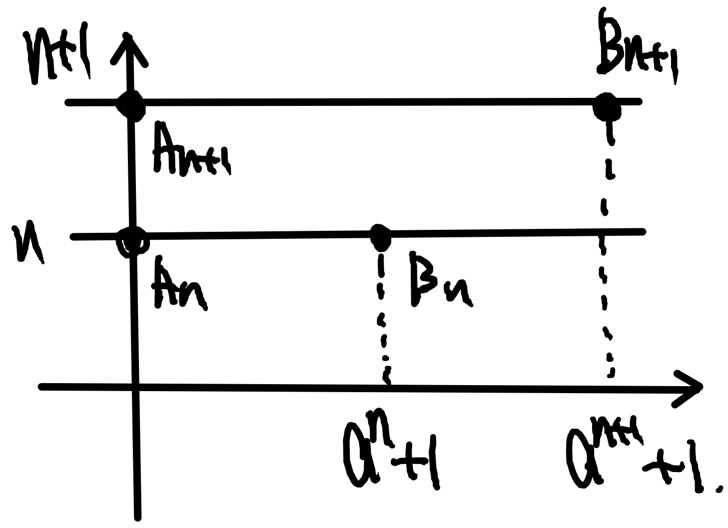
$$\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{B_nB_{n+1}}}{S_n}=\frac{3}{2a+2}$$

을 만족시키는 모든 a의 값의 합은? [4점]

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

① $A_n(0, n)$ $B_n(a^n+1, n)$

②



③ $S_n=\frac{1}{2}\times(a^n+1+a\cdot a^n+1)\times 1$

$=\frac{(a+1)a^n+2}{2}$

④ $\overline{B_nB_{n+1}}=\sqrt{(a-1)^2a^{2n}+1}.$

⑤ $\lim_{n\to\infty}\frac{2\sqrt{(a-1)^2a^{2n}+1}}{(a+1)a^n+2}=\frac{3}{2a+2}$

$a<1$: $1=\frac{3}{2a+2} \Leftrightarrow a=\frac{1}{2}$

$a>1$: $\frac{2(a-1)}{\cancel{a+1}}=\frac{3}{\cancel{2a+2}_{2}}$

$a-1=\frac{3}{4} \Leftrightarrow a=\frac{7}{4}$

$\therefore$ 합 $=\frac{9}{4}$

단답형

29. 자연수 n에 대하여 x에 대한 부등식 $x^2-4nx-n<0$을 만족시키는 정수 x의 개수를 a_n이라 하자. 두 상수 p, q에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{na_n}-pn\right)=q$$

일 때, $100pq$의 값을 구하시오. [4점]

① $x=2n\pm\sqrt{4n^2+n}$

$2n-\sqrt{4n^2+n}<x<2n+\sqrt{4n^2+n}$

$\sqrt{4n^2+n} = 2n.\text{xxx}$ (left), $2n.\text{xx}$ (right)

$=-0.\text{xxx}$ $\qquad$ $=4n.\text{xxx}$

② $x=0.1.2.3.\cdots 4n$

$\therefore a_n=4n+1$

③ $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{4n^2+n}-pn\right)$ $\qquad p=2$

$=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\cancel{4n^2}+n-\cancel{4n^2}}{\sqrt{4n^2+n}+2n}=\dfrac{1}{4}$

$\therefore q=\dfrac{1}{4}$

④ $100pq=100\times2\times\dfrac{1}{4}$

$=\underline{50}$ //

30. 함수

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n+1}-x}{x^{2n}+1}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> $2k-2\le|x|<2k$일 때,
>
> $g(x)=(2k-1)\times f\left(\dfrac{x}{2k-1}\right)$
>
> 이다. (단, k는 자연수이다.)

$0<t<10$인 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 함수 $y=g(x)$의 그래프와 만나지 않도록 하는 모든 t의 값의 합을 구하시오. [4점]

① $f(x)$ 개형

- $|x|>1$: $f(x)=x$
- $|x|<1$: $f(x)=-x$
- $x=1$: $f(1)=0$
- $x=-1$: $f(-1)=0$

② $f\left(\dfrac{x}{2k-1}\right)$ 개형

- $|x|>2k-1$: $f(x)=x$
- $|x|<2k-1$: $f(x)=-x$
- $x=2k-1$: $f(1)=0$
- $x=-(2k-1)$: $f(-1)=0$

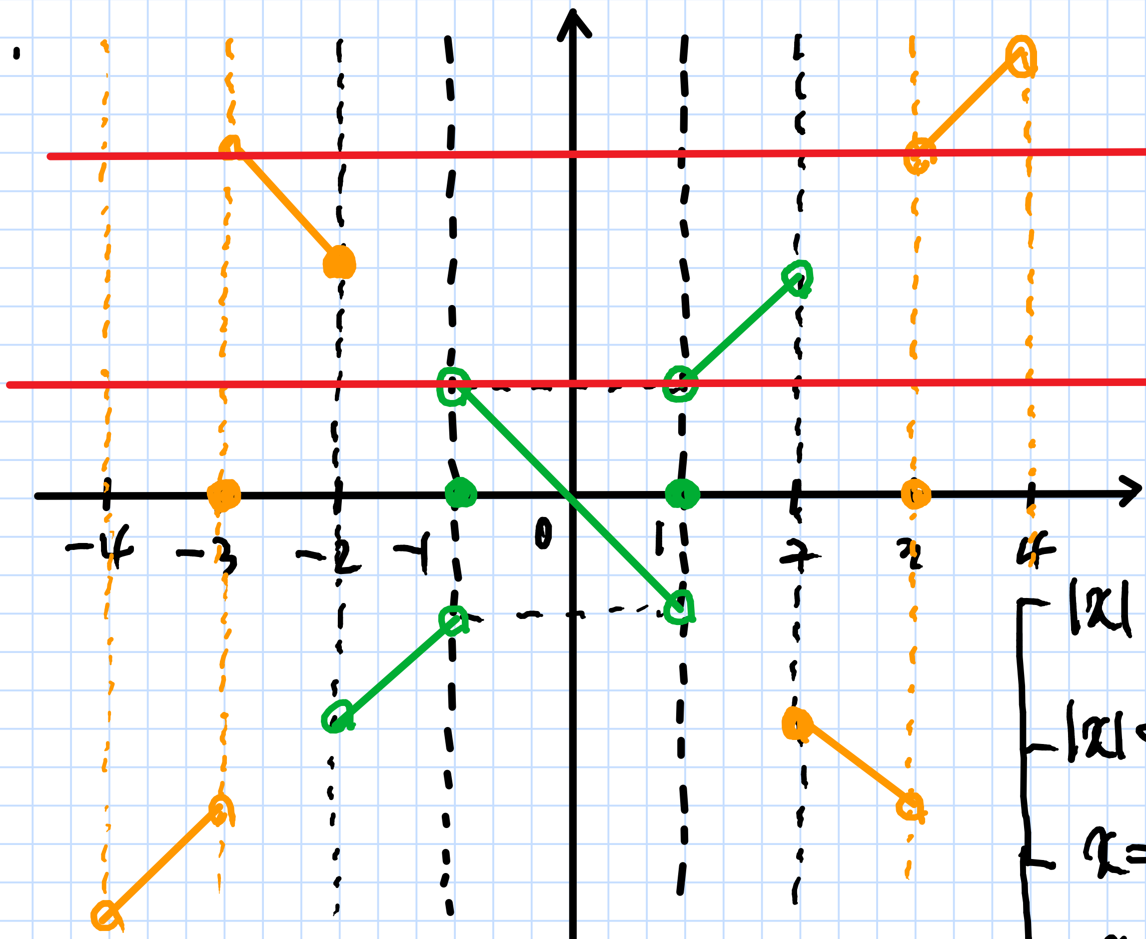
* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

#30.

②



반복. $y=3$

$y=1$

$|x| > 2k-1$: $f(x) = x$

$|x| < 2k-1$: $f(x) = -x$

$x = 2k-1$: $f(1) = 0$

$x = -(2k-1)$: $f(-1) = 0$

① 2k $k=1$: $0 \le |x| < 2 \Leftrightarrow -2 < x \le 0$ or $0 \le x < 2$

$k=2$: $2 \le |x| < 4 \Leftrightarrow -4 < x \le -2$ or $2 \le x < 4$

$|x| > 3$. $|x| < 3$.

④ $t = 1 . 3 . 5 . 7 . 9$

합 $= 25$

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

23. 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{5}=1$ 의 장축의 길이는? [2점]

① $4\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{14}$ ⑤ 8

$a=4 \rightarrow \underline{2a=8}$ //

24. 포물선 $x^2=8y$ 의 초점과 준선 사이의 거리는? [3점]

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

① $x^2=4\cdot2\cdot y$

② 준선 : $y=-2$

F $(0 . 2)$

③ $\underline{거리 = 4}$ //

25. 한 초점이 F(3, 0)이고 주축의 길이가 4인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$의 점근선 중 기울기가 양수인 것을 l이라 하자. 점 F와 직선 l 사이의 거리는? (단, a, b는 양수이다.) [3점]

① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

① $a=2$.

② $a^2+b^2=9=4+b^2$

$\therefore b^2=5$

③ $l: y=\frac{\sqrt{5}}{2}x$

$\Leftrightarrow \sqrt{5}x-2y=0$

④ $d=\frac{|3\sqrt{5}|}{\sqrt{5+4}}=\underline{\sqrt{5}}$ //

26. 포물선 $y^2=4x+4y+4$의 초점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원이 포물선과 만나는 두 점을 A(a, b), B(c, d)라 할 때, $a+b+c+d$의 값은? [3점]

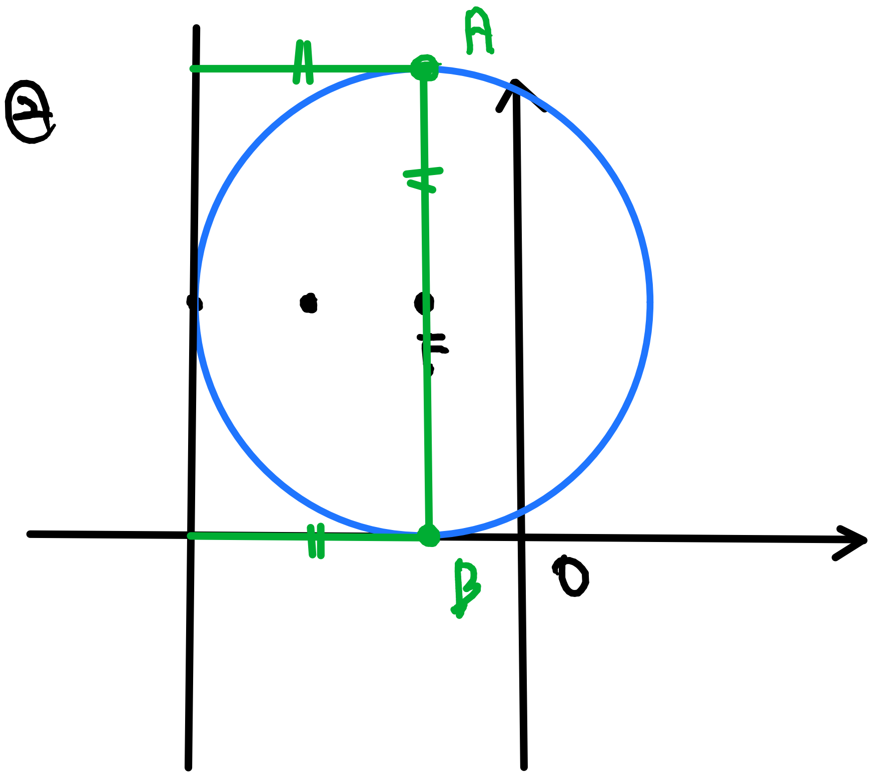
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

① $y^2-4y+4=4x+4+4$

$\Leftrightarrow (y-2)^2=4(x+2)$

$F(-1, 2)$

②



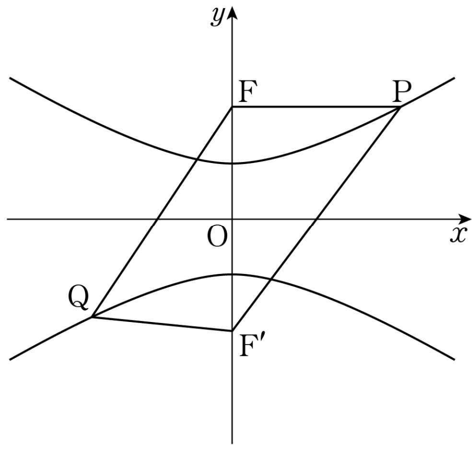
③ $A(-1, 4)$ $B(-1, 0)$

$\underline{a+b+c+d=2}$ //

27. 그림과 같이 두 초점이 F(0, c), F′(0, $-c$) ($c>0$)인 쌍곡선 $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=-1$이 있다. 쌍곡선 위의 제1사분면에 있는 점 P와 쌍곡선 위의 제3사분면에 있는 점 Q가

$$\overline{PF'}-\overline{QF'}=5,\ \overline{PF}=\frac{2}{3}\overline{QF}$$

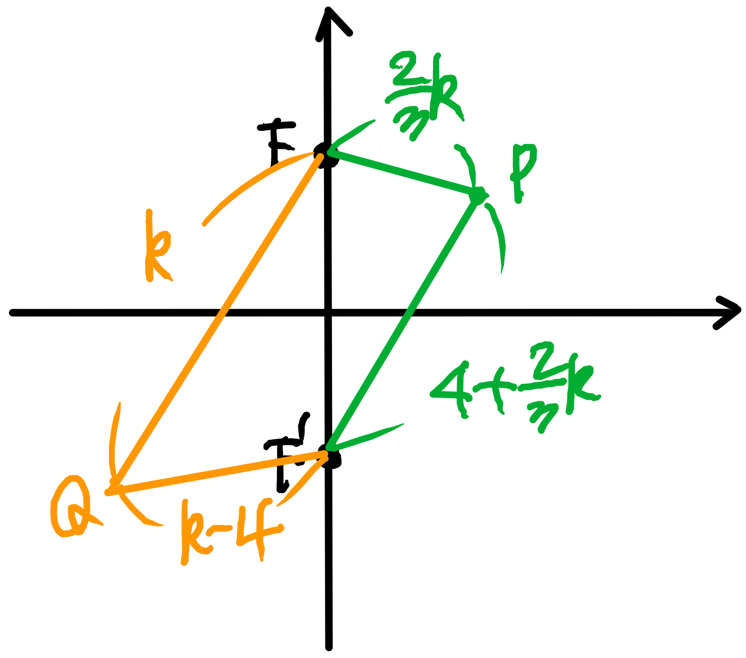
를 만족시킬 때, $\overline{PF}+\overline{QF}$의 값은? [3점]



① 10　② $\frac{35}{3}$　③ $\frac{40}{3}$　④ 15　⑤ $\frac{50}{3}$

① 주축 = 4

②



③ $\overline{PF'}-\overline{QF'}=4+\frac{2}{3}k-k+4=5$

⇔ $\frac{1}{3}k=3$

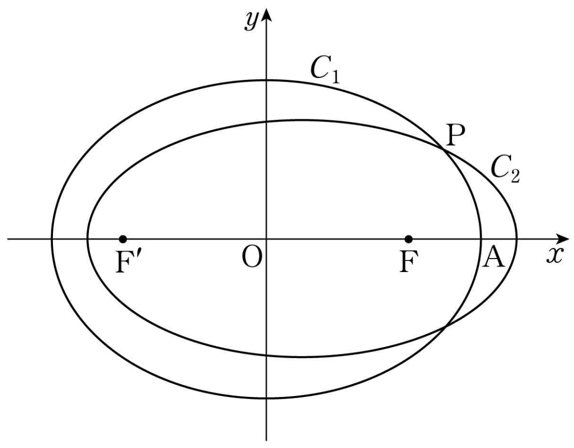
∴ $k=9$

④ $\overline{PF}+\overline{QF}=\frac{2}{3}k+k$

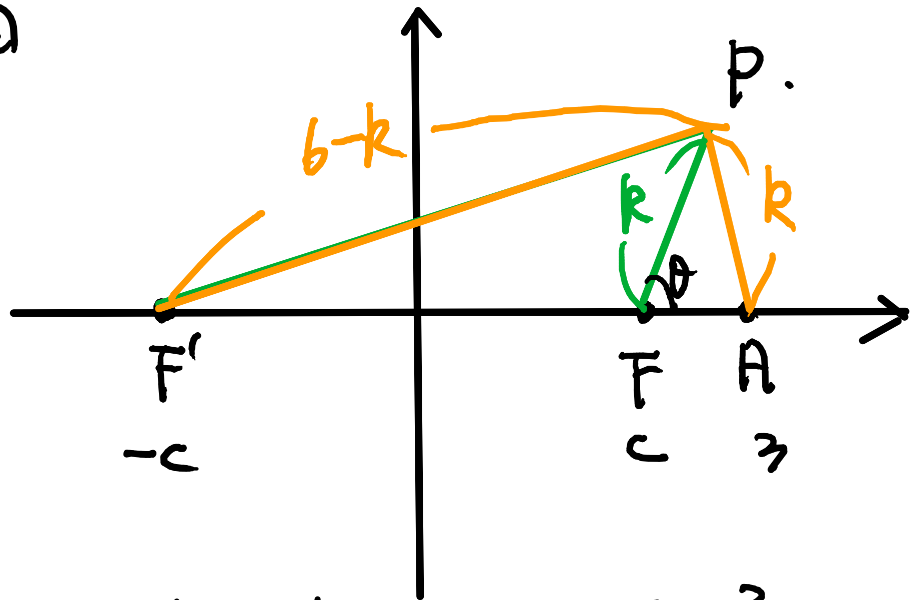
$=6+9=15$

28. 장축의 길이가 6이고 두 초점이 F(c, 0), F′($-c$, 0) ($c>0$)인 타원을 C_1이라 하자. 장축의 길이가 6이고 두 초점이 A(3, 0), F′($-c$, 0)인 타원을 C_2라 하자. 두 타원 C_1과 C_2가 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 $\cos(\angle AFP)=\frac{3}{8}$일 때, 삼각형 PFA의 둘레의 길이는? [4점]

① $\frac{11}{6}$　② $\frac{11}{5}$　③ $\frac{11}{4}$　④ $\frac{11}{3}$　⑤ $\frac{11}{2}$



①



△AFP는 이등변△. ∴ $\overline{AF}=\frac{3}{8}k\times 2$

∴ $3-c=\frac{3}{4}k$ ⇔ $c=3-\frac{3}{4}k$

② △FF′P 에서

$(6-k)^2=k^2+4c^2+\cancel{2}\cdot k\cdot\cancel{2}c\cdot\frac{+3}{\cancel{8}\,2}$

⇔ $36-12k=36\left(\frac{1}{16}k^2-\frac{1}{2}k+1\right)+\frac{9}{2}k\left(1-\frac{k}{4}\right)$

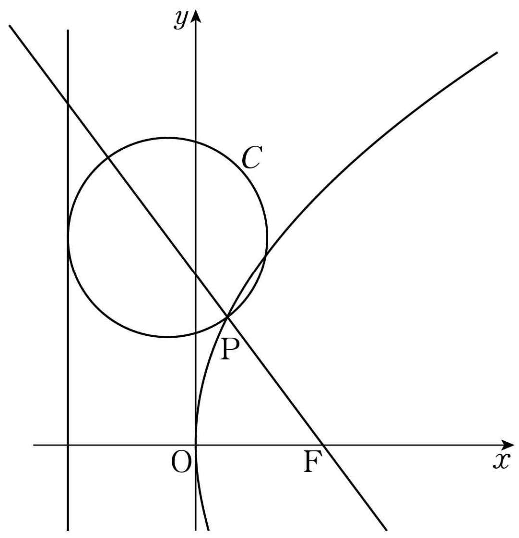
⇔ $\cancel{36}-12k=\frac{18}{8}k^2-18k+\cancel{36}+\frac{9}{2}k-\frac{9}{8}k^2$

⇔ $\frac{9}{8}k^2-\frac{3}{2}k=0$　∴ $k=\frac{4}{3}$

③ $2k+\frac{3}{4}k=\frac{8}{3}+1=\frac{11}{3}$

단답형

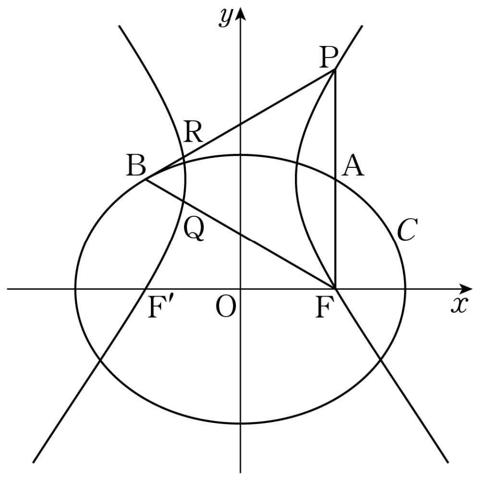
29. 그림과 같이 꼭짓점이 원점 O이고 초점이 F$(p, 0)$ $(p>0)$인 포물선이 있다. 점 F를 지나고 기울기가 $-\frac{4}{3}$인 직선이 포물선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P라 하자. 직선 FP 위의 점을 중심으로 하는 원 C가 점 P를 지나고, 포물선의 준선에 접한다. 원 C의 반지름의 길이가 3일 때, $25p$의 값을 구하시오. (단, 원 C의 중심의 x좌표는 점 P의 x좌표보다 작다.) [4점]



30. 그림과 같이 두 초점이 F$(c, 0)$, F$'(-c, 0)$ $(c>0)$인 타원 C가 있다. 타원 C가 두 직선 $x=c$, $x=-c$와 만나는 점 중 y좌표가 양수인 점을 각각 A, B라 하자.
두 초점이 A, B이고 점 F를 지나는 쌍곡선이 직선 $x=c$와 만나는 점 중 F가 아닌 점을 P라 하고, 이 쌍곡선이 두 직선 BF, BP와 만나는 점 중 x좌표가 음수인 점을 각각 Q, R라 하자.
세 점 P, Q, R가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 BFP는 정삼각형이다.
(나) 타원 C의 장축의 길이와 삼각형 BQR의 둘레의 길이의 차는 3이다.

$60\times\overline{\mathrm{AF}}$의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.