

제 2 교시

2015학년도 대학수학능력시험 모의평가 문제지

# 수학 영역 (A형)

성명		수험 번호																
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형( '가' 형/ '나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0' 이 포함되면 그 '0' 도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.





제 2 교시

수학 영역

1.  $2^{\log_3 2} \div 2^{\log_3 6}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
 ④ 2                              ⑤ 3

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1}(\sqrt{n+3} - \sqrt{n+1})$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ② 1                              ③  $\frac{3}{2}$   
 ④ 2                              ⑤  $\frac{5}{2}$

2. 등비수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_2 + a_4 = 30$ ,  $a_5 + a_7 = 810$ 일 때,  $a_3 + a_5$ 의 값은? [2점]

- ① 45                              ② 60                              ③ 90  
 ④ 120                              ⑤ 270

4. 그래프  $G$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

- (가) 각 꼭짓점에 연결된 변의 개수는 모두 5로 같다.  
 (나) 모든 변의 개수는 40이다.

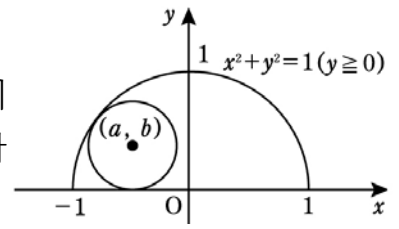
그래프  $G$ 의 모든 꼭짓점의 개수는? [3점]

- ① 8                              ② 10                              ③ 12  
 ④ 14                              ⑤ 16

5. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $AX + BX = 2A + B$ 를 만족시키는 행렬  $X$ 의 모든 성분의 합은? [3점]
- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

6. 등차수열  $\{a_n\}$ 이  $a_3 + a_4 = 12$ ,  $\frac{a_2 + a_4 + a_6}{a_1 + a_3 + a_5} = 2$ 를 만족할 때  $a_5$ 의 값은? [3점]
- ① 3                      ② 6                      ③ 9  
 ④ 12                      ⑤ 15

7. 오른쪽 그림과 같이 반원  $x^2 + y^2 = 1 (y \geq 0)$ 과  $x$ 축에 동시에 접하는 원의 중심의 좌표를  $(a, b)$ 라 할 때,



- $\lim_{a \rightarrow -1+0} \frac{b}{a+1}$ 의 값은? [3점]
- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{2}{3}$                       ③ 1  
 ④  $\frac{3}{2}$                       ⑤ 2

8.  $x = 1$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 2$ 를 만족할 때 다음 <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보기>

$\neg \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$	$\neg f(1) = 0$
$\square f'(1) = 2$	

- ①  $\neg$                       ②  $\neg$                       ③  $\square$   
 ④  $\neg, \neg$                       ⑤  $\neg, \neg, \square$

9. 화재가 발생한 화재실의 온도는 시간에 따라 변한다. 어떤 화재실의 초기 온도를  $T_0(^{\circ}\text{C})$ , 화재가 발생한 지  $t$ 분 후의 온도를  $T(^{\circ}\text{C})$ 라고 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$T = T_0 + k \log(8t + 1) \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

초기 온도가  $20^{\circ}\text{C}$ 인 이 화재실에서 화재가 발생한 지 15분 후의 온도는  $60^{\circ}\text{C}$ 이었고, 화재가 발생한 지  $\frac{5}{4}$ 분 후의 온도? [3점]

- ① 25                      ② 30                      ③ 35  
 ④ 40                      ⑤ 45

10. 자연수  $n$ 에 대하여 두 함수  $y = 2^x$ ,  $y = \log_2 x$ 의 그래프가 직선  $y = -\frac{1}{n}x + 2$ 와 만나는 교점의  $x$ 좌표를 각각  $a_n, b_n$ 이라 하자. 이때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ.  $a_1 < 1$ 이고  $b_1 > 1$

ㄴ.  $a_n < a_{n+1} < 1$

ㄷ.  $n \geq 2$ 일 때  $a_n \cdot 2^{a_n} < b_n \cdot \log_2 b_n$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 반원  $x^2 + y^2 = 4$

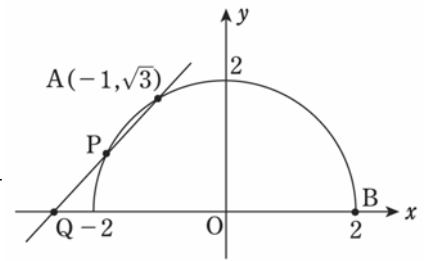
( $y \geq 0$ ) 위의 정점

$A(-1, \sqrt{3})$ 와 동점

$P(x, y)$ 가 있다. 직선  $AP$ 가

$x$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라

하고  $\angle AQO = \theta$ 라 할 때  $\lim_{x \rightarrow -1} \sin \theta$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       ③  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 ④ 1                              ⑤ 존재하지 않는다.

[12~13]  $y = a$ 가  $y = 4 \cdot 2^x$  및  $y = 2^x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고  $y = b$ 가  $y = 4 \cdot 2^x$  및  $y = 2^x$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. (단,  $0 < a < b$ 이다.)  
12번과 13번의 물음에 답하시오.

12.  $b - a = 3$ 일 때 사다리꼴 ABCD의 넓이는? [3점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

13. ABC가 정삼각형일 때, 점 A의 좌표는  $(p, q)$ 이다.

이때,  $2^p \times q^3$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ①  $\frac{3}{4}$                       ② 1                      ③  $\frac{5}{4}$   
④  $\frac{7}{4}$                       ⑤  $\frac{9}{4}$

14. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 1$ 이고

$$a_{n+2} = (n+1)(a_{n+1} + a_n) \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정이다.

[과정]

$$a_{n+2} = (n+1)(a_{n+1} + a_n) \text{에서}$$

$$a_{n+2} - (n+2)a_{n+1} = -\{a_{n+1} - (n+1)a_n\} \text{이므로}$$

$$a_{n+1} - (n+1)a_n = \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

$$b_n = \frac{a_n}{n!} \text{이라 하면,}$$

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1) \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } a_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 2) \text{이다.}$$

위의 (가), (나), (다)에 들어갈 식을 각각

$f(n)$ ,  $g(n)$ ,  $h(n)$ 이라 할 때,  $f(1) + 12g(2) + h(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 6                      ② 8                      ③ 10                      ④ 12                      ⑤ 14

15. 자연수  $n$ 에 대하여 두 점  $P_{n-1}, P_n$ 이 함수  $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 점일 때, 점  $P_{n+1}$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 두 점  $P_0, P_1$ 의 좌표는 각각  $(0, 0), (1, 2)$ 이다.
- (나) 점  $P_{n+1}$ 은 점  $P_n$ 을 지나고 직선  $P_{n-1}P_n$ 에 수직인 직선과 함수  $y = 2x^2$ 의 그래프의 교점이다.  
(단,  $P_n$ 과  $P_{n+1}$ 은 서로 다른 점이다.)

$P_n$ 의  $x$ 좌표를  $a_n$ 이라고 할 때,  $a_2 + a_3$ 의 값을 구하면? [4점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

16. 함수  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 1 & (x \geq 1) \\ x^3 - x & (x < 1) \end{cases}$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$ 의 값을 구하면? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

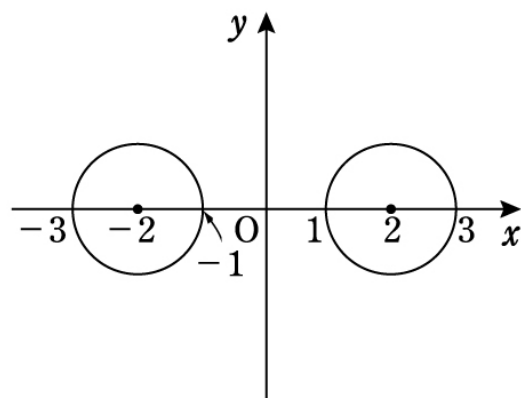
17. 집합  $V = \left\{ \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix} \mid x, y \text{ 는 실수} \right\}$ 에 대하여,

<보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

- <보기>
- ㄱ. 집합  $V$ 는 행렬의 곱셈에 대한 항등원을 갖는다.
  - ㄴ. 행렬  $A \in V$ 에 대하여  $A \neq O$ 이면  $A$ 는 역행렬을 갖는다.
  - ㄷ. 행렬  $A, B \in V$ 에 대하여  $AB = O$ 이면  $A = O$  또는  $B = O$ 이다. (단,  $O$ 는 영행렬이다.)

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 좌표평면 위에 중심이 각각  $(2, 0), (-2, 0)$ 이고 반지름의 길이가 1인 두 원이 있다. 양수  $r$ 에 대하여  $f(r)$ 를 반지름의 길이가  $r$ 이고 이 두 원에 동시에 접하는 원의 개수라 하자.



$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) + f(2)$ 의 값을 구하면? [4점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

19. 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항  $a_n$ 을

$$a_n = (\log n \text{에 가장 가까운 정수}) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

라 하자. 예를 들어  $a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = 0, a_4 = 1, \dots$ 이다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

(단,  $\sqrt{10} \approx 3.162$ 로 계산한다.) [4점]

〈보기〉

ㄱ.  $a_{14} = 2$

ㄴ.  $\sum_{n=1}^{20} a_n = 17$

ㄷ.  $a_n = 2$ 를 만족시키는 자연수  $n$ 의 개수는 285이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 자연수  $n$ 에 대하여  $\log n$ 의 지표를  $f(n)$ , 가수를  $g(n)$  ( $0 \leq g(n) < 1$ )이라 하자.  $g(n+1) < g(n)$ 을 만족하는  $n$ 의 값 중 작은 것부터 차례대로  $n_1, n_2, n_3, \dots$ 이

라 할 때,  $\sum_{k=1}^{10} f(n_k)$ 의 값은? [4점]

- ① 35                      ② 36                      ③ 45  
④ 46                      ⑤ 55

21. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ 이고  $a_{n+1}$ 은 방정식

$2x^3 - 3a_n x^2 + 2a_n - 2 = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수로 정의한다.  $f_n(x) = 2x^3 - 3a_n x^2 + 2a_n - 2$ 라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보기〉

ㄱ.  $a_2 = 2$

ㄴ.  $f_2(x)$ 의 극값의 합은  $-4$ 이다.

ㄷ.  $\sum_{n=1}^{10} a_n = 27$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형(22 ~ 30)

22.  $3^{a+b} = 8, 2^{a-b} = 5$ 일 때  $3^{a^2-b^2}$ 의 값을 구하시오. [3점]



23. 수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_1 = 3$ 이고,  $n \geq 1$ 일 때,  $a_{n+1}$ 은  $x + y = a_n$ 과  $x$ 축,  $y$ 축으로 만들어 지는 삼각형의 세 변 위의 점 중  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점의 개수이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{a_n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

24.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} + \sqrt{n^2 + 2n} - 2n) = a$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a(4^{n+1} + 3^n + 2)}{4^n + 3^n}$ 의 극한값을 구하시오. [3점]

25.  $A_{n+1} = A_n + (2n - 1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 일 때,  $A_5$ 의 모든 원소의 합을 구하시오. [3점]

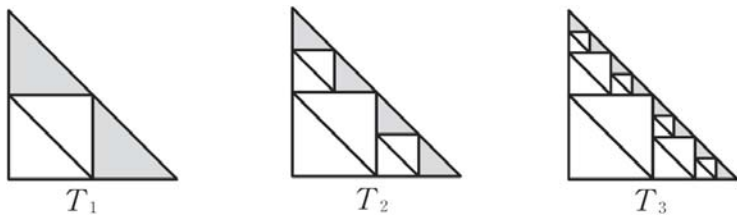
26. 좌표평면에서 두 함수

$$f(x) = x^3 - 3x, \quad g(x) = \begin{cases} a & (x < 0) \\ 9x + a & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수  $a$ 는 두 개가 있다. 두 값의 차를 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 검은색 직각이등변삼각형에 빗변과 한 점에서 만나도록 흰색 정사각형을 내접시킨 후 정사각형에 빗변과 평행한 대각선을 그은 도형을  $T_1$  이라 하자. 도형  $T_1$  의 각 검은색 삼각형에 빗변과 한 점에서 만나도록 흰색 정사각형을 내접시킨 후 모든 정사각형에 빗변과 평행한 대각선을 그은 도형을  $T_2$  라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 도형  $T_n$  의 흰색 삼각형의 개수를  $a_n$  이라 하자.

예를 들어,  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 6$  이다.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{2^n + 2}$  의 값을 구하시오. [3점]



28. 100 이하의 자연수 전체의 집합을  $S$  라 할 때,  $n \in S$  에 대하여 집합

$$\{k \mid k \in S \text{ 이고 } \log_2 n - \log_2 k \text{ 는 정수}\}$$

의 원소의 개수를  $f(n)$  이라 하자. 예를 들어,  $f(10) = 5$  이고  $f(99) = 1$  이다. 이때,  $f(n) = 2$  인  $n$  의 개수를 구하시오. [4점]

29. 실수  $t$  에 대하여 곡선  $y = x^4 - x^3 + 2x$  위의 점  $(t, t^4 - t^3 + 2t)$  과 직선  $y = 2x + k$  사이의 거리를  $g(t)$  라 하자. 함수  $g(t)$  가  $t = 1$  에서만 미분이 불가능할 때,  $\sqrt{5}g'(3)$  의 값을 구하시오. [4점]

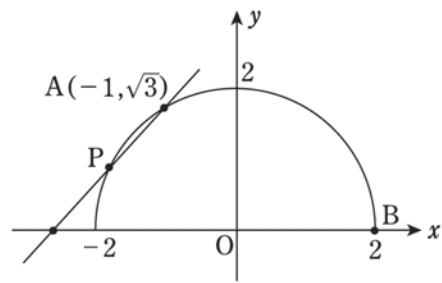
30. 자연수  $k$  에 대하여  $\log k$  의 지표와 가수를 각각  $x_k, y_k$  라 할 때,  $(x_k, 0)$  을 중심으로 하고  $y_k + \log 2$  을 반지름으로 하는 원을  $C_k$  라 하자. 다음 조건을 만족시키는 자연수  $m, n$  의 순서쌍  $(m, n)$  의 개수를 구하시오. [4점]

(가)  $1 \leq m < n < 1000$

(나) 원  $C_m$  과 원  $C_n$  은 외접한다.

11. 심화문제 (B형 1회 11.)

1. 반원  $x^2 + y^2 = 4$   
 ( $y \geq 0$ ) 위의 두 점  
 $A(-1, \sqrt{3})$ ,  $B(2, 0)$ 과  
 같은 반원 위의 동점  
 $P(x, y)$ 가 있다.  
 $\angle PAB = \theta$ 라 할 때  
 $\lim_{x \rightarrow -1} \sin \theta$ 의 값은?



[4점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       ③  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ④ 1                              ⑤ 존재하지 않는다.

15. 심화문제 (B형 1회 21.)

2. 자연수  $n$ 에 대하여 두 점  $P_{n-1}$ ,  $P_n$ 이 함수  $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 점일 때, 점  $P_{n+1}$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 두 점  $P_0$ ,  $P_1$ 의 좌표는 각각  $(0, 0)$ ,  $(1, 2)$ 이다.  
 (나) 점  $P_{n+1}$ 은 점  $P_n$ 을 지나고 직선  $P_{n-1}P_n$ 에 수직인 직선과 함수  $y = 2x^2$ 의 그래프의 교점이다.  
 (단,  $P_n$ 과  $P_{n+1}$ 은 서로 다른 점이다.)

$P_n$ 의  $x$ 좌표를  $a_n$ 이라고 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n-1} - a_{2n}}{n}$ 의 값을 구하면? [4점]

- ①  $\frac{5}{2}$                       ② 3                              ③  $\frac{7}{2}$
- ④ 4                              ⑤  $\frac{9}{2}$

16. 심화문제 (B형 4회 14.)

3. 함수  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 1 & (x \geq 1) \\ x^3 - x & (x < 1) \end{cases}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

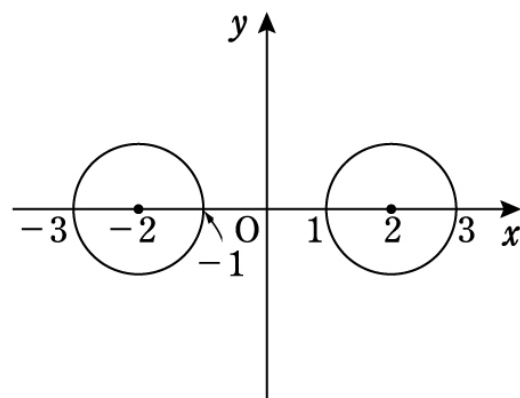
<보기>

ㄱ.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h} = 2$   
 ㄴ.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-h)}{h} = 0$   
 ㄷ. 함수  $g(x) = (x-1)f(x)$ 는  $x=1$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄴ                              ② ㄷ                              ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 심화문제 (B형 2회 19.)

4. 좌표평면 위에 중심이 각각  $(2, 0)$ ,  $(-2, 0)$ 이고 반지름의 길이가 1인 두 원이 있다. 양수  $r$ 에 대하여  $f(r)$ 를 반지름의 길이가  $r$ 이고 이 두 원에 동시에 접하는 원의 개수라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



<보기>

ㄱ.  $f(2) = 4$   
 ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(f(x)) = 4$   
 ㄷ.  $\sum_{n=1}^5 f(n) = 26$

- ① ㄱ                              ② ㄴ                              ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 실전모의고사 (A형) - 정답 및 풀이

1	2	3	4	5
②	③	②	⑤	④
6	7	8	9	10
④	③	⑤	④	⑤
11	12	13	14	15
①	③	⑤	②	①
16	17	18	19	20
②	⑤	③	④	③
21	22	23	24	25
⑤	125	5	6	74
26	27	28	29	30
18	2	24	81	6

## 심화문제 - 정답 및 풀이

1	2	3	4
③	①	③	③