

[권구승/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학 연습 (2/4) |

| 권구승 (서울대)

이강학원(대치, 분당), 미래탐구(목동), 이투스앤씨.
여전하거나, 역전하거나.

| 한성은 (POSTECH 수학과)

5A ACADEMY, 일산종로학원

공부하는 방법은 언제나 새로운 것이 없습니다.
하루하루 충실하게 살고 있는지 확인 해보세요.

hansungeun.com/texta.html - 공개 모의고사 페이지
썬밋 N제(미적분), 썬밋 N제(수학2) 출간 - 책 사주세요.

| CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

수학 영역

1

5지선다형

1. $\tan \frac{5}{4}\pi$ 의 값은? [2점]

- ① -4 ② -2 ③ -1
④ 1 ⑤ 2

2. $3^a = 2$ 일 때, 9^{a+1} 의 값은? [2점]

- ① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} = 5$ 일 때, $2a + b$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 2
④ 4 ⑤ 6

4. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$S_n = \frac{n}{n+1}$ 일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{14}$
④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

5. 방정식 $\log_3 x \times \log_2 5x = \log_2 10$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 1
 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 5

7. 함수 $f(x) = -x^3 + 4x^2 + ax - 1$ 이 실수 전체의 집합에서 감소하도록 하는 정수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① -4 ② -5 ③ -6
 ④ -7 ⑤ -8

6. $\int_0^3 |x-1| dx$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

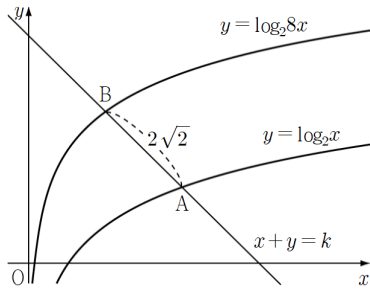
8. 첫째항이 1, 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터

제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 할 때, $\sum_{n=1}^5 \frac{S_n}{a_n}$ 의 값은?

[3점]

- ① 49 ② 51 ③ 53
 ④ 55 ⑤ 57

9. 그림과 같이 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = \log_2 8x$ 가 직선 $x + y = k$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, k 의 값은? [4점]



- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

10. 수직선 위의 점 A(6)를 출발하여 움직이는 점 P의 t 초 후의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - 5t + 4$$

일 때, \overline{OP} 의 최솟값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{14}{3}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ 4
 ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

11. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} ax+1 & (x \leq 0) \\ -x+2 & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 양수 b 에 대하여 함수 $f(x)f(x-b)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
 ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

12. 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$$

일 때, 다음은 2 이상인 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} = n(a_n - 1) \cdots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=2$ 일 때 (좌변) $= a_1 = 1$,

(우변) $= 2(a_2 - 1) = 1$ 이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{k-1} = k(a_k - 1)$$

이다. $n=k+1$ 일 때

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{k-1} + a_k = k(a_k - 1) + a_k$$

$$= \boxed{(\text{가})} a_k - k$$

$$= \boxed{(\text{가})} (a_{k+1} - \boxed{(\text{나})}) - k$$

$$= \boxed{(\text{가})} (a_{k+1} - 1)$$

이다. 따라서 $n=k+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 이라

할 때, $\frac{f(5)}{g(4)}$ 의 값은? [4점]

- ① 22 ② 24 ③ 26
 ④ 28 ⑤ 30

13. 삼차함수 $f(x)$ 와 다항함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = (x-1) \int_1^x g(t) dt$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 가 $x=-1$ 에서 극댓값 2를 가질 때, $g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$|a_2| + |a_4| = 2|a_{10}|$$

이다. 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k$ 의 최댓값이 36일 때,

a_1 의 값은? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13
 ④ 14 ⑤ 15

15. 삼차함수

$$f(x) = x(x-1)(x-k) \quad (k > 1)$$

에 대하여 방정식 $f(x) = f'(t) \times x$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 t 의 값들의 합이 12이다. k 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 8 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 14

단답형

16. $\log_3 \frac{9}{2} + \log_3 6$ 의 값을 구하여라. [3점]17. 다항함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = 6x^2 + 4$$

이다. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 점 $(0, 6)$ 을 지날 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라. [3점]

18. 함수 $f(x) = 3\sin ax + b$ 는 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 주기함수이고, 최댓값은 5, 최솟값은 m 이다. $a+b+m$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 양수이다.) [3점]

20. 함수 $f(x) = x^3 - ax^2 + bx$ 가 $x=1$ 에서 극댓값을 갖고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 원점이 아닌 점 P 에서의 접선의 방정식이 $y=x$ 이다. ab 의 값을 구하여라. [4점]

19. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

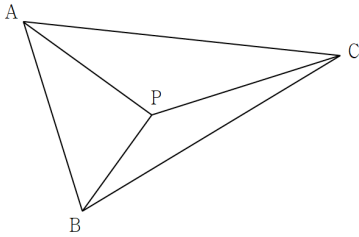
$$(a_{n+1} + a_n)^2 = 4a_n a_{n+1} + 1$$

이 성립한다. $a_1 = a_7 = 1$ 일 때, $\sum_{k=1}^7 a_k$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라. [3점]

21. $\overline{AB}=5$ 인 삼각형 ABC의 내부의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{PA}=4$, $\overline{PB}=3$, $\overline{PC}=5$ 이다.
 (나) 두 삼각형 ACP, BCP의 넓이를 각각 S_1 , S_2 라 하면 $9S_1 = 16S_2$ 이다.

\overline{AC}^2 의 값을 구하여라. [4점]



22. 두 양수 a , b 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 각각

$$f(x) = \begin{cases} -x & (x < 0) \\ 0 & (0 \leq x < a) \\ a-x & (a \leq x) \end{cases}, \quad g(x) = \int_b^x f(t) dt$$

이다. 곡선 $y=g(x)$ 와 x 축이 만나는 두 점 사이의 거리가 8이고, 곡선 $y=g(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{40}{3}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라. [4점]

5지선다형

23. ${}_3H_7$ 의 값은? [3점]

- ① 36 ② 38 ③ 40
④ 42 ⑤ 44

24. 이산확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = kx - \frac{1}{8} \quad (x=1, 2, 3, 4)$$

일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

25. 세 문자 A, B, C에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열할 때, 첫 번째 자리와 마지막 자리의 문자가 서로 다른 경우의 수는? [3점]
- ① 153 ② 156 ③ 159
④ 162 ⑤ 165

26. $(x^2+1)\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]
- ① 15 ② 20 ③ 25
④ 30 ⑤ 35

27. 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때,

$$P(X \leq 30) = P(X \geq 52)$$

가 성립한다. $P(a \leq X \leq a+16)$ 의 값이 최대가 되도록 하는 실수 a 의 값은? [3점]

- ① 29 ② 31 ③ 33
 ④ 35 ⑤ 37

28. 주머니에 1, 1, 2, 2, 3, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀있는 수를 a, b, c 라 할 때, $a \leq b \leq c$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$
 ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

단답형

29. 어느 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 16개를 임의추출하여 얻은 표본평균은 \bar{x} 이고, 이를 이용하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균 m 에 대한 신뢰구간은 $a \leq m \leq b$ 이다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 64개를 다시 임의추출하여 얻은 표본평균은 $\bar{x}+4$ 이고, 이를 이용하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균 m 에 대한 신뢰구간은 $c \leq m \leq d$ 이다. $d=b$ 일 때, σ 의 값을 구하여라.
(단, $P(-2 \leq Z \leq 2) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

30. 부등식 $1 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq 6$ 을 만족시키는 정수 x_1, x_2, x_3, x_4 의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4) 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍이

$$x_1 < x_2 \text{ 또는 } x_3 < x_4$$

를 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.

[4점]

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{2x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{2n^2 - n}{n + 5} < a_n < \frac{2n^2 + n}{n + 4}$$

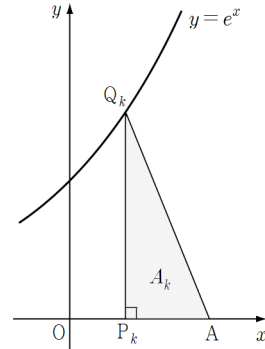
를 만족시킨다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

25. 곡선 $y = \ln x$ 와 이 곡선 위의 점 $(e, 1)$ 에서의 접선 및 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{e+2}{2}$ ② $\frac{e+1}{2}$ ③ $\frac{e}{2}$
- ④ $\frac{e-2}{2}$ ⑤ $\frac{e-3}{2}$

26. 그림과 같이 곡선 $y = e^x$ 와 점 $A(1, 0)$ 이 있다. 선분 OA 를 n 등분한 점을 차례로 $P_0(=O), P_1, P_2, \dots, P_n(=A)$ 라 하자. 점 P_k 를 지나고 x 축과 수직인 직선이 곡선 $y = e^x$ 와 만나는 점을 Q_k , 삼각형 AP_kQ_k 의 넓이를 A_k 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} A_k$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{e-2}{2}$ ② $\frac{e-1}{2}$ ③ $\frac{e}{2}$
- ④ $\frac{e+1}{2}$ ⑤ $\frac{e+2}{2}$

27. 실수 전체의 집합에서 연속인 도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = 1, f(2) = 4$
 (나) $\int_0^{\ln 2} f'(e^x) dx = 4$

$\int_{\frac{1}{2}}^1 f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

28. $x > 0$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = a(x-b)(x-k) + \frac{k}{x} \quad (\text{단, } a \neq 0, k > 1)$$

의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 함수

$$h(x) = \begin{cases} g(x) & (x \leq k) \\ f(x) & (x > k) \end{cases}$$

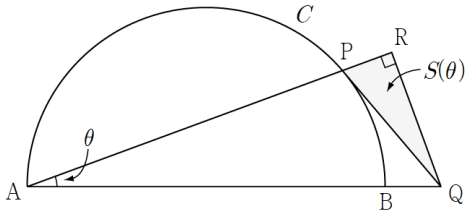
는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$g'(k) + \frac{3}{2} = 0$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 C와 반원의 호 위의 점 P가 있다. 반원 C 위의 점 P에서의 접선과 선분 AB의 연장선이 만나는 점을 Q, 점 Q에서 선분 AP의 연장선 위에 내린 수선의 발을 R이라 하고, $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값이 a 일 때, $60a$ 의 값을 구하여라. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$
- (나) 방정식 $f(f(x)) = f(x)$ 의 모든 실근이 $-1, 0, a, b, c$ 이다. (단, $0 < a < b < c$)

$f(-8) \times \int_0^3 f(x)|f'(f(x))f'(x)|dx$ 의 값을 구하여라. [4점]

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 좌표공간의 두 점 $O(0, 0, 0)$, $A(2, 4, 4)$ 사이의 거리는? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

24. 두 벡터 $\vec{a}=(p, q)$, $\vec{b}=(2, 1)$ 에 대하여

$$|\vec{a}|=5, \quad \vec{a} \cdot \vec{b}=10$$

일 때, pq 의 값은? (단, $pq \neq 0$ 이다.) [3점]

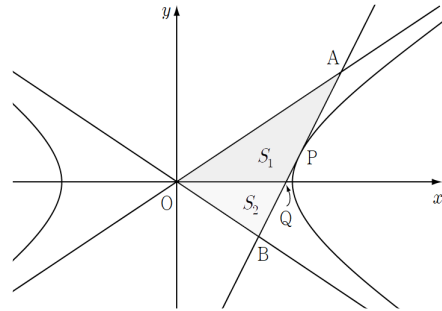
- ① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

25. 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 과 원점을 지나는 직선이 두 점 A, B에서 만난다. 점 F(3, 0)에 대하여 $\overline{AF} = 3$ 일 때, \overline{BF} 의 값은? [3점]
- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
- ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 6

26. $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 4$ 인 직사각형 ABCD 내부의 점 P가 실수 t에 대하여
- $$(2-2t)\overrightarrow{PA} + t\overrightarrow{PC} + t\overrightarrow{PD} = \vec{0}$$
- 을 만족시킨다. $|\overrightarrow{BP}|$ 의 최솟값은? [3점]
- ① 4 ② $\frac{22}{5}$ ③ $\frac{24}{5}$
- ④ $\frac{26}{5}$ ⑤ $\frac{28}{5}$

27. 좌표공간의 구 $S: (x-2)^2 + (y-2\sqrt{3})^2 + (z-2)^2 = 5$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 \overline{OP} 가 최대가 되도록 하는 점 P를 점 A라 하고, 구 S가 xy 평면과 만나서 생기는 도형 위를 움직이는 점 Q에 대하여 \overline{OQ} 가 최대가 되도록 하는 점 Q를 점 B라 할 때, \overline{AB}^2 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]
- ① 4 ② 6 ③ 8
 ④ 10 ⑤ 12

28. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 점근선 중에서 기울기가 양수인 점근선을 l_1 , 기울기가 음수인 점근선을 l_2 라 하자. 제1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q, 두 직선 l_1, l_2 와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 삼각형 OQA의 넓이를 S_1 , 삼각형 OQB의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 = 2S_2$ 일 때, 선분 OQ의 길이는? [4점]

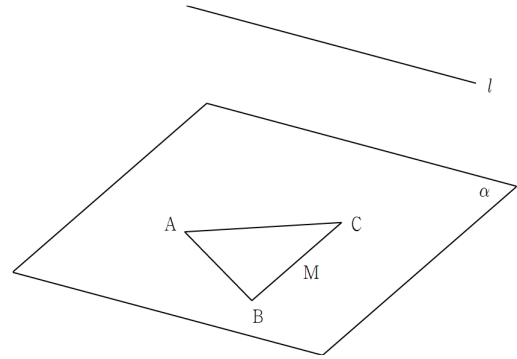


- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$
 ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

단답형

29. 좌표평면에서 점 $(-1, 0)$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 C_1 과 점 $(2, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 C_2 가 있다. 원점 O 를 지나고 직선이 두 원 C_1, C_2 와 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 각각 A, B 라 하자. 원 C_2 위의 점 P 가 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OP} = 0, \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{OB} = 12$ 을 만족시킬 때, \overline{AP}^2 의 값을 구하여라. [4점]

30. 좌표공간의 평면 α 와 직선 l 이 있고, 평면 α 위에 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC 가 있다. 선분 BC 의 중점을 M 이라 할 때, 직선 l 은 직선 AM 과 평행하다. 점 C 에서 직선 l 까지의 거리가 $2\sqrt{5}$, 점 A 에서 직선 l 까지의 거리가 $4\sqrt{2}$ 일 때, 점 B 에서 직선 l 까지의 거리는 d 이다. d^2 의 값을 구하여라. [4점]



[권구승/한성은 모의고사 수능 연습(2/4) 정답표]

〈공통〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	④	02	③	03	③	04	②	05	①
06	②	07	③	08	⑤	09	④	10	⑤
11	①	12	⑤	13	④	14	①	15	②
16	3	17	12	18	5	19	26	20	20
21	65	22	24						

〈확률과 통계〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	①	24	②	25	④	26	⑤	27	③
28	④	29	16	30	11				

〈미적분〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	③	24	②	25	④	26	①	27	⑤
28	②	29	120	30	242				

〈기하〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	①	24	②	25	③	26	③	27	④
28	⑤	29	7	30	52				

COMMENT 08

$S_n = \frac{2^n - 1}{2^{n-1}}$, $\frac{S_n}{a_n} = 2^n - 1$ 이다. 다섯 개 정도는 그냥 구해도 되지만.

COMMENT 09

직선의 기울기가 -1 이므로 $A(a, \log_2 a)$ 라 하면 $B(a-2, \log_2 a+2)$ 이다.

COMMENT 11

함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 불연속이고, 함수 $f(x-b)$ 는 $x=b$ 에서 불연속이다.
하나가 불연속일 때 하나가 0이 되어야 하므로 $f(b)=0$ 이다. 양수 b 는 2이다.

함수 $f(x-2)$ 가 $x=0$ 일 때 0이므로 $f(-2)=0$ 에서 $a=\frac{1}{2}$ 이다.

COMMENT 12

$$f(k) = k+1, \quad g(k) = \frac{1}{k+1}$$

COMMENT 13

다항식 $\int_1^x g(t)dt$ 는 $(x-1)$ 을 인수로 가지므로 $f(x) = (x-1)^2(ax+b)$ 이다. $f'(-1)=0$, $f(-1)=2$ 에서 $a=\frac{1}{2}$, $b=1$ 이다.

$f(x) = (x-1)^2\left(\frac{1}{2}x+1\right)$ 이므로 $\int_1^x g(t)dt = (x-1)\left(\frac{1}{2}x+1\right)$ 이고 $g(x) = x + \frac{1}{2}$ 이다.

COMMENT 14

$a_6 + a_7 = 0$ 이다.

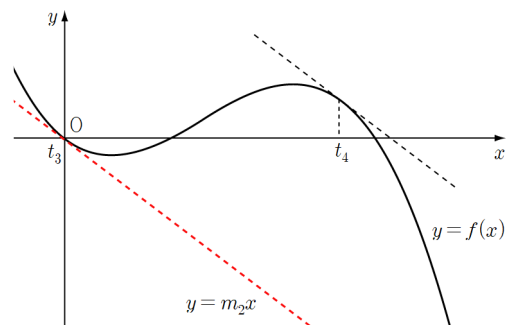
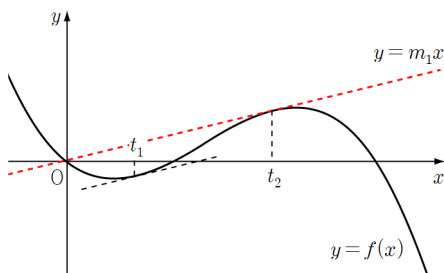
COMMENT 15

$x=0$ 은 방정식의 한 근이다. $f'(t)=m$ 이라 하면 $y=mx$ 는 원점을 지나는 직선이다.

곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=mx$ 가 두 점에서 만나는 것은 접할 때다. 기울기 m 값이 2개 나오는 각.

각각의 m 에 대하여 $f'(t)=m$ 을 만족시키는 t 값은 2개 존재한다.

두 t 의 값의 합은 대충 변곡점 생각해보면 $\frac{2+2k}{3}$ 이므로 모든 t 값의 합은 $\frac{4+4k}{3}$ 이다.



COMMENT 20

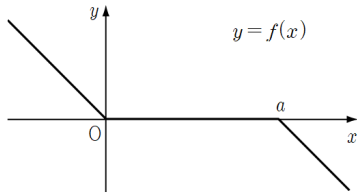
$f'(1)=0$ 이고, $P(t, f(t))$ 라 하면, $f(t)=t$ 이고 $f'(t)=1$ 이다.
 연립하여 풀면 $t=2, a=4, b=5$ 이다.

COMMENT 21

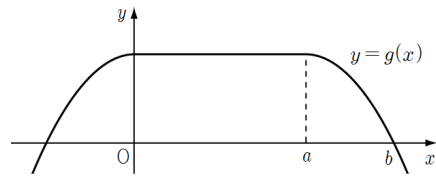
$\angle APC = \theta$ 라 하면 $S_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \sin\theta = 10\sin\theta, S_2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right) = -\frac{15}{2}\cos\theta$ 이다.
 $9S_1 = 16S_2$ 에서 $-4\cos\theta = 3\sin\theta$ 이므로 $\tan\theta = -\frac{4}{3}, \cos\theta = -\frac{3}{5}$ 이다. 삼각형 ACP에서 코사인 쳐라.

COMMENT 22

두 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



$y=f(x)$ 의 그래프

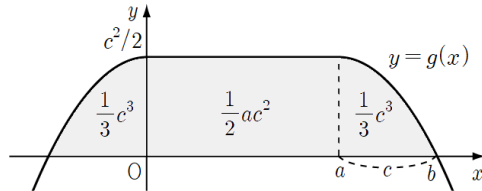


$y=g(x)$ 의 그래프

귀찮으니까 $b-a=c$ 라 하자. $y=g(x)$ 의 y 절편은 $\frac{1}{2}c^2$ 이고 도형의 넓이는 $\frac{2}{3}c^3 + \frac{1}{2}ac^2$ 이므로

$$a+2c=8, \frac{2}{3}c^3 + \frac{1}{2}ac^2 = \frac{40}{3}$$

이다. 연립하여 풀면 $c=2, a=4, b=6$ 이다.



COMMENT 확률과 통계 28

모두 다른 공으로 봐야 한다. 전체 경우의 수는 $6 \times 5 \times 4$ 이다.
 사건의 경우의 수는 $a < b < c$ 인 경우의 수가 $2^3 = 8$ 이고
 a, b, c 중 어느 두 수가 같은 경우의 수가 ${}_3C_2 \times 2 \times 2^2 = 32$ 이다.

COMMENT 확률과 통계 30

$1 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq 6$ 을 만족시키는 모든 순서쌍의 개수는 ${}_6H_4$ 이다.
 $1 \leq x_1 < x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq 6$ 을 만족시키는 모든 순서쌍의 개수는 ${}_5H_4$ 이다.
 $\Rightarrow 1 \leq x_1 \leq (x_2 - 1) \leq (x_3 - 1) \leq (x_4 - 1) \leq 5$ 로 보고 구하면 개꿀.
 $1 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 < x_4 \leq 6$ 을 만족시키는 모든 순서쌍의 개수는 ${}_5H_4$ 이다.
 $1 \leq x_1 < x_2 \leq x_3 < x_4 \leq 6$ 을 만족시키는 모든 순서쌍의 개수는 ${}_4H_4$ 이다.

구하는 값은 $\frac{{}_5H_4 + {}_5H_4 - {}_4H_4}{{}_6H_4} = \frac{5}{6}$ 이다.

COMMENT 미적분 27

(나)의 정적분에서 $e^x = t$ 로 치환하면 $\int_1^2 \frac{f'(t)}{t} dt = 4$ 이다.

구하는 정적분 $\int_{\frac{1}{2}}^1 f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ 에서 $\frac{1}{x} = t$ 로 치환하면 $\int_1^2 \frac{f(t)}{t^2} dt$ 이다.

부분적분같이 균요. $\int_1^2 \frac{f'(t)}{t} dt = \left[\frac{f(t)}{t}\right]_1^2 + \int_1^2 \frac{f(t)}{t^2} dt$ 이다.

COMMENT 미적분 28

미분가능이므로 $f(k) = g(k)$, $f'(k) = g'(k)$ 이다.

$f(k) = 1$ 이므로 $g(k) = 1$, $f(1) = k$ 이므로 $b = 1$ 이다.

$$g'(k) = \frac{1}{f'(1)} = -\frac{3}{2} \text{에서 } a(1-k) - k = -\frac{3}{2}$$

$$f'(k) = g'(k) = \frac{1}{f'(1)} \text{에서 } a(k-1) - \frac{1}{k} = -\frac{3}{2}$$

이다. 연립하여 풀면 $k = \frac{3}{2}$, $a = -\frac{5}{3}$ 이다.

COMMENT 미적분 29

$\overline{AQ} = 1 + \frac{1}{\cos 2\theta}$, $\overline{PR} = \overline{AR} - \overline{AP} = \left(1 + \frac{1}{\cos 2\theta}\right) \times \cos \theta - 2\cos \theta$, $\overline{QR} = \left(1 + \frac{1}{\cos 2\theta}\right) \times \sin \theta$ 이므로

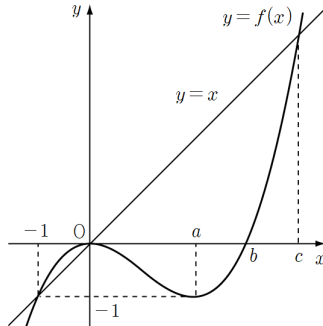
$S(\theta) = \frac{\cos \theta (\cos 2\theta + 1)}{2\cos^2 2\theta} \times \sin \theta (1 - \cos 2\theta)$ 이다.

COMMENT 미적분 30

(가)에서 $f(x)$ 는 x^2 으로 나누어 떨어진다. $f(x) = kx^2(x-a)$ 라 하자.

방정식 $f(f(x)) = f(x)$ 를 다루는 방법은 어디 가서 배워와라.

아래 그래프를 쳐려보면 $f(-1) = -1$ 이고 $f(x)$ 의 극솟값이 -1 이다.



$0 \leq x \leq 3$ 에서 $f(x) \leq 0$ 이므로 $f'(f(x)) \geq 0$ 이다. $0 \leq x \leq 2$ 에서 $f'(x) \leq 0$, $2 \leq x \leq 3$ 에서 $f'(x) \geq 0$ 이므로

$$\int_0^3 f(x)|f'(f(x))f'(x)|dx = -\int_0^2 f(x)f'(f(x))f'(x)dx + \int_2^3 f(x)f'(f(x))f'(x)dx$$

이다. 두 정적분에서 $f(x) = t$ 로 치환하면 $\int_0^3 f(x)|f'(f(x))f'(x)|dx = 2 \int_{-1}^0 t f'(t) dt$ 이다. 부분적분 때리면

$$\int_0^3 f(x)|f'(f(x))f'(x)|dx = 2 \int_{-1}^0 t f'(t) dt = -\frac{11}{8}$$

이다. $f(-8) = -176$ 이므로 답은 242이다.

COMMENT 기하 27

$\overline{OA} = 3\sqrt{2}$, $\overline{OB} = 5$, $\cos(\angle AOB) = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 이다. 코사인법칙각.

COMMENT 기하 28

$P_1(x_1, y_1)$ 이라 하면 접선의 방정식은 $\frac{x_1x}{9} - \frac{y_1y}{4} = 1$ 이다. $l_1: y = \frac{2}{3}x$, $l_2: y = -\frac{2}{3}x$ 와 연립하면

$A\left(\frac{9}{x_1 - 3y_1}, \frac{6}{x_1 - 3y_1}\right)$, $B\left(\frac{1}{x_1 + 3y_1}, \frac{-6}{x_1 + 3y_1}\right)$ 이다. 삼각형 그려놓고 췌려보면 $\frac{6}{x_1 - 3y_1} = -2 \times \frac{-6}{x_1 + 3y_1}$ 이다.

$\frac{x_1^2}{9} - \frac{y_1^2}{4} = 1$ 과 연립하면 $P\left(\frac{9\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 이므로 $Q(2\sqrt{2}, 0)$ 이다.

COMMENT 기하 30

그림과 같이 직선 l 의 평면 α 위로의 정사영을 직선 m ,

두 점 A 와 C 에서 직선 m 에 내린 수선의 발을 각각 H , D 라 하자.

직선 l 과 평면 α 사이의 거리를 h , $\overline{CD} = a$ 라 하면 $a^2 + h^2 = 20$, $(a+2)^2 + h^2 = 20$ 이다.

연립하여 풀면 $a = 2$, $h = 4$ 이다. $d^2 = (a+2)^2 + h^2 = 52$ 이다.

