

# [권구승/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학 연습 (1/4) |

## | 권구승 (서울대)

이강학원(대치, 분당), 미래탐구(목동), 이투스앤씨.

공부든 뭐든 여러분 나이에 몰입할 대상이 있는 건 좋은 거 같아.

지금 시점에선 그게 공부면 좋고, 해보니 나쁘지 않더라.

## | 한성은 (POSTECH 수학과)

5A ACADEMY, 일산종로학원

120일 정도 남았네요. 후회 남지 않도록.

[hansungeun.com/texta.html](https://hansungeun.com/texta.html) - 공개 모의고사 페이지

썬잇 N제(수학1, 수학2, 미적분) 출간 - 책 사주세요.

## | CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.

- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

# 수학 영역

1

5지선다형

1.  $32 \times 2^{-3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 4  
④ 8                      ⑤ 12

2. 함수  $f(x) = x^3 + 5x - 1$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 3                      ③ 5  
④ 7                      ⑤ 9

3. 첫째항이 1인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 = a_2 + 6$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값은? [2점]

- ① 28                      ② 30                      ③ 32  
④ 34                      ⑤ 36

4. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점  $(2, \log_0 a), (3, \log_3 b)$ 를 지나는 직선이 원점을 지날 때,  $\log_0 b$ 의 값은? (단,  $a \neq 1$ ) [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{3}{4}$   
④ 1                      ⑤  $\frac{5}{4}$

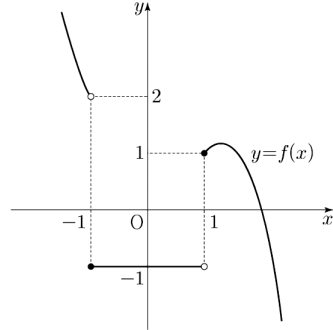
5. 곡선  $y = 12x(x-1)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 10                      ② 8                      ③ 6
- ④ 4                        ⑤ 2

6. 곡선  $y = 2x^3 - x$ 에 접하고 기울기가 5인 접선 중 제2사분면을 지나는 직선의  $y$ 절편은? [3점]

- ① 1                        ② 2                        ③ 3
- ④ 4                        ⑤ 5

7. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{h \rightarrow 0^+} \{f(h-1) + f(h+1)\}$ 의 값은? [3점]

- ① 3                        ② 2                        ③ 1
- ④ 0                        ⑤ -1

8.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x(x-6)^2 - k = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수  $k$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 25                      ② 27                      ③ 29  
 ④ 31                      ⑤ 33

9. 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\begin{cases} a_{2n} = 2a_n + 1 \\ a_{2n+1} = a_n + 2 \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_4 + a_5 = 18$ 일 때,  $a_{14} + a_{15}$ 의 값은? [4점]

- ① 18                      ② 21                      ③ 24  
 ④ 27                      ⑤ 30

10. 자연수  $n$ 이  $2 \leq n \leq 10$ 일 때,  $x$ 에 대한 방정식

$$x^n = -n^2 + 15n - 50$$

이 적어도 하나의 실근을 갖고, 모든 실근의 합이 0 이하가 되도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 32                      ② 30                      ③ 28  
 ④ 26                      ⑤ 24

11. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{2}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+2}}$$

를 만족시킬 때, 다음은 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{i=1}^{n-1} a_i a_{i+1} = (n-1)a_1 a_n \dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i)  $n=2$ 일 때 (좌변)=(우변) =  $a_1 a_2$ 이므로 (\*)이 성립한다.

(ii)  $n=k$ 일 때 (\*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{i=1}^{k-1} a_i a_{i+1} = (k-1)a_1 a_k$$

이다.  $n=k+1$ 일 때

$$\sum_{i=1}^k a_i a_{i+1} = (k-1)a_1 a_k + a_k a_{k+1} \dots (**)$$

이다. 한편 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = \frac{1}{a_{n+2}} - \frac{1}{a_{n+1}}$$

이므로 수열  $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 은 등차수열이다. 이 수열의

공차를  $d$ 라 하자. 등식 (\*\*)의 우변에서

$$\begin{aligned} (k-1)a_1 a_k + a_k a_{k+1} &= a_1 a_k a_{k+1} \left\{ \frac{k-1}{a_{k+1}} + \frac{1}{a_1} \right\} \\ &= a_1 a_k a_{k+1} \left\{ (k-1) \left( \frac{1}{a_k} + d \right) + \left( \frac{1}{a_k} - \boxed{(가)} \right) \times d \right\} \\ &= a_1 a_k a_{k+1} \left\{ \frac{k-1}{a_k} + \frac{1}{a_k} \right\} \\ &= \boxed{(나)} \times a_1 a_{k+1} \end{aligned}$$

이다. 따라서  $n=k+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 이라 할 때,  $f(7)+g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 10                      ② 12                      ③ 14
- ④ 16                      ⑤ 18

12. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시작  $t(t>0)$ 에서의 위치  $x_1, x_2$ 가

$$x_1 = t^2 - 2t, \quad x_2 = 2t + a$$

이다. 점 P의 속도가 4일 때, 두 점 P, Q 사이의 거리는 8이다. 양수  $a$ 의 값은? [4점]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6
- ④ 7                      ⑤ 8

13. 두 곡선  $y = \log_2 x$ 과  $y = 2^{-x}$ 이 만나는 두 점을  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ 라 하자.  $x_1 < x_2$ 일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

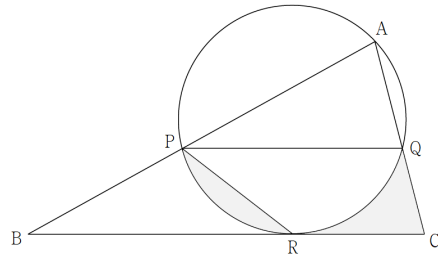
ㄱ.  $2y_2 < 1 < 2y_1$

ㄴ.  $x_2 < x_1 + 1$

ㄷ.  $\sqrt{2} < 8y_1 y_2 < 3$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 그림과 같이  $\overline{AB} = 4$ ,  $\overline{AC} = 2$ 이고  $\cos(\angle BAC) = \frac{1}{4}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AB 위의 점 P, 선분 AC 위의 점 Q에 대하여 직선 PQ는 직선 BC와 평행하며 세 점 A, P, Q를 지나는 원이 직선 BC와 점 R에서 접한다. 두 선분 CQ, CR과 호 QR로 둘러싸인 부분과 선분 PR과 호 PR로 둘러싸인 부분인 모양의 도형의 넓이는? [4점]



- ①  $\frac{2\sqrt{15}}{27}$                       ②  $\frac{\sqrt{15}}{9}$                       ③  $\frac{4\sqrt{15}}{27}$   
 ④  $\frac{5\sqrt{15}}{27}$                       ⑤  $\frac{2\sqrt{15}}{9}$

15. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = \frac{2n+1}{n(n+1)}, \quad b_n = 2 + \sum_{k=1}^n (-1)^k a_k$$

이다.  $100b_m$ 의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수  $m$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 180                      ② 170                      ③ 160  
 ④ 150                      ⑤ 140

단답형

16. 함수  $2\sin x + 3$ 의 최댓값을 구하여라. [3점]

17. 함수

$$f(x) = \log_2(2x+k)$$

가 닫힌구간  $[0, 14]$ 에서 최솟값 2, 최댓값  $M$ 을 갖는다.  
 $k+M$ 의 값을 구하여라. [3점]



18. 반지름의 길이가 10인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서  $\sin B = \frac{4}{5}$ 일 때, 선분 AC의 길이를 구하여라. [3점]

20. 공차가 6인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$|a_8| - |a_4| = 8$$

이다.  $\sum_{n=1}^{10} |a_n|$ 의 값을 구하여라. [4점]

19. 함수  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 9} - 3}{x - 4}$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ ,  
 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = b$ 일 때,  $3ab$ 의 값을 구하여라. [3점]

21.  $f(1)=0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 와  $g(2)=0$ 이고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $g(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = (x-2)g(x)$$

를 만족시킨다.  $f(3)$ 의 값을 구하여라. [4점]

22. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = (x-1)(x-3), \quad g(x) = \int_0^x f(t)dt$$

에 대하여 연속함수  $h(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\{h(x)\}^2 = \{g(x)\}^2$ 이다.  
 (나) 함수  $h(x)$ 가  $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 실수  $a$ 가 존재한다.  
 (다) 임의의 실수  $k$ 에 대하여 방정식  $h(x) = k$ 의 실근이 존재한다.

$|h'(-1) + h'(2) + h'(4)|$ 의 값을 구하여라. [4점]

# 수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 6개의 문자  $a, a, b, b, b, c$ 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]
- ① 48                      ② 52                      ③ 56  
④ 60                      ⑤ 64

24. 다항식  $(1+x)^n$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수가 45일 때, 자연수  $n$ 의 값은? [3점]
- ① 8                      ② 10                      ③ 12  
④ 14                      ⑤ 16

25. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(n, p)$ 를 따르고

$$\frac{P(X=1)}{P(X=0)}=9, \quad \sigma(2X-1)=4$$

일 때,  $n$ 의 값은? [3점]

- ① 18                      ② 15                      ③ 12  
 ④ 9                        ⑤ 6

26. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 1이 적혀 있는 카드와 2가 적혀 있는 카드가 이웃하거나 2가 적혀 있는 카드와 3이 적혀 있는 카드가 이웃할 확률은? [3점]

- ①  $\frac{8}{15}$                       ②  $\frac{17}{30}$                       ③  $\frac{3}{5}$   
 ④  $\frac{19}{30}$                       ⑤  $\frac{2}{3}$

27. 이산확률변수  $X$ 의 확률분포표는 다음과 같다.

$X$	1	2	3	계
$P(X=x)$	$a$	$\frac{1}{3}$	$b$	1

이산확률변수  $Y$ 가 갖는 값은 1, 3, 5이고

$$P(Y=2i-1) = a \times P(X=i) + b \quad (i=1, 2, 3)$$

일 때,  $E(3Y+1)$ 의 값은? (단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.)

[3점]

- ① 17                      ② 15                      ③ 13  
 ④ 11                      ⑤ 9

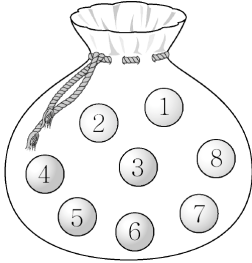
28. D고등학교 학생들의 하루 공부 시간은 평균이 10분, 표준편차가 4분인 정규분포를 따른다고 한다. 임의로 선택한 D고등학교 학생 한 명의 하루 공부 시간이 12분 이상이거나, D고등학교 학생 중 4명을 임의추출하여 구한 하루 공부 시간의 표본평균이 12분 이상일 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

- ① 0.1104                      ② 0.2346                      ③ 0.3426  
 ④ 0.4204                      ⑤ 0.5796

단답형

29. 주머니에 숫자 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 공 8개가 들어 있다. A가 이 주머니에서 2개의 공을 임의로 꺼내고, B가 남아 있는 6개의 공 중에서 2개의 공을 임의로 꺼낸다. 이 시행에서 A가 꺼낸 두 공에 적혀 있는 수의 곱이 4의 배수일 때, B가 꺼낸 두 공에 적혀 있는 수의 곱이 짝수일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 검은색 볼펜 3자루, 파란색 볼펜 1자루, 빨간색 볼펜 1자루, 노란색 볼펜 1자루가 있다. 이 6자루의 볼펜을 4명의 회사원에게 남김없이 나누어줄 때 각 회사원이 적어도 1개의 볼펜을 받는 경우의 수를 구하여라. (단, 같은 색 볼펜끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

# 수학 영역(미적분)

5지선다형

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{e^{4x} - e^{2x}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

24. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{k} = 5$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 2a_n^2 + 5n^2}{a_n^2 + n^2}$ 의 값은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

25.  $\int_1^e \frac{\ln x - 1}{x^2} dx$ 의 값은? [3점]

①  $-\frac{1}{e}$

②  $-\frac{2}{e}$

③  $-\frac{3}{e}$

④  $-\frac{4}{e}$

⑤  $-\frac{5}{e}$

26. 좌표평면 위를 움직이는 점  $P(x, y)$ 의 시간  $t$ 에서의 위치가

$$x = t - \sin t, \quad y = t - \cos t$$

일 때,  $\pi$ 초 후의 점  $P$ 의 속력은? [3점]

①  $\sqrt{2}$

②  $\sqrt{3}$

③ 2

④  $\sqrt{5}$

⑤  $\sqrt{6}$



27. 함수

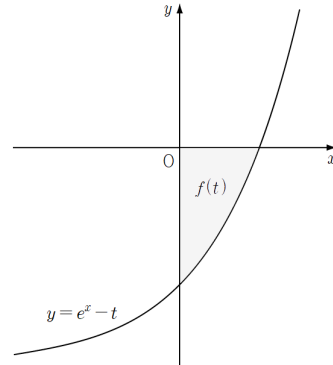
$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times \left(\frac{x}{3}\right)^{2n+1} - 1}{\left(\frac{x}{3}\right)^{2n} + 3}$$

에 대하여  $f(k) = -\frac{1}{3}$ 을 만족시키는 정수  $k$ 의 개수는?

[3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

28. 1보다 큰 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y = e^x - t$  및  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를  $f(t)$ 라 하자.  $f'(e)$ 의 값은? [4점]



- ① 1                      ②  $\sqrt{e}$                       ③  $e$   
 ④  $e\sqrt{e}$                       ⑤  $e^2$

단답형

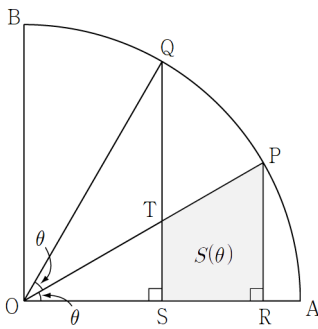
29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가

$\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다.  $\angle POA = \angle POQ = \theta$ 인

호 AB 위의 두 점 P, Q에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 각각 R, S, 두 직선 OP, QS의 교점을 T, 사각형

SRPT의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때,

$60a$ 의 값을 구하여라. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]

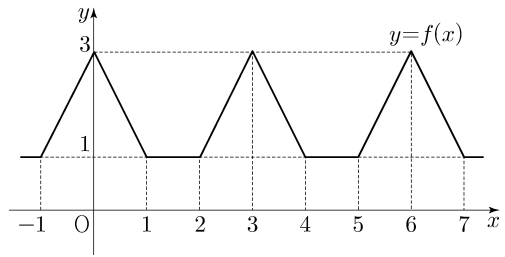


30. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 는  $0 \leq x \leq 3$ 일 때  $f(x) = |x-1| + |x-2|$ 이고, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+3) = f(x)$ 를 만족시킨다. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $g(x)$ 는

$$g(x) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|f(\log_2(x+h)) - f(\log_2(x-h))|}{2h}$$

$x = a$ 에서 불연속인  $a$ 의 값 중에서 열린구간  $(1, 100)$ 에 속하는 모든 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $n$ 은 자연수)라 할 때,

$n + 32 \sum_{k=1}^n \{\ln 2 \times g(a_k)\}$ 의 값을 구하여라. [4점]



# 수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터  $\vec{a}=(3, 1)$ ,  $\vec{b}=(2, 0)$ 에 대하여  $2\vec{a}-\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6  
④ 7                      ⑤ 8

24. 좌표공간의 세 점

$$O(0, 0, 0), \quad A(2, 2, 4), \quad B(a, 1, -1)$$

이 있다.  $\overline{OA}=2\overline{OB}$ 일 때, 양수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

25. 쌍곡선  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{8} = 1$ 의 한 초점을 중심으로 하고

쌍곡선의 점근선에 접하는 원의 넓이는? [3점]

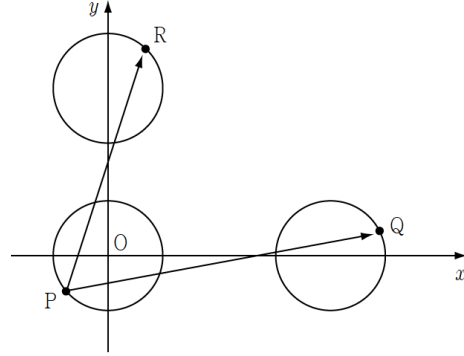
- ①  $11\pi$                       ②  $10\pi$                       ③  $9\pi$
- ④  $8\pi$                          ⑤  $7\pi$

26. 좌표평면에서 원  $x^2 + y^2 = 1$  위를 움직이는

점 P, 원  $(x-4)^2 + y^2 = 1$  위를 움직이는 점 Q,

원  $x^2 + (y-3)^2 = 1$  위를 움직이는 점 R에 대하여

$|\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PR}|$ 의 최댓값은? [3점]

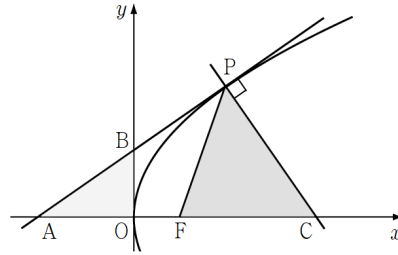


- ① 5                              ② 6                              ③ 7
- ④ 8                              ⑤ 9

27. 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 초점을  $F(c, 0)(c > 0)$ 라 하고,  
 이 타원이  $x$ 축과 만나는 점 중에서  $x$ 좌표가 음수인 점을  
 $A$ ,  $y$ 축과 만나는 점 중에서  $y$ 좌표가 양수인 점을  $B$ 라  
 하자.  $\angle AFB = \frac{\pi}{3}$ 이고 삼각형  $AFB$ 의 넓이가  $3\sqrt{3}$ 일 때,  
 $c^2$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$                       ② 1                      ③  $\frac{3}{2}$   
 ④ 2                          ⑤  $\frac{5}{2}$

28. 그림과 같이 초점이  $F(p, 0)$ 인 포물선  $y^2 = 4px$ 와  
 포물선 위의 점  $P$ 가 있다. 포물선  $y^2 = 4px$ 의 점  $P$ 에서의  
 접선이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각  $A, B$ 라 하고, 점  
 $P$ 를 지나고 접선과 수직인 직선이  $x$ 축과 만나는 점을  
 $C$ 라 하자. 두 삼각형  $OAB$ 와  $FPC$ 의 넓이를 각각  $S_1$ ,  
 $S_2$ 라 할 때,  $S_1 : S_2 = 1 : 3$ 이고  $\overline{AB} = 2\sqrt{6}$ 일 때,  $p$ 의  
 값은? (단,  $p$ 는 양수이다.) [4점]



- ①  $\frac{3}{2}$                       ② 2                      ③  $\frac{5}{2}$   
 ④ 3                          ⑤  $\frac{7}{2}$

단답형

29.  $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AB를 1:2로 내분하는 점을 P, 선분 BC, AC의 중점을 각각 Q, R라 하자.  $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR} = 10$ 이고 삼각형 PQR의 넓이가  $3\sqrt{3}$ 일 때,  $\overline{AC}^2$ 의 값을 구하여라.  
(단,  $\overline{AB} < \overline{BC}$ 이다.) [4점]

30. 직선  $l$ 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가  $\theta$ 인 두 평면  $\alpha, \beta$ 와 평면  $\alpha$  위의 정삼각형 ABC가 있다. 세 점 A, B, C의 평면  $\beta$  위로의 정사영을 각각 A', B', C'라 할 때, 세 점 A', B', C'가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\overline{A'C'} = \overline{B'C'} = 4\sqrt{2}$

(나) 두 점 A', B'로부터 직선  $l$ 에 이르는 거리가 각각  $\sqrt{5}, 3\sqrt{5}$ 이다.

점 C로부터 직선  $l$ 에 이르는 거리를  $d$ 라 할 때,  $d \times \sin\theta$ 의 값을 구하여라. [4점]

# [권구승/한성은 모의고사 수능 연습(1/4) 정답표]

## 〈공통〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	③	02	③	03	①	04	③	05	⑤
06	④	07	④	08	④	09	②	10	①
11	②	12	②	13	⑤	14	③	15	①
16	5	17	9	18	16	19	2	20	150
21	12	22	12						

## 〈확률과 통계〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	④	24	②	25	①	26	③	27	⑤
28	④	29	12	30	388				

## 〈미적분〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	②	24	⑤	25	①	26	④	27	⑤
28	①	29	90	30	33				

## 〈기하〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	③	24	②	25	④	26	⑤	27	④
28	②	29	52	30	4				

## COMMENT 11

$$f(k) = k - 1, \quad g(k) = k$$

## COMMENT 13

기역 : 곡선  $y = 2^{-x}$ 가  $x = 1$ 과 만나는 점의  $y$ 좌표가  $\frac{1}{2}$ 이다.

니은 : 점  $(x_1, y_1)$ 은 직선  $y = x$  위의 점이다. 점  $(x_2, y_2)$ 는  $(x_1 + 1, y_1)$ 의 왼쪽의 왼쪽 아래에 있다.

디글 : 직선  $y = x$ 와 점  $(\frac{1}{2}, 1)$ 과 점  $(1, \frac{1}{2})$ 를 지나는 직선의 교점이  $(\frac{3}{4}, \frac{3}{4})$ 이므로  $x_1 = y_1 < \frac{3}{4}$ 이다.

왼쪽 :  $2^{-\frac{5}{2}} < 2^{-x_1} \times 2^{-x_2}$ 에서  $x_1 + x_2 < \frac{5}{2}$ 이다.  $x_2 < x_1 + 1$ 이므로  $x_1 < \frac{3}{4}$ 이면 각이다.  $\circ \times$

오른쪽 :  $y_2 < \frac{1}{2}$ 이므로  $y_1 < \frac{3}{4}$ 이면 각이다.  $\circ \times$

## COMMENT 14

삼각형 ABC에서 코사인 돌리면  $\overline{BC} = 4$ 이다.

$\overline{BP} = 4t$ ,  $\overline{AC} = 2t$ 라 두자. 방맥 돌리면  $\overline{BR} = 4\sqrt{t}$ ,  $\overline{CR} = 2\sqrt{t}$ 이므로  $t = \frac{4}{9}$ 이다.

$\overline{BR} : \overline{CR} = 2 : 1$ 이므로 AR은 각 BAC의 이등분선이다.  $\overline{PR} = \overline{QR}$ 이고 색칠한 도형의 넓이는  $\frac{4\sqrt{15}}{27}$ 이다.

## COMMENT 15

$a_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}$ 이고  $b_n$ 은  $\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{6}{5}, \frac{5}{6}, \frac{8}{7}, \frac{7}{8}, \dots$ 이다.

$100b_m$ 이 100 이하의 자연수가 되려면 분모가 짝수인 100의 약수가 되어야 한다.

가능한 분모는 2, 4, 10, 20, 50, 100이고  $m$ 은 1, 3, 9, 19, 49, 99이다.

## COMMENT 20

$a_8 - a_4 = 24$ 이다. 췌려보면  $a_8 = 16$ ,  $a_4 = -8$ 이다.

## COMMENT 21

준 식에  $x = 1$ 을 대입하면  $g(1) = 0$ 이다.

양 변을 미분하면  $f(x) = g(x) + (x-2)g'(x)$ 이고 여기에  $x = 1$ 을 대입하면  $g'(1) = 0$ 이다.

$g(x) = (x-1)^2(x-2)$ 이다.  $\int_1^x f(t)dt = (x-1)^2(x-2)^2$ 의 양 변을 미분하면

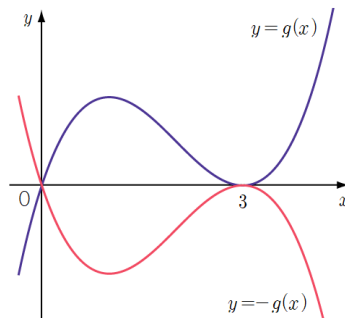
$f(x) = 2(x-1)(x-2)^2 + 2(x-1)^2(x-2) = 2(x-1)(x-2)(2x-3)$ 이다.

## COMMENT 22

$g(x)$ 는  $\frac{1}{3}x(x-2)^2$ 이다.

(가)에서  $h(x)$ 는  $g(x)$  또는  $-g(x)$ 이다. 여기서 잘 읽어줘야 하는데,  $h(x)$ 가 각각의 실수  $x$ 에 대하여  $g(x)$  또는  $-g(x)$ 이다.

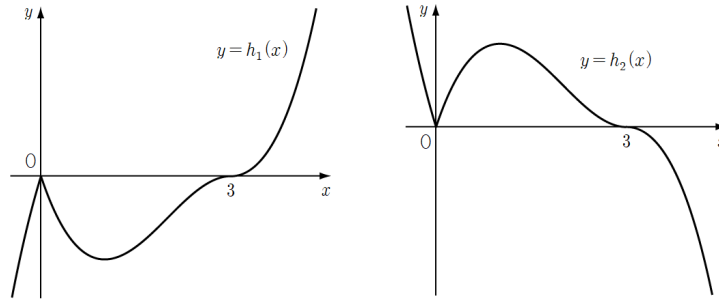
그리고  $h(x)$ 가 연속함수이므로  $g(x) = 0$ 의 두 근인 0과 3에서만  $g(x)$  또는  $-g(x)$ 를 갈아탈 수 있다.





(나)의 조건을 만족시키기 위해서는  $x=0$ 에서 곡선을 갈아타야 하고,  
 (다)의 조건을 만족시키기 위해서는  $x=3$ 에서 곡선을 다시 갈아타야 한다.

가능한  $h(x)$ 의 그래프는 다음의 두 가지이다.



마지막은

$$h'(-1) = \pm f(-1), \quad h'(2) = \mp f(2), \quad h'(4) = \pm f(4)$$

로 계산해야 간지.  $|h'(-1) + h'(2) + h'(4)| = |\pm f(-1) \mp f(2) \pm f(4)| = 12$ 이다.

## COMMENT 확률과 통계 28

한 명의 하루 공부 시간이 12분 이상일 확률은  $P(Z \geq 0.5) = 0.31$ 이고  
 표본평균  $\bar{X}$ 는  $N(10, 2^2)$ 을 따르므로  $\bar{X} \geq 12$ 일 확률은  $P(Z \geq 1) = 0.16$ 이다.  
 여사건 돌려서  $1 - (1 - 0.31)(1 - 0.16)$  해도 좋고,  $0.31 + 0.16 - 0.31 \times 0.16$  해도 좋다.

## COMMENT 확률과 통계 29

$P(A \text{가 } 4 \text{의 배수}) = \frac{1}{2}$  이고,  $P(A \text{가 } 4 \text{의 배수} \cap B \text{가 홀수}) = \frac{1}{7}$  이다. 여사건을 이용하여 구하는 확률은

$$1 - P(B \text{가 홀수} | A \text{가 } 4 \text{의 배수}) = 1 - \frac{P(A \text{가 } 4 \text{의 배수} \cap B \text{가 홀수})}{P(A \text{가 } 4 \text{의 배수})} = \frac{5}{7}$$

이다.

## COMMENT 확률과 통계 30

검은색이 아닌 색 볼펜을 몇 명에게 나눠주는지로 분류하자.

Case1) 모든 색 볼펜을 한 명에게 줄 때 : 회사원 선택 4가지, 검은색 나눠주는 방법  $1 (= {}_4H_0)$  가지.

Case2) 색 볼펜을 두 명에게 줄 때 : 색 볼펜 분할 3가지, 회사원 선택  $4 \times 3$  가지, 검은색 나눠주는 방법  $4 (= {}_4H_1)$  가지.

Case2) 색 볼펜을 세 명에게 줄 때 : 회사원 선택  $4 \times 3 \times 2$  가지, 검은색 나눠주는 방법  $10 (= {}_4H_2)$  가지.

## COMMENT 미적분 29

$\overline{OS} = \cos 2\theta$  이므로  $\overline{TS} = \cos 2\theta \times \tan \theta$  이다.  $\overline{PR} = \sin \theta$  이고  $\overline{RS} = \cos \theta - \cos 2\theta$  이므로

사다리꼴 SRPT의 넓이는  $\frac{\sin \theta + \cos 2\theta \tan \theta}{2} (\cos \theta - \cos 2\theta)$  이다.

$\frac{\sin \theta + \cos 2\theta \tan \theta}{2}$  는 대충  $\frac{\theta + \theta}{2} = \theta$  이고  $\cos \theta - \cos 2\theta = (1 - \cos 2\theta) - (1 - \cos \theta)$  는 대충  $\frac{1}{2} (2\theta)^2 - \frac{1}{2} \theta^2 = \frac{3}{2} \theta^2$  이다.

## COMMENT 미적분 30

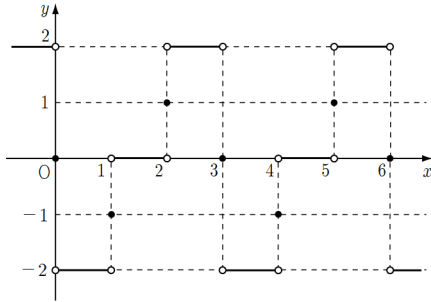
함수  $f(t)$ 가  $t = \log_2 x$ 에서 미분가능할 때,

$$\frac{f(\log_2(x+h)) - f(\log_2(x-h))}{2h} = \frac{f(\log_2(x+h)) - f(\log_2(x-h))}{\log_2(x+h) - \log_2(x-h)} \times \frac{\log_2(x+h) - \log_2(x-h)}{2h} \text{에서}$$

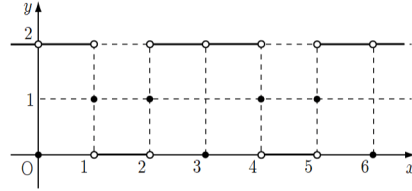
$$\frac{f(\log_2(x+h)) - f(\log_2(x-h))}{\log_2(x+h) - \log_2(x-h)} \text{는 } f'(\log_2 x) \text{로, } \frac{\log_2(x+h) - \log_2(x-h)}{2h} \text{는 } \frac{1}{\ln 2 \times x} \text{로 수렴한다.}$$

$f(t)$ 가 미분가능하지 않을 때는  $f'(\log_2 x)$  대신 그거 있잖아, 대칭미분계수, 그걸로 수렴한다.

우선  $f(x)$ 의 대칭미분계수의 그래프는 [그림1]과, 절댓값 때린 것은 [그림2]와 같다.



[그림1]



[그림2]

절댓값을 대충 밖으로 뺄 수 있고,  $g(x)$ 는  $\log_2 x$ 의 값이 정수일 때 불연속이다.

$x = a$ 에서 불연속인  $a$ 의 값은  $\log_2 a = 1, \log_2 a = 2, \log_2 a = 3, \log_2 a = 4, \dots$ 일 때이므로

열린구간  $(1, 100)$ 에는  $a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 8, a_4 = 16, a_5 = 32, a_6 = 64$ 의 여섯 개가 존재한다.

$$g(a_1) = \frac{1}{\ln 2 \times 2}, g(a_2) = \frac{1}{\ln 2 \times 4}, g(a_3) = 0, g(a_4) = \frac{1}{\ln 2 \times 16}, g(a_5) = \frac{1}{\ln 2 \times 32}, g(a_6) = 0 \text{이다.}$$

$$\text{구하는 값은 } 6 + 32 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \right) = 33 \text{이다.}$$

## COMMENT 기하 28

$P(a, b)$ 라 하면  $A(-a, 0), B\left(0, \frac{b}{2}\right)$ 이고,  $\overline{AF} = \overline{FC} = a + p$ 이다.

$$S_1 = \frac{ab}{4}, S_2 = \frac{(a+p)b}{2} \text{이므로 } S_1 : S_2 = 1 : 3 \text{에서 } a = 2p \text{이다. 나머지는 대충.}$$

## COMMENT 기하 29

삼각형 ABC의 넓이를  $S$ 라 하면 세 삼각형 APR, BQP, CRQ의 넓이는 각각  $\frac{1}{6}S, \frac{1}{3}S, \frac{1}{4}S$ 이다.

삼각형 PQR의 넓이는  $\frac{1}{4}S = 3\sqrt{3}$ 이므로 삼각형 ABC의 넓이는  $12\sqrt{3}$ 이다.

$$\overline{BA} = \vec{a}, \overline{BC} = \vec{c} \text{라 하자. } \overline{PR} = \left(\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}\right) - \frac{2}{3}\vec{a} = -\frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}, \overline{PQ} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c} \text{이므로}$$

$$\overline{PQ} \cdot \overline{PR} = \left(-\frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}\right) = \frac{1}{9}|\vec{a}|^2 - \frac{5}{12}\vec{a} \cdot \vec{c} + \frac{1}{4}|\vec{c}|^2 \text{이다.}$$

아, 귀찮아.  $|\vec{a}| = a, |\vec{c}| = c$ 라 하면 ABC의 넓이  $\frac{1}{2}ac \times \sin \frac{\pi}{3}$ 에서  $ac = 48$ 이고  $\vec{a} \cdot \vec{c} = ac \times \cos \frac{\pi}{3}$ 이므로  $4a^2 + 9c^2 = 720$ 이다.

이럴 때는 상수소거각인데,  $4a^2 + 9c^2 = 15ac$ 이므로  $4a = 3c, c = 8, a = 6$ 이다.

## COMMENT 기하 30

$\overline{A'C'} = \overline{B'C'}$ 이므로 두 직선 AC와 BC가 직선  $l$ 과 이루는 각의 크기는 서로 같다.

직선 AB는  $l$ 과 평행이거나 수직인데, (나)를 췌려보니 수직이다. 두 직선 AC와 BC가

직선  $l$ 과 이루는 각의 크기는  $\frac{\pi}{6}$ 이다. 정삼각형 ABC의 한 변의 길이를  $a$ 라 하자.

$$\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2} \times \cos \theta\right)^2} = 4\sqrt{2}, \quad a \times \cos \theta = 2\sqrt{5}$$

를 연립하여 풀면  $a = 6, \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ 이다.