曺柔理

2014학년도~2022예시
평가원 기출 4점 문항 모음
199제

01 지수함수와 로그함수

1 2014 6 A 15

지면으로부터 H_1 인 높이에서 풍속이 V_1 이고 지면으로부터 H_2 인 높이에서 풍속이 V_2 일 때, 대기 안정도 계수 k 는 다음 식을 만족시킨다.

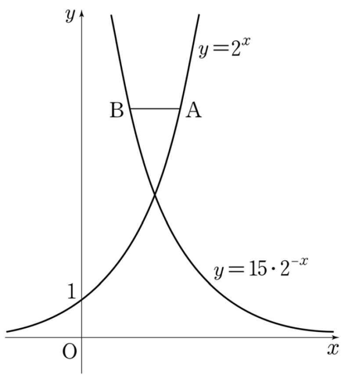
$$V_2 = V_1 \times \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{\frac{2}{2-k}}$$

(단, $H_1 < H_2$ 이고, 높이의 단위는 m, 풍속의 단위는 m/초 이다.)
A 지역에서 지면으로부터 $12\,m$ 와 $36\,m$ 인 높이에서 풍속이 각각 $2\,(m/$초$)$ 와 $8\,(m/$초$)$ 이고, B 지역에서 지면으로부터 $10\,m$ 와 $90\,m$ 인 높이에서 풍속이 각각 $a\,(m/$초$)$ 와 $b\,(m/$초$)$ 일 때, 두 지역의 대기 안정도 계수 k 가 서로 같았다. $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, a, b 는 양수이다.)

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 22

2 2014 6 A 20

그림과 같이 함수 $y=2^x$ 의 그래프 위의 한 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=15\cdot 2^{-x}$ 의 그래프와 만나는 점을 B 라 하자. 점 A 의 x 좌표를 a 라 할 때, $1<\overline{AB}<100$ 을 만족시키는 2 이상의 자연수 a 의 개수는?



① 40 ② 43 ③ 46 ④ 49 ⑤ 52

3 2014 6 A 27

방정식 $x^{\log_2 x}=8x^2$ 의 두 실근을 α, β라 할 때, $\alpha\beta$의 값을 구하시오.

4 2014 9 A 17

질량 $a\,(g)$ 의 활성탄 A 를 염료 B 의 농도가 $c\,(\%)$ 인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때 활성탄 A 에 흡착되는 염료 B 의 질량 $b\,(g)$ 는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$\log\frac{b}{a} = -1 + k\log c \text{ (단, } k \text{ 는 상수이다.)}$$

$10\,g$ 의 활성탄 A 를 염료 B 의 농도가 $8\,\%$ 인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때 활성탄 A 에 흡착되는 염료 B 의 질량은 $4\,g$ 이다. $20\,g$ 의 활성탄 A 를 염료 B 의 농도가 $27\,\%$ 인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때 활성탄 A 에 흡착되는 염료 B 의 질량(g)은? (단, 각 용액의 양은 충분하다.)

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

5 2014 11 A 14

자연수 n에 대하여 $f(n)$이 다음과 같다.

$$f(n)=\begin{cases}\log_3 n & (n\text{이 홀수})\\ \log_2 n & (n\text{이 짝수})\end{cases}$$

20 이하의 두 자연수 m, n에 대하여 $f(mn)=f(m)+f(n)$을 만족시키는 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는?

① 220 ② 230 ③ 240 ④ 250 ⑤ 260

6 2015 6 A 15

세대당 종자의 평균 분산거리가 D이고 세대당 종자의 증식률이 R인 나무의 10세대 동안 확산에 의한 이동거리를 L이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L^2 = 100D^2 \times \log_3 R$$

세대당 종자의 평균 분산거리가 20이고 세대당 종자의 증식률이 81인 나무의 10세대 동안 확산에 의한 이동거리 L의 값은? (단, 거리의 단위는 m이다.)

① 400 ② 500 ③ 600 ④ 700 ⑤ 800

7 2015 6 A 20

$0<a<1<b$인 두 실수 a, b에 대하여 두 함수

$$f(x) = \log_a(bx-1), \quad g(x) = \log_b(ax-1)$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$와 x축의 교점이 곡선 $y=g(x)$의 점근선 위에 있도록 하는 a와 b 사이의 관계식과 a의 범위를 옳게 나타낸 것은?

① $b = -2a+2 \ (0<a<\frac{1}{2})$

② $b = 2a \ (0<a<\frac{1}{2})$

③ $b = 2a \ (\frac{1}{2}<a<1)$

④ $b = 2a+1 \ (0<a<\frac{1}{2})$

⑤ $b = 2a+1 \ (\frac{1}{2}<a<1)$

8 2015 9 A 30

다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b의 모든 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 구하시오.

(가) $1 \le a \le 10,\ 1 \le b \le 100$
(나) 곡선 $y=2^x$이 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=1$과 만나지 않는다.
(다) 곡선 $y=2^x$이 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=4$와 적어도 한 점에서 만난다.

9 2015 9 B 26

자연수 n에 대하여 $abc=2^n$을 만족시키는 1보다 큰 자연수 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)의 개수가 28일 때, n의 값을 구하시오.

10 2015 11 A 15

지수부등식 $\left(\frac{1}{5}\right)^{1-2x} \le 5^{x+4}$을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은?

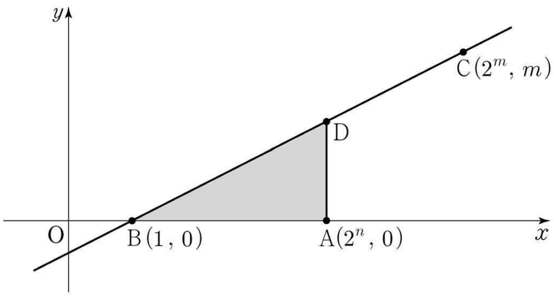
① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

11 2015 11 B 21

자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 m을 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은?

> (가) 점 A의 좌표는 $(2^n, 0)$이다.
> (나) 두 점 $\mathrm{B}(1, 0)$과 $\mathrm{C}(2^m, m)$을 지나는 직선 위의 점 중 x좌표가 2^n인 점을 D라 할 때, 삼각형 ABD의 넓이는 $\frac{m}{2}$보다 작거나 같다.

① 109 ② 111 ③ 113 ④ 115 ⑤ 117



12 2016 6 A 15

함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를 $y=f(x)$라 하자. 함수 $f(x)$의 역함수가 $f^{-1}(x)=3^{x-2}+4$일 때, 상수 a의 값은?

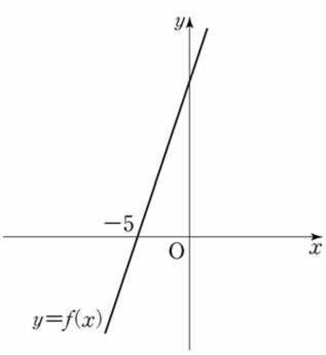
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13 2016 6 A 28

일차함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같고 $f(-5)=0$이다. 부등식

$$2^{f(x)} \le 8$$

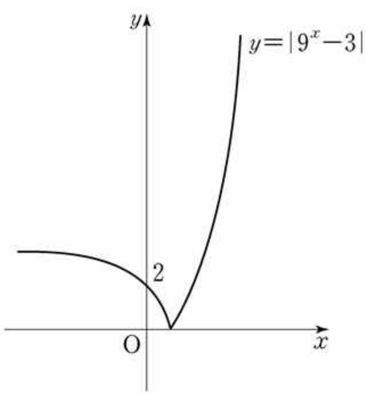
의 해가 $x \le -4$일 때, $f(0)$의 값을 구하시오.



14 2016 6 B 18

좌표평면 위의 두 곡선 $y=|9^x-3|$과 $y=2^{x+k}$이 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표를 x_1, x_2 $(x_1<x_2)$라 할 때, $x_1<0$, $0<x_2<2$를 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12



15 2016 9 A 16

고속철도의 최고소음도 $L(\mathrm{dB})$을 예측하는 모형에 따르면 한 지점에서 가까운 선로 중앙 지점까지의 거리를 $d(\mathrm{m})$, 열차가 가까운 선로 중앙 지점을 통과할 때의 속력을 $v(\mathrm{km/h})$라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L = 80 + 28\log\frac{v}{100} - 14\log\frac{d}{25}$$

가까운 선로 중앙 지점 P까지의 거리가 75m인 한 지점에서 속력이 서로 다른 두 열차 A, B의 최고소음도를 예측하고자 한다. 열차 A가 지점 P를 통과할 때의 속력이 열차 B가 지점 P를 통과할 때의 속력의 0.9배일 때, 두 열차 A, B의 예측 최고소음도를 각각 L_A, L_B라 하자. $L_B - L_A$의 값은?

① $14 - 28\log 3$ ② $28 - 56\log 3$ ③ $28 - 28\log 3$
④ $56 - 84\log 3$ ⑤ $56 - 56\log 3$

16 2016 11 A 16

어느 금융상품에 초기자산 W_0을 투자하고 t년이 지난 시점에서의 기대자산 W가 다음과 같이 주어진다고 한다.

$$W = \frac{W_0}{2}10^{at}(1 + 10^{at})$$ (단, $W_0 > 0$, $t \ge 0$이고, a는 상수이다.)

이 금융상품에 초기자산 w_0을 투자하고 15년이 지난 시점에서의 기대자산은 초기자산의 3배이다. 이 금융상품에 초기자산 w_0을 투자하고 30년이 지난 시점에서의 기대자산이 초기자산의 k배일 때, 실수 k의 값은? (단, $w_0 > 0$)

17 2017 6 나 30

다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

> $\log_2(na - a^2)$과 $\log_2(nb - b^2)$은 같은 자연수이고
> $0 < b - a \le \frac{n}{2}$인 두 실수 a, b가 존재한다.

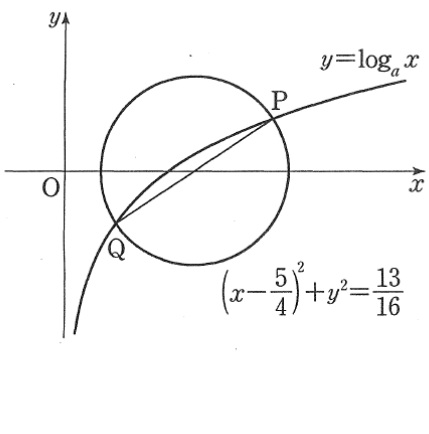
18 2018 9 가 16

$a > 1$인 실수 a에 대하여 곡선 $y = \log_a x$와

원 $C: \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + y^2 = \frac{13}{16}$의 두 교점을 P, Q라 하자.

선분 PQ가 원 C의 지름일 때, a의 값은?

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5



19 2018 11 나 16

1보다 큰 두 실수 a, b에 대하여

$$\log_{\sqrt{3}} a = \log_9 ab$$

가 성립할 때, $\log_a b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20 2019 6 가 14

직선 $x=k$가 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=-\log_2(8-x)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2$가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱은? (단, $0<k<8$)

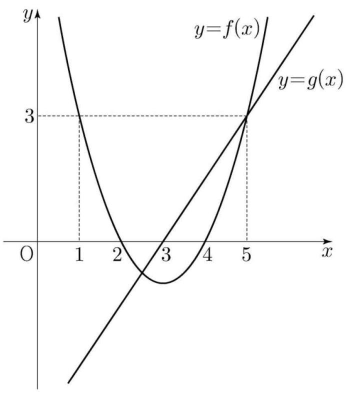
① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

21 2019 11 가 14

이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 일차함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)g(x)} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{g(x)}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은?



① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

22 2019 11 나 15

2 이상의 자연수 n에 대하여 $5\log_n 2$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합은?

① 34 ② 38 ③ 42 ④ 46 ⑤ 50

23 2020 9 나 28

네 양수 a, b, c, k가 다음 조건을 만족시킬 때, k^2의 값을 구하시오.

(가) $3^a=5^b=k^c$
(나) $\log c=\log(2ab)-\log(2a+b)$

24 2020 11 가 15

지수함수 $y=a^x$ $(a>1)$의 그래프와 직선 $y=\sqrt{3}$이 만나는 점을 A라 하자. 점 B(4, 0)에 대하여 직선 OA와 직선 AB가 서로 수직이 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은? (단, O는 원점이다.)

① $3^{\frac{1}{3}}$ ② $3^{\frac{2}{3}}$ ③ 3 ④ $3^{\frac{4}{3}}$ ⑤ $3^{\frac{5}{3}}$

25 2021 6 가 18

두 곡선 $y=2^x$과 $y=-2x^2+2$가 만나는 두 점을 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$라 하자. $x_1<x_2$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $x_2>\frac{1}{2}$

ㄴ. $y_2-y_1<x_2-x_1$

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2}<y_1y_2<1$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

26 2021 9 나 17

$\angle A=90°$이고 $\overline{AB}=2\log_2 x$, $\overline{AC}=\log_4\frac{16}{x}$인 삼각형 ABC의 넓이를 $S(x)$라 하자. $S(x)$가 $x=a$에서 최댓값 M을 가질 때, $a+M$의 값은? (단, $1<x<16$)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

27 2021 12 가 27

$\log_4 2n^2-\frac{1}{2}\log_2\sqrt{n}$의 값이 40이하의 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 개수를 구하시오.

28 2022 예시 공통 10

$\frac{1}{2}<\log a<\frac{11}{2}$인 양수 a에 대하여 $\frac{1}{3}+\log\sqrt{a}$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은?

① 10^{10} ② 10^{11} ③ 10^{12}
④ 10^{13} ⑤ 10^{14}

02 삼각함수

1 2019 9 가 14

실수 k에 대하여 함수

$$f(x)=\cos^2\left(x-\frac{3}{4}\pi\right)-\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+k$$

의 최댓값은 3, 최솟값은 m이다. $k+m$의 값은?

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

2 2021 6 가 14

$0\le\theta<2\pi$일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-(2\sin\theta)x-3\cos^2\theta-5\sin\theta+5=0$$

이 실근을 갖도록 하는 θ의 최솟값과 최댓값을 각각 α, β라 하자. $4\beta-2\alpha$의 값은?

① 3π ② 4π ③ 5π ④ 6π ⑤ 7π

3 2021 9 가 21

닫힌구간 $[-2\pi,\ 2\pi]$에서 정의된 두 함수

$$f(x)=\sin kx+2,\ g(x)=3\cos 12x$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k의 개수는?

실수 a가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 교점의 y좌표이면 $\{x\mid f(x)=a\}\subset\{x\mid g(x)=a\}$ 이다.

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4 2021 11 나 16

$0\le x\le 4\pi$일 때, 방정식

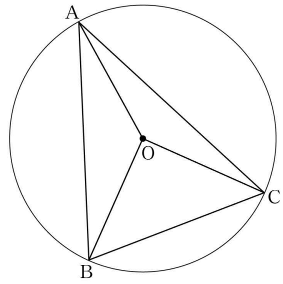
$$4\sin^2 x-4\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-3=0$$

의 모든 해의 합은?

① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

5 2020년 3 가 19 (교육청)

그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$ 인 원에 내접하는 예각삼각형 ABC에 대하여 두 삼각형 OAB, OCA의 넓이를 각각 S_1, S_2라 하자. $3S_1 = 4S_2$이고 $\overline{BC} = 2\sqrt{5}$ 일 때, 선분 AB의 길이는?

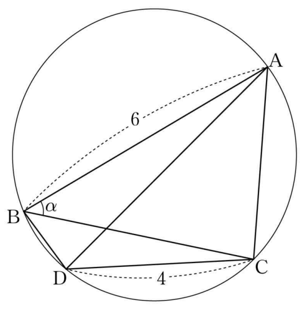


① $2\sqrt{7}$ ② $\sqrt{30}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{34}$ ⑤ 6

6 2020년 3 나 29 (교육청)

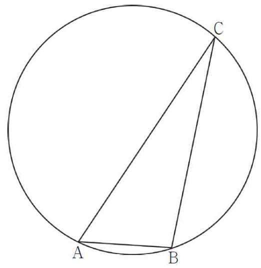
그림과 같이 예각삼각형 ABC가 한 원에 내접하고 있다.

$\overline{AB} = 6$이고, $\angle ABC = \alpha$라 할 때 $\cos\alpha = \frac{3}{4}$이다. 점 A를 지나지 않는 호 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{CD} = 4$이다. 두 삼각형 ABD, CBD의 넓이를 각각 S_1, S_2라 할 때, $S_1 : S_2 = 9 : 5$이다. 삼각형 ADC의 넓이를 S라 할 때, S^2의 값을 구하시오.



7 2020년 4 가 19 (교육청)

그림과 같이 원 C에 내접하고 $\overline{AB} = 3$, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$인 삼각형 ABC가 있다. 원 C의 넓이가 $\frac{49}{3}\pi$일 때, 원 C 위의 점 P에 대하여 삼각형 PAC의 넓이의 최댓값은? (단, 점 P는 점 A도 아니고 점 C도 아니다.)



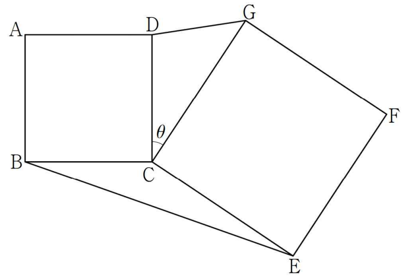
① $\frac{32}{3}\sqrt{3}$ ② $\frac{34}{3}\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$
④ $\frac{38}{3}\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{40}{3}\sqrt{3}$

8 2020년 7 나 15 (교육청)

그림과 같이 평면 위에 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD와 한 변의 길이가 4인 정사각형 CEFG가 있다.

$\angle DCG = \theta\ (0 < \theta < \pi)$라 할 때, $\sin\theta = \frac{\sqrt{11}}{6}$이다.

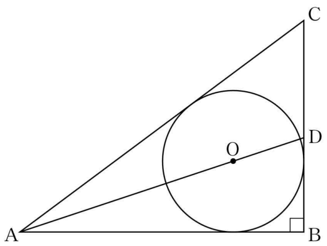
$\overline{DG} \times \overline{BE}$의 값은?



① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

9 2020년 10 가 17 (교육청)

그림과 같이 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$인 삼각형 ABC에 내접하고 반지름의 길이가 3인 원의 중심을 O라 하자. 직선 AO가 선분 BC와 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{DB} = 4$이다. 삼각형 ADC의 외접원의 넓이는?

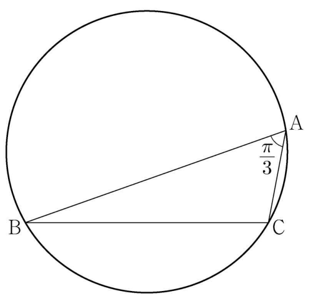


① $\frac{125}{2}\pi$　　② 63π　　③ $\frac{127}{2}\pi$

④ 64π　　⑤ $\frac{129}{2}\pi$

10 2021 12 나 28

$\angle A = \frac{\pi}{3}$이고 $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 1$인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 선분 AC의 길이를 k라 하자. k^2의 값을 구하시오.

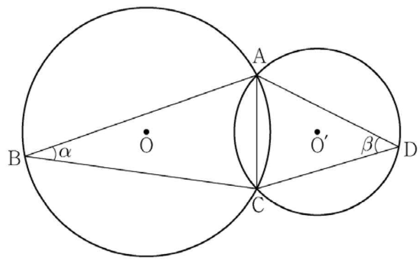


11 2022 예시 공통 21

그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O′이라 하고 $\angle ABC = \alpha$, $\angle ADC = \beta$라 할 때,

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{3}{2},\ \cos(\alpha+\beta) = \frac{1}{3},\ \overline{OO'} = 1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



[memo]

03 수열

1 2015 6 A 26

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=15$이고,

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{k+1}-a_k)=2n+1 \quad (n\geq 1)$$

을 만족시킨다. a_{10}의 값을 구하시오.

2 2015 11 A 17

등차수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{k=1}^{n}a_{2k-1}=3n^2+n$을 만족시킬 때, a_8의 값은?

① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

3 2016 6 A 16

공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여
세 항 a_2, a_k, a_8 은 이 순서대로 등차수열을 이루고,
세 항 a_1, a_2, a_k 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.
$k+a_1$의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

4 2017 9 나 14

첫째항이 4이고 공차가 1인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{12}\frac{1}{\sqrt{a_{k+1}}+\sqrt{a_k}}$$

의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5 2017 11 나 15

공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_2의 값은?

(가) $a_6+a_8=0$
(나) $\lvert a_6\rvert=\lvert a_7\rvert+3$

① -15 ② -13 ③ -11 ④ -9 ⑤ -7

6 2018 6 나 15

공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 이차방정식 $x^2-14x+24=0$의 두 근이 a_3, a_8 이다. $\sum_{n=3}^{8}a_n$ 의 값은?

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

7 2018 6 나 26

첫째항이 3인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_3}{a_2}-\frac{a_6}{a_4}=\frac{1}{4}$$

일 때, $a_5=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

8 2018 11 나 14

등차수열 $\{a_n\}$이

$$a_5+a_{13}=3a_9,\quad \sum_{k=1}^{18} a_k=\frac{9}{2}$$

를 만족시킬 때, a_{13}의 값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

9 2018 11 나 27

수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+1)^2=28,\quad \sum_{k=1}^{10}a_k(a_k+1)=16$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}(a_k)^2$의 값을 구하시오.

10 2019 6 나 15

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3=4(a_2-a_1),\quad \sum_{k=1}^{6}a_k=15$$

일 때, $a_1+a_3+a_5$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11 2019 9 나 26

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$S_4-S_3=2,\quad S_6-S_5=50$$

일 때, a_5의 값을 구하시오.

12 2020 6 나 28

첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$과 자연수 m이 다음 조건을 만족시킬 때, a_m의 값을 구하시오.

(가) $4<a_2+a_3\le 12$

(나) $\sum_{k=1}^{m}a_k=122$

13 2020 9 나 26

n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-(2n-1)x+n(n-1)=0$$

의 두 근을 α_n, β_n이라 하자.
$\displaystyle\sum_{n=1}^{81}\frac{1}{\sqrt{\alpha_n}+\sqrt{\beta_n}}$의 값을 구하시오.

14 2020 11 나 15

첫째항이 50이고 공차가 -4인 등차수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\displaystyle\sum_{k=m}^{m+4}S_k$의 값이 최대가 되도록 하는 자연수 m의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

15 2021 6 가 26

공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_k=-16$, $S_{k+2}=-12$를 만족시키는 자연수 k에 대하여 a_{2k}의 값을 구하시오.

16 2021 6 나 14

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\begin{cases} a_{3n-1}=2a_n+1 \\ a_{3n}=-a_n+2 \\ a_{3n+1}=a_n+1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{11}+a_{12}+a_{13}$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

17 2021 9 가 27

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$S_{n+3}-S_n=13\times 3^{n-1}$$

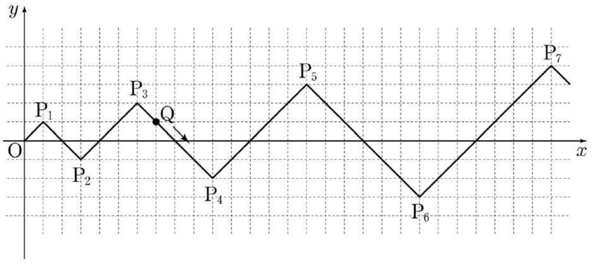
일 때, a_4의 값을 구하시오.

18 2014 6 A 16

자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 $P_n(x_n,\ y_n)$을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) $x_1 = y_1 = 1$
> (나) $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + (n+1) \\ y_{n+1} = y_n + (-1)^n (n+1) \end{cases} \quad (n \ge 1)$

점 Q는 원점 O를 출발하여 $\overline{OP_1}$을 따라 점 P_1에 도착한다. 자연수 n에 대하여 점 P_n에 도착한 점 Q는 점 P_{n+1}을 향하여 $\overline{P_n P_{n+1}}$을 따라 이동한다. 점 Q는 한 번에 $\sqrt{2}$만큼 이동한다. 예를 들어, 원점에서 출발하여 7번 이동한 점 Q의 좌표는 $(7,\ 1)$이다. 원점에서 출발하여 55번 이동한 점 Q의 y좌표는?



① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

19 2014 6 A 28

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 7$이고, 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_{n+2} = a_n - 4 \quad (a = 1,\ 2,\ 3,\ 4)$
> (나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+6} = a_n$ 이다.

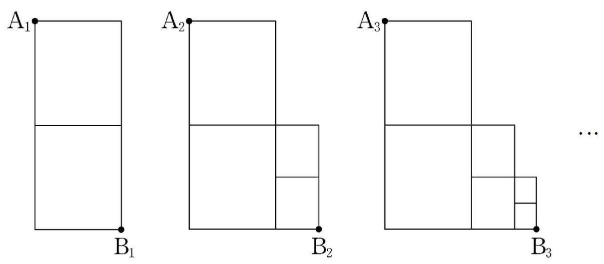
$\sum_{k=1}^{50} a_k = 258$ 일 때, a_2의 값을 구하시오.

20 2014 9 A 29

그림과 같이 직사각형에서 세로를 각각 이등분하는 점 2개를 연결하는 선분을 그린 그림을 [그림 1] 이라 하자. [그림 1] 을 $\frac{1}{2}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 1] 의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 2] 라 하자.

이와 같이 3 이상의 자연수 k에 대하여 [그림 1] 을 $\frac{1}{2^{k-1}}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 $k-1$] 의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 k] 라 하자.

자연수 n에 대하여 [그림 n] 에서 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 A_n, 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 B_n이라 할 때, 점 A_n에서 점 B_n까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n이라 하자. a_7의 값을 구하시오.



[그림 1] [그림 2] [그림 3] …

21 2014 9 A 30

자연수 n 에 대하여 부등식 $4^k-(2^n+4^n)2^k+8^n \leq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 k 의 합을 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{20}\frac{1}{a_n}=\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

22 2017 6 나 20

첫째항이 a 인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

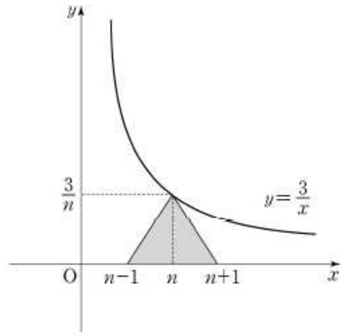
$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+(-1)^n\times 2 & (n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n+1 & (n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{15}=43$ 일 때, a 의 값은?

23 2017 9 나 17

자연수 n에 대하여 곡선 $y=\frac{3}{x}$ $(x>0)$ 위의 점 $\left(n,\ \frac{3}{n}\right)$과 두 점 $(n-1,\ 0)$, $(n+1,\ 0)$을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10}\frac{9}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은?

① 410　② 420　③ 430　④ 440　⑤ 450



24 2018 6 나 29

공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 수열 $\{b_n\}$은

$b_1=a_1$

이고, 2이상의 자연수 n에 대하여

$$b_n=\begin{cases} b_{n-1}+a_n & (n\text{이 3의 배수가 아닌경우}) \\ b_{n-1}-a_n & (n\text{이 3의 배수인경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10}=a_{10}$일 때, $\frac{b_8}{b_{10}}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

25 2018 9 나 19

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 $a_1 = a_2 = 1$, $b_1 = k$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2} = (a_{n+1})^2 - (a_n)^2, \qquad b_{n+1} = a_n - b_n + n$$

을 만족시킨다. $b_{20} = 14$일 때, k의 값은?

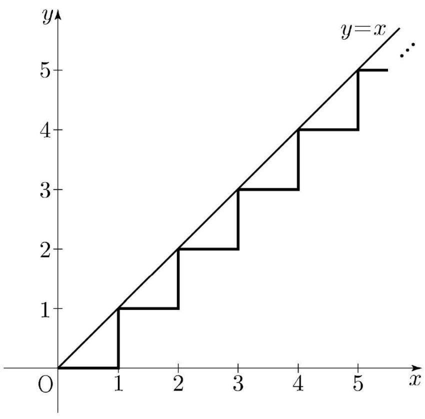
① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

26 2019 9 나 29

좌표평면에서 그림과 같이 길이가 1인 선분이 수직으로 만나도록 연결된 경로가 있다. 이 경로를 따라 원점에서 멀어지도록 움직이는 점 P의 위치를 나타내는 점 A_n을 다음과 같은 규칙으로 정한다.

(i) A_0은 원점이다.
(ii) n이 자연수일 때, A_n은 점 A_{n-1}에서 점 P가 경로를 따라 $\dfrac{2n-1}{25}$만큼 이동한 위치에 있는 점이다.

예를 들어, 점 A_2와 A_6의 좌표는 각각 $\left(\dfrac{4}{25},\ 0\right)$, $\left(1,\ \dfrac{11}{25}\right)$이다. 자연수 n에 대하여 A_n 중 직선 $y = x$ 위에 있는 점을 원점에서 가까운 순서대로 나열할 때, 두 번째 점의 x좌표를 a라 하자. a의 값을 구하시오.



27 2019 11 나 29

첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $a_7 + b_7$의 값을 구하시오.

(가) $\sum_{n=1}^{5} (a_n + b_n) = 27$

(나) $\sum_{n=1}^{5} (a_n + |b_n|) = 67$

(다) $\sum_{n=1}^{5} (|a_n| + |b_n|) = 81$

28 2020 11 나 17

자연수 n의 양의 약수의 개수를 $f(n)$이라 하고, 36의 모든 양의 약수를 a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_9라 하자.

$\sum_{k=1}^{9} \left\{(-1)^{f(a_k)} \times \log a_k\right\}$의 값은?

① $\log 2 + \log 3$ ② $2\log 2 + \log 3$
③ $\log 2 + 2\log 3$ ④ $2\log 2 + 2\log 3$
⑤ $3\log 2 + 2\log 3$

29 2020 11 나 21

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_n - 1$
(나) $a_{2n+1} = 2a_n + 1$

$a_{20} = 1$일 때, $\sum_{n=1}^{63} a_n$의 값은?

① 704 ② 712 ③ 720 ④ 728 ⑤ 736

30 2021 6 가 21

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = \log_2 \sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}}$$

이다. $\sum_{k=1}^{m} a_k$의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 m의 값의 합은?

① 150 ② 154 ③ 158 ④ 162 ⑤ 166

31 2021 6 나 28

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{4k-3}{a_k} = 2n^2 + 7n$$

을 만족시킨다. $a_5 \times a_7 \times a_9 = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

32 2021 9 나 21

수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} 2a_n + a_{n+1} & (a_n \leq a_{n+1}) \\ a_n + a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_3 = 2$, $a_6 = 19$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

33 2021 12 가 21

수열 $\{a_n\}$은 $0 < a_1 < 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$
(나) $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_8 - a_{15} = 63$일 때, $\frac{a_8}{a_1}$의 값은?

① 91 ② 92 ③ 93 ④ 94 ⑤ 95

34 2022 예시 공통 15

다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은?

(가) $a_5 = 5$
(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

35 2022 예시 공통 20

공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3 + a_5 = 0, \quad \sum_{k=1}^{6} (|a_k| + a_k) = 30$$

일 때, a_9의 값을 구하시오.

36 2014 9 B 16

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 3$이고

$$n a_{n+1} - 2n a_n + \frac{n+2}{n+1} = 0 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

$a_{n+1} - 2a_n + \dfrac{n+2}{n(n+1)} = 0$ 에서

$a_n - 2a_{n-1} + \dfrac{n+1}{n(n-1)} = 0 \ (n \geq 2)$ 이므로

$$a_{n+1} - a_n - 2(a_n - a_{n-1}) + \frac{1}{n(n+1)} - \boxed{\text{(가)}} = 0 \quad (n \geq 2)$$

이다. $b_n = a_{n+1} - a_n \ (n \geq 1)$ 이라 놓으면 $b_1 = \dfrac{3}{2}$ 이고,

$$b_n + \frac{1}{n(n+1)} = 2b_{n-1} + \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 2)$$

이다. 따라서 $b_n + \dfrac{1}{n(n+1)} = 2^n \ (n \geq 1)$ 이다.

즉, $b_n = 2^n - \dfrac{1}{n(n+1)} \ (n \geq 1)$ 이므로

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2) \text{ 이다.}$$

$n=1$ 일 때에도 이 식을 만족시키므로
모든 자연수 n에 대하여 $a_n = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $g(6) - f(4)$의 값은?

① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

37 2014 11 A 16

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=10$이고

$$(a_{n+1})^n = 10(a_n)^{n+1} \quad (n \ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식의 양변에 상용로그를 취하면
>
> $n\log a_{n+1} = (n+1)\log a_n + 1$
>
> 이다. 양변을 $n(n+1)$로 나누면
>
> $\dfrac{\log a_{n+1}}{n+1} = \dfrac{\log a_n}{n} + \boxed{(가)}$
>
> 이다. $b_n = \dfrac{\log a_n}{n}$이라 하면 $b_1 = 1$이고
>
> $b_{n+1} = b_n + \boxed{(가)}$
>
> 이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면
>
> $b_n = \boxed{(나)}$
>
> 이므로
>
> $\log a_n = n \times \boxed{(나)}$
>
> 이다. 그러므로 $a_n = 10^{n \times \boxed{(나)}}$
>
> 이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$과 $g(n)$이라 할 때, $\dfrac{g(10)}{f(4)}$의 값은?

① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

38 2015 6 A 17

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 3$이고,

$$2a_{n+1} = 3a_n - \frac{6n+2}{(n+1)!} \qquad (n \ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식에 의하여
>
> $2a_{n+1} = 3a_n - \dfrac{6(n+1)-4}{(n+1)!}$
>
> 이다.
>
> $2a_{n+1} - \dfrac{4}{(n+1)!} = 3a_n - 3 \times \boxed{(가)}$
>
> 이므로, $b_n = a_n - \boxed{(가)}$라 하면
>
> $2b_{n+1} = 3b_n$
>
> 이다. $b_{n+1} = \dfrac{3}{2}b_n$ 이고 $b_1 = 1$이므로
>
> $b_n = \boxed{(나)}$
>
> 이다. 그러므로 $a_n = \boxed{(가)} + \boxed{(나)}$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(3) \times g(3)$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{7}{12}$ ③ $\dfrac{2}{3}$ ④ $\dfrac{3}{4}$ ⑤ $\dfrac{5}{6}$

39 2015 9 A 16

첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$ 라 할 때,

$$\frac{S_{n+1}}{n+1}=\sum_{k=1}^{n}S_k \quad (n\ge 1)\cdots\cdots(*)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

> 주어진 식 (*) 에 의하여
>
> $$\frac{S_n}{n}=\sum_{k=1}^{n-1}S_k \quad (n\ge 2)\ \cdots\cdots ㉠$$
>
> 이다. (*) 에서 ㉠ 을 빼서 정리하면
>
> $$\frac{S_{n+1}}{S_n}=\frac{\boxed{(가)}}{n} \quad (n\ge 2)$$
>
> 이다. ㉠ 으로부터 $S_2=2$ 이고,
>
> $$S_n=\frac{S_n}{S_{n-1}}\times\frac{S_{n-1}}{S_{n-2}}\times\cdots\times\frac{S_3}{S_2}\times S_2 \quad (n\ge 3)$$
>
> 이므로
>
> $$S_n=n!\times\boxed{(나)} \quad (n\ge 3)$$
>
> 이다. 그러므로 a_n 은
>
> $$a_n=\begin{cases}1 & (n=1,\ 2)\\ \dfrac{n^2-n+1}{2}\times(n-1)! & (n\ge 3)\end{cases}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(4)\times g(20)$ 의 값은?

① 225 ② 250 ③ 275 ④ 300 ⑤ 325

40 2015 11 B 17

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, $S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$라 할 때,

$$a_{n+1}=(n+1)S_n+n! \qquad (n\ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$이므로
>
> 주어진 식에 의하여
>
> $$S_{n+1}=(n+2)S_n+n!\ (n\ge 1)$$
>
> 이다. 양변을 $(n+2)!$로 나누면
>
> $$\frac{S_{n+1}}{(n+2)!}=\frac{S_n}{(n+1)!}+\frac{1}{(n+1)(n+2)}$$
>
> 이다. $b_n=\dfrac{S_n}{(n+1)!}$이라 하면 $b_1=\dfrac{1}{2}$이고
>
> $$b_{n+1}=b_n+\frac{1}{(n+1)(n+2)}$$
>
> 이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면
>
> $$b_n=\frac{\boxed{(가)}}{n+1}$$
>
> 이므로
>
> $$S_n=\boxed{(가)}\times n!$$
>
> 이다. 그러므로
>
> $$a_n=\boxed{(가)}\times(n-1)!\ (n\ge 1)$$
>
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(7)+g(6)$의 값은?

① 44 ② 41 ③ 38 ④ 35 ⑤ 32

41 2016 6 A 19

첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$라 할 때,

$$a_{n+1}=(2^n-1)(S_n+1) \quad (n\geq 1) \quad \cdots\cdots(*)$$

이 성립한다. 다음은 일반한 a_n을 구하는 과정이다.

> 식 $(*)$의 양변에 S_n을 더하여 정리하면
>
> $$S_{n+1}+1=2^n(S_n+1)$$
>
> 이다. $b_n=\log_2(S_n+1)$이라 하면 $b_1=1$이므로
>
> $$b_{n+1}=\boxed{(가)}+b_n$$
>
> 이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면
>
> $$b_n=\frac{n^2-n+2}{2} \quad (n\geq 1)$$
>
> 이므로
>
> $$S_n=2^{\frac{n^2-n+2}{2}}-1 \quad (n\geq 1)$$
>
> 이다. 그러므로 $a_1=1$이고, $n\geq 2$일 때
>
> $$a_n=S_n-S_{n-1}$$
>
> $$=2^{\frac{n^2-n+2}{2}}-2^{\boxed{(나)}}$$
>
> $$=2^{\boxed{(나)}}\times(2^{n-1}-1)$$
>
> 이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(12)-g(5)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

42 2016 9 A 17

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=10$이고

$$(a_{n+1})^{n+1}=\frac{a_1+(a_2)^2+(a_3)^3+\cdots+(a_n)^n}{n} \quad (n\geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정의 일부이다.

> $b_n=(a_n)^n$이라 하면 $b_1=10$이고 주어진 식으로부터
>
> $$b_{n+1}=\frac{b_1+b_2+\cdots+b_n}{n} \quad (n\geq 1)$$
>
> 이다. $S_n=\sum_{k=1}^{n}b_k$라 하면
>
> $$S_{n+1}=\boxed{(가)}\times S_n$$
>
> 이다.
>
> $S_1=10$,
>
> $$S_n=S_1\times\frac{S_2}{S_1}\times\frac{S_3}{S_2}\times\cdots\times\frac{S_n}{S_{n-1}} \quad (n\geq 2)$$
>
> 를 이용하여 S_n을 구하면
>
> $$S_n=\boxed{(나)} \quad (n\geq 1)$$
>
> 이다.
>
> ⋮

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(5)\times g(6)$의 값은?

① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

43 2016 11 A 19

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = a_2 = 1$이고,

$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$$a_{n+1} = \frac{S_n^{\ 2}}{S_{n-1}} + (2n-1)S_n \quad (n \geq 2)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$이므로 주어진 식으로부터
>
> $$S_{n+1} = \frac{S_n^{\ 2}}{S_{n-1}} + 2nS_n \quad (n \geq 2)$$
>
> 이다. 양변을 S_n으로 나누면
>
> $$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{S_n}{S_{n-1}} + 2n$$
>
> 이다. $b_n = \frac{S_{n+1}}{S_n}$이라 하면 $b_1 = 2$이고
>
> $$b_n = b_{n-1} + 2n \quad (n \geq 2)$$
>
> 이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면
>
> $$b_n = \boxed{\text{(가)}} \times (n+1) \quad (n \geq 1)$$
>
> 이므로
>
> $$S_n = \boxed{\text{(가)}} \times \{(n-1)!\}^2 \quad (n \geq 1)$$
>
> 이다. 따라서 $a_1 = 1$이고, $n \geq 2$일 때
>
> $$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= \boxed{\text{(나)}} \times \{(n-2)!\}^2 \end{aligned}$$
>
> 이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(10) + g(6)$의 값은?

① 110 ② 125 ③ 140 ④ 155 ⑤ 170

44 2021 6 가 15

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = (2^{2n} - 1) \times 2^{n(n-1)} + (n-1) \times 2^{-n}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1) \times 2^{-n} \quad \cdots\cdots \ (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

> (i) $n = 1$일 때, (좌변)$=3$, (우변)$=3$이므로
> (*)이 성립한다.
>
> (ii) $n = m$일 때, (*)이 성립한다고 가정하면
>
> $$\sum_{k=1}^{m} a_k = 2^{m(m+1)} - (m+1) \times 2^{-m}$$
>
> 이다. $n = m+1$일 때,
>
> $$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} a_k &= 2^{m(m+1)} - (m+1) \times 2^{-m} \\ &\quad + (2^{2m+2} - 1) \times \boxed{\text{(가)}} + m \times 2^{-m-1} \\ &= \boxed{\text{(가)}} \times \boxed{\text{(나)}} - \frac{m+2}{2} \times 2^{-m} \\ &= 2^{(m+1)(m+2)} - (m+2) \times 2^{-(m+1)} \end{aligned}$$
>
> 이다. 따라서 $n = m+1$일 때도 (*)이 성립한다.
>
> (i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1) \times 2^{-n}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\frac{g(7)}{f(3)}$의 값은?

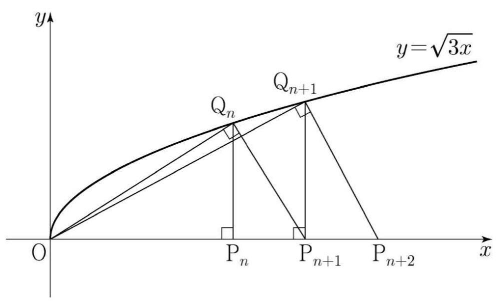
① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

45 2021 9 가 16

모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 x축 위의 점 P_n과 곡선 $y=\sqrt{3x}$ 위의 점 Q_n이 있다.

> • 선분 OP_n과 선분 $\mathrm{P}_n Q_n$이 서로 수직이다.
> • 선분 OQ_n과 선분 $\mathrm{Q}_n \mathrm{P}_{n+1}$이 서로 수직이다.

다음은 점 P_1의 좌표가 $(1,\ 0)$일 때, 삼각형 $\mathrm{OP}_{n+1}Q_n$의 넓이 A_n을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)



모든 자연수 n에 대하여 점 P_n의 좌표를 $(a_n,\ 0)$이라 하자.

$\overline{\mathrm{OP}_{n+1}}=\overline{OP_n}+\overline{P_nP_{n+1}}$이므로

$a_{n+1}=a_n+\overline{\mathrm{P}_nP_{n+1}}$

이다. 삼각형 OP_nQ_n과 삼각형 $\mathrm{Q}_nP_nP_{n+1}$이 닮음이므로

$\overline{\mathrm{OP}_n}:\overline{P_nQ_n}=\overline{P_nQ_n}:\overline{P_nP_{n+1}}$

이고, 점 Q_n의 좌표는 $\left(a_n,\ \sqrt{3a_n}\right)$이므로

$\overline{\mathrm{P}_nP_{n+1}}=\boxed{(가)}$

이다. 따라서 삼각형 $\mathrm{OP}_{n+1}Q_n$의 넓이 A_n은

$A_n=\dfrac{1}{2}\times(\boxed{(나)})\times\sqrt{9n-6}$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p+f(8)$의 값은?

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

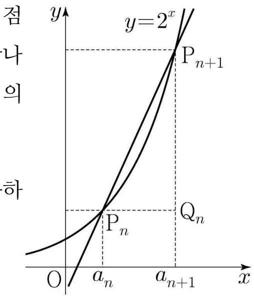
46 2021 12 가 16

상수 $k(k>1)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> 모든 자연수 n에 대하여 $a_n<a_{n+1}$이고 곡선 $y=2^x$ 위의 두 점 $\mathrm{P_n}(\mathrm{a_n}, 2^{\mathrm{a_n}})$, $\mathrm{P}_{n+1}(\mathrm{a}_{n+1}, 2^{\mathrm{a}_{n+1}})$을 지나는 직선의 기울기는 $k\times 2^{a_n}$이다.

점 $\mathrm{P_n}$을 지나고 x축에 평행한 직선과 점 P_{n+1}을 지나고 y축에 평행한 직선이 만나는 점을 $\mathrm{Q_n}$이라 하고 삼각형 $\mathrm{P_nQ_nP}_{n+1}$의 넓이를 A_n이라 하자.

다음은 $a_1=1$, $\dfrac{A_3}{A_1}=16$일 때, A_n을 구하는 과정이다.



두 점 $\mathrm{P_n}, \mathrm{P}_{n+1}$을 지나는 직선의 기울기가 $k\times a_n$이므로

$2^{a_{n+1}-a_n}=k(a_{n+1}-a_n)+1$

이다. 즉, 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}-a_n$은

방정식 $2^x=kx+1$의 해이다.

$k>1$이므로 방정식 $2^x=kx+1$은 오직 하나의 양의 실근 d를 갖는다. 따라서 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}-a_n=d$이고,

수열 $\{a_n\}$은 공차가 d인 등차수열이다.

점 $\mathrm{Q_n}$의 좌표가 $(a_{n+1}, 2^{a_n})$이므로

$A_n=\dfrac{1}{2}(a_{n+1}-a_n)(2^{a_{n+1}}-2^{a_n})$

이다. $\dfrac{A_3}{A_1}=16$이므로 d의 값은 $\boxed{(가)}$이고,

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$a_n=\boxed{(나)}$

이다. 따라서 모든 자연수 n에 대하여 $A_n=\boxed{(다)}$이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$이라 할 때, $p+\dfrac{g(4)}{f(2)}$의 값은?

① 118 ② 121 ③ 124 ④ 127 ⑤ 130

47 2022 예시 공통 13

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{S_k}{k!} = \frac{1}{(n+1)!}$$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}$ 을 구하는 과정이다.

$n=1$ 일 때, $a_1 = S_1 = \frac{1}{2}$ 이므로 $\frac{1}{a_1} = 2$ 이다.

$n=$ 일 때, $a_2 = S_2 - S_1 = -\frac{7}{6}$ 이므로 $\sum_{k=1}^{2} \frac{1}{a_k} = \frac{8}{7}$ 이다.

$n \geq 3$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{S_n}{n!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{S_k}{k!} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{S_k}{k!} = -\frac{\boxed{\text{(가)}}}{(n+1)!}$$

즉, $S_n = -\frac{\boxed{\text{(가)}}}{n+1}$ 이므로

$$a_n = S_n - S_{n-1} = -\left(\boxed{\text{(나)}}\right)$$

이다. 한편 $\sum_{k=3}^{n} k(k+1) = -8 + \sum_{k=1}^{n} k(k+1)$ 이므로

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k} = \frac{8}{7} - \sum_{k=3}^{n} k(k+1)$$

$$= \frac{64}{7} - \frac{n(n+1)}{2} - \sum_{k=1}^{n} \boxed{\text{(다)}}$$

$$= -\frac{1}{3}n^3 - n^2 - \frac{2}{3}n + \frac{64}{7}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$ 라 할 때, $f(5) \times g(3) \times h(6)$ 의 값은?

① 3 ② 6 ③ 9

④ 12 ⑤ 15

04 함수의 극한과 연속

1 2014 11 A 28

함수

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x\le 0) \\ -\dfrac{1}{2}x+7 & (x>0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$ 가 $x=a$ 에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오.

2 2015 6 A 21

최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

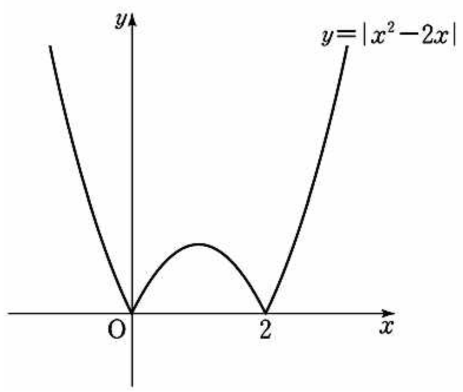
(가) $g(1)=0$
(나) $\lim\limits_{x\to n}\dfrac{f(x)}{g(x)}=(n-1)(n-2)\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ 4)$

$g(5)$의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

3 2016 6 A 29

실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 곡선 $y=|x^2-2x|$와 만나는 점의 개수를 $f(t)$라 하자. 최고항수의 계수가 1인 이차함수 $g(t)$에 대하여 함수 $f(t)g(t)$가 모든 실수 t에서 연속일 때, $f(3)+g(3)$의 값을 구하시오.



4 2016 9 A 28

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(가) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)-x^3}{3x}=2$
(나) $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=-7$

5 2016 11 A 27

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & (x\le a) \\ x^2-x & (x>a) \end{cases},\quad g(x)=x-(2a+7)$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 곱을 구하시오.

6 2017 11 나 14

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+6 & (x<2) \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

$$g(x)=ax+1$$

에 대하여 함수 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① $-\dfrac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\dfrac{3}{4}$ ④ $-\dfrac{1}{2}$ ⑤ $-\dfrac{1}{4}$

7 2017 11 나 18

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-(x-a)}{f(x)+(x-a)}=\frac{3}{5}$$

을 만족시킨다. 방정식 $f(x)=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $|\alpha-\beta|$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8 2018 6 나 14

함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-5x+a}{x-3} & (x\neq 3) \\ b & (x=3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.)

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

9 2018 9 나 17

실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여

$x<0$일 때, $f(x)+g(x)=x^2+4$

$x>0$일 때, $f(x)-g(x)=x^2+2x+8$

이다. 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 연속이고 $\lim\limits_{x\to 0-}g(x)-\lim\limits_{x\to 0+}g(x)=6$일 때, $f(0)$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

10 2019 6 나 28

이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

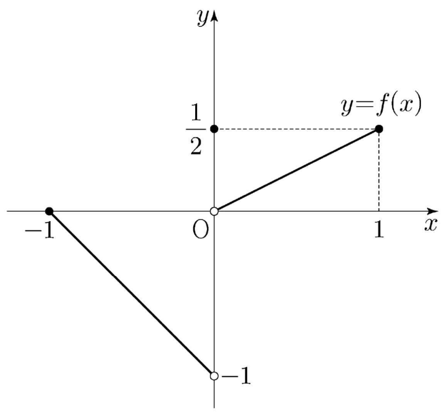
(가) 함수 $\dfrac{x}{f(x)}$는 $x=1$, $x=2$에서 불연속이다.

(나) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{x-2}=4$

$f(4)$의 값을 구하시오.

11 2019 9 나 18

닫힌 구간 $[-1, 1]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



닫힌 구간 $[-1, 1]$ 에서 두 함수 $g(x)$, $h(x)$ 가

$$g(x)=f(x)+|f(x)|,\ h(x)=f(x)+f(-x)$$

일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $\lim_{x\to 0} g(x)=0$

ㄴ. 함수 $|h(x)|$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $g(x)|h(x)|$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12 2020 6 나 15

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} -2x+3 & (x<0) \\ -2x+2 & (x\geq 0) \end{cases},$$

$$g(x)=\begin{cases} 2x & (x<a) \\ 2x-1 & (x\geq a) \end{cases}$$

가 있다. 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

13 2020 6 나 20

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은?

$\lim_{x\to\infty}\dfrac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1}=6$, $\lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^n}=4$ 인 자연수 n이 존재한다.

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

14 2020 9 나 16

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=1,\ \lim_{x\to -1}\frac{f(x)}{x+1}=2$$

를 만족시킨다. $f(1)\leq 12$일 때, $f(2)$의 최댓값은?

① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

15 2020 11 나 14

상수항과 계수가 모두 정수인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 최댓값은?

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)g(x)}{x^3} = 2$

(나) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)g(x)}{x^2} = -4$

① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

16 2020 11 나 20

함수

$$f(x) = \begin{cases} -x & (x \le 0) \\ x-1 & (0 < x \le 2) \\ 2x-3 & (x > 2) \end{cases}$$

와 상수가 아닌 다항식 $p(x)$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. 함수 $p(x)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이면 $p(0) = 0$이다.

ㄴ. 함수 $p(x)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(2) = 0$이다.

ㄷ. 함수 $p(x)\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(x)$는 $x^2(x-2)^2$으로 나누어떨어진다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17 2021 12 나 17

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)+g(x)}{x} = 3, \ \lim_{x \to 0} \frac{f(x)+3}{xg(x)} = 2$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$에 대하여 $h'(0)$의 값은?

① 27　② 30　③ 33　④ 36　⑤ 39

18 2021 12 나 26

함수

$$f(x) = \begin{cases} -3x+a & (x \le 1) \\ \dfrac{x+b}{\sqrt{x+3}-2} & (x > 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

05 미분

1 2014 6 A 17

곡선 $y=x^3-3x^2+x+1$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선이 서로 평행하다. 점 A의 x좌표가 3일 때, 점 B에서의 접선의 y절편의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

2 2014 6 A 26

다항함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2,\ 1)$에서의 접선의 기울기가 2이다. $g(x)=x^3f(x)$일 때, $g'(2)$의 값을 구하시오.

3 2014 9 A 27

곡선 $y=x^3+2x+7$ 위의 점 $P(-1,\ 4)$ 에서의 접선이 점 P가 아닌 점 $(a,\ b)$ 에서 곡선과 만난다. $a+b$ 의 값을 구하시오.

4 2015 6 A 14

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가
$x=-t^2+4t$ 이다. $t=a$에서 점 P의 속도가 0일 때, 상수 a의 값은?

5 2015 6 A 16

함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + a$의 극댓값이 10일 때, 상수 a의 값은?

① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

6 2015 6 A 27

곡선 $y = -x^3 + 2x$ 위의 점 $(1, 1)$에서의 접선이 점 $(-10, a)$를 지날 때, a의 값을 구하시오.

7 2015 6 A 29

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = -11, \quad \lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{x - 1} = -9$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \to \infty} x f\left(\frac{1}{x}\right)$의 값을 구하시오.

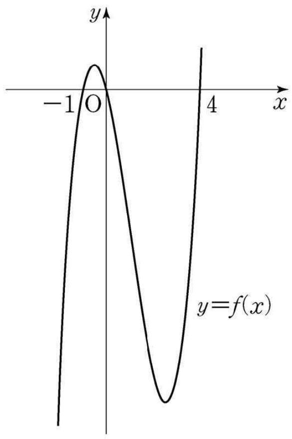
8 2015 9 A 17

함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$의 모든 극값의 곱이 -4일 때, 상수 a의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9 2015 11 A 14

함수 $f(x)=x(x+1)(x-4)$에 대하여 직선 $y=5x+k$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 양수 k의 값은?



① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

10 2015 11 A 29

두 다항함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$g(x)=(x^3+2)f(x)$$

를 만족시킨다. $g(x)$가 $x=1$ 에서 극솟값 24를 가질 때, $f(1)-f'(1)$의 값을 구하시오.

11 2016 6 A 17

두 함수

$$f(x)=3x^3-x^2-3x, \qquad g(x)=x^3-4x^2+9x+a$$

에 대하여 방정식 $f(x)=g(x)$가 서로 다른 두 개의 양의 실근과 한 개의 음의 실근을 갖도록 하는 모든 정수 a의 개수는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12 2016 6 A 27

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-9x+3$ 이 열린 구간 $(-a, a)$에서 감소할 때, 양수 a의 최댓값을 구하시오.

13 2016 11 A 28

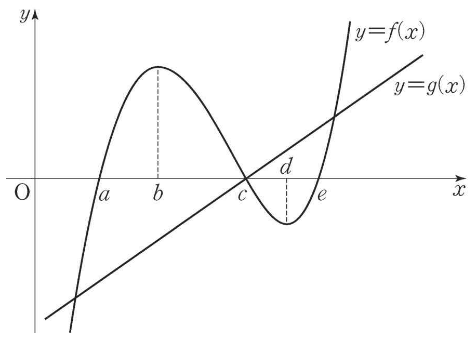
두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g(x)=x^3 f(x)-7$
>
> (나) $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-g(x)}{x-2}=2$

곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2,\ g(2))$에서의 접선의 방정식이 $y=ax+b$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

14 2017 6 나 18

삼차함수 $y=f(x)$와 일차함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같고, $f'(b)=f'(d)=0$이다.



함수 $y=f(x)g(x)$는 $x=p$와 $x=q$에서 극소이다. 다음 중 옳은 것은? (단, $p<q$)

① $a<p<b$이고 $c<q<d$

② $a<p<b$이고 $d<q<e$

③ $b<p<c$이고 $c<q<d$

④ $b<p<c$이고 $d<q<e$

⑤ $c<p<d$이고 $d<q<e$

15 2017 6 나 28

양수 a에 대하여 함수 $f(x)=x^3+ax^2-a^2x+2$가 닫힌 구간 $[-a,\ a]$에서 최댓값 M, 최솟값 $\frac{14}{27}$를 갖는다. $a+M$의 값을 구하시오.

16 2017 6 나 29

함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x<1) \\ -2x+4 & (x\ge 1)\end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 A$(-1,\ -1)$, B$(1,\ 2)$가 있다. 실수 x에 대하여 점 $(x,\ f(x))$에서 점 A까지의 거리의 제곱과 점 B까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 모든 a의 값의 합이 p일 때, $80p$의 값을 구하시오.

17 2017 9 나 20

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $x=-2$에서 극댓값을 갖는다.
> (나) $f'(-3)=f'(3)$

〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. 도함수 $f'(x)$는 $x=0$에서 최솟값을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=f(2)$는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1,\ f(-1))$에서의 접선은 점 $(2,\ f(2))$를 지난다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18 2017 11 나 26

곡선 $y=x^3-ax+b$위의 점 $(1,1)$에서의 접선과 수직인 직선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$이다. 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

19 2018 6 나 16

함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & (x\le -2) \\ 2x & (x>-2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은?
(단, a와 b는 상수이다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

20 2018 6 나 17

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>0)$에서의 위치 x가

$$x=t^3-12t+k \ (k\text{는 상수})$$

이다. 점 P의 운동 방향이 원점에서 바뀔 때, k의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

21 2018 9 나 20

삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=-x+t$의 교점의 개수를 $g(t)$라 하자. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $f(x)=x^3$이면 함수 $g(t)$는 상수함수이다.

ㄴ. 삼차함수 $f(x)$에 대하여, $g(1)=2$이면 $g(t)=3$인 t가 존재한다.

ㄷ. 함수 $g(t)$가 상수함수이면, 삼차함수 $f(x)$의 극값은 존재하지 않는다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22 2018 9 나 29

두 삼차함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)g(x)=(x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$$

을 만족시킨다. $g(x)$의 최고차항의 계수가 3이고, $g(x)$가 $x=2$에서 극댓값을 가질 때, $f'(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

23 2018 11 나 18

최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2}=\frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

24 2018 11 나 20

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f'(0)=0$, $f'(2)=16$
> (나) 어떤 양수 k에 대하여 두 열린 구간 $(-\infty,\ 0)$, $(0,\ k)$에서 $f'(x)<0$이다.

〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 것을 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 열린 구간 $(0,\ 2)$에서 한 개의 실근을 갖는다.

ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $f(0)=0$이면, 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq -\dfrac{1}{3}$이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

25 2018 11 나 29

두 실수 a와 k에 대하여 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} 0 & (x\leq a) \\ (x-1)^2(2x+1) & (x>a) \end{cases},$$

$$g(x)=\begin{cases} 0 & (x\leq k) \\ 12(x-k) & (x>k) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq g(x)$이다.

k의 최솟값이 $\dfrac{q}{p}$일 때, $a+p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

26 2019 6 나 16

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x = t^3 + at^2 + bt \quad (a,\, b\text{는 상수})$$

이다. 시각 $t=1$에서의 점 P가 운동 방향을 바꾸고, 시각 $t=2$에서 점 P의 가속도는 0이다. $a+b$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

27 2019 6 나 17

함수 $f(x) = ax^2 + b$가 모든 실수 x에 대하여

$$4f(x) = \{f'(x)\}^2 + x^2 + 4$$

를 만족시킨다. $f(2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

28 2019 9 나 14

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x = t^3 - 5t^2 + at + 5$$

이다. 점 P가 움직이는 방향이 바뀌지 않도록 하는 자연수 a의 최솟값은?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

29 2019 9 나 15

방정식 $x^3 - 3x^2 - 9x - k = 0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 정수 k의 최댓값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

30 2019 9 나 28

시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q 의 시각 $t\,(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=3t^2+t,\ v_2(t)=2t^2+3t$$

이다. 출발한 두 점 P, Q 의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 a 라 할 때, $9a$ 의 값을 구하시오.

31 2019 11 나 27

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=-\frac{1}{3}t^3+3t^2+k\ (k\text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때, 점 P의 위치는 40이다.
k의 값을 구하시오.

32 2020 6 나 18

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2} & (x<0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$보다 작을 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $g(0)+g'(0)=\frac{1}{2}$

ㄴ. $g(1)<\frac{3}{2}$

ㄷ. 함수 $g(x)$의 최솟값이 0일 때, $g(2)=\frac{5}{2}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

33 2020 6 나 27

두 함수

$$f(x)=x^3+3x^2-k,\ g(x)=2x^2+3x-10$$

에 대하여 부등식

$$f(x) \geq 3g(x)$$

가 닫힌 구간 $[-1,\ 4]$에서 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하시오.

34 2020 9 나 17

함수 $f(x)=x^3-3ax^2+3(a^2-1)x$의 극댓값이 4이고 $f(-2)>0$일 때, $f(-1)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

35 2020 9 나 27

곡선 $y=x^3-3x^2+2x-3$과 직선 $y=2x+k$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱을 구하시오.

36 2020 11 나 27

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q 의 시각 $t\ (t\geq 0)$ 에서의 위치 x_1, x_2가

$$x_1=t^3-2t^2+3t, \qquad x_2=t^2+12t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오.

37 2021 6 나 19

방정식 $2x^3+6x^2+a=0$이 $-2\leq x\leq 2$에서 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 a의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

38 2021 6 나 26

함수 $f(x)=x^3-3x^2+5x$에서 x의 값이 0에서 a까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(2)$의 값과 같게 되도록 하는 양수 a의 값을 구하시오.

39 2021 9 나 18

최고차항의 계수가 a인 이차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$|f'(x)| \le 4x^2+5$$

를 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$의 그래프의 대칭축이 직선 $x=1$일 때, 실수 a의 최댓값은?

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

40 2021 9 나 26

방정식 $x^3-x^2-8x+k=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때, 양수 k의 값을 구하시오.

41 2021 9 나 28

함수 $f(x)=-x^2-4x+a$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

가 닫힌 구간 $[0,\ 1]$에서 증가하도록 하는 실수 a의 최솟값을 구하시오.

42 2022 예시 공통 9

원점을 지나고 곡선 $y=-x^3-x^2+x$에 접하는 모든 직선의 기울기의 합은?

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$

④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

43 2022 예시 공통 11

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> 방정식 $f(x)=9$는 서로 다른 세 실근을 갖고, 이 세 실근은 크기 순서대로 등비수열을 이룬다.

$f(0)=1$, $f'(2)=-2$일 때, $f(3)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8

④ 9 ⑤ 10

44 2022 예시 공통 14

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 가속도가

$$a(t)=3t^2-12t+9\ (t\geq 0)$$

이고, 시각 $t=0$에서의 속도가 k일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. 구간 $(3, \infty)$에서 점 P의 속도는 증가한다.
ㄴ. $k=-4$이면 구간 $(0, \infty)$에서 점 P의 운동 방향이 두 번 바뀐다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 시각 $t=5$까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k의 최솟값은 0이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

45 2014 6 A 21

함수

$$f(x)=\begin{cases} a(3x-x^3) & (x<0) \\ x^3-ax & (x\geq 0) \end{cases}$$

의 극댓값이 5일 때, $f(2)$의 값은? (단 a는 상수이다.)

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

46 2014 9 A 21

사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x)=(x+1)(x^2+ax+b)$$

이다. 함수 $y=f(x)$가 구간 $(-\infty, 0)$에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$에서 증가하도록 하는 실수 a, b의 순서쌍 (a, b)에 대하여, a^2+b^2의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m$의 값은?

① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

47 2014 11 A 21

좌표평면에서 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서 접선이 y축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 P까지의 거리를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(x)$와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(1)=2$
> (나) 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

48 2015 9 A 21

최고차항의 계수가 1 인 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은?

> (가) $f(0)=-3$
> (나) 모든 양의 실수 x 에 대하여
> $6x-6\le f(x)\le 2x^3-2$ 이다.

① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

49 2015 11 A 21

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최솟값은?

> (가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
> (나) $f(0)=f'(0)$
> (다) $x\ge -1$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\ge f'(x)$이다.

① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

50 2016 6 A 21

자연수 n에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$의 극댓값을 a_n이라 하자.

> (가) $f(n)=0$
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $(x+n)f(x)\ge 0$이다.

a_n이 자연수가 되도록 하는 n의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

51 2016 9 A 21

실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 두 함수

$$y=x^4-4x^3+10x-30,\ y=2x+2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$라 하자.

$$\lim_{h\to 0+}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\times\lim_{h\to 0-}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\le 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t의 값의 합은?

① -7　② -3　③ 1　④ 5　⑤ 9

52 2016 11 A 21

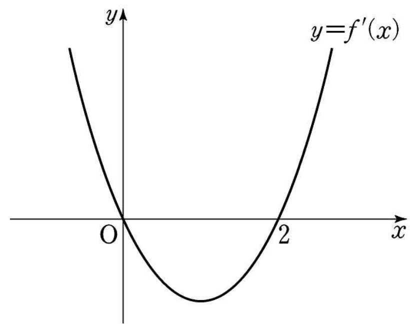
다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\dfrac{f'(0)}{f(0)}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. Mm의 값은?

(가) 함수 $|f(x)|$는 $x=-1$에서만 미분가능하지 않다.
(나) 방정식 $f(x)=0$은 닫힌구간 $[3,\ 5]$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① $\dfrac{1}{15}$　② $\dfrac{1}{10}$　③ $\dfrac{2}{15}$　④ $\dfrac{1}{6}$　⑤ $\dfrac{1}{5}$

53 2017 6 나 21

삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



〈보기〉

ㄱ. $f(0)<0$이면 $|f(0)|<|f(2)|$이다.
ㄴ. $f(0)f(2)\ge 0$이면 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 극소인 a의 값의 개수는 2이다.
ㄷ. $f(0)+f(2)=0$이면 방정식 $|f(x)|=f(0)$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

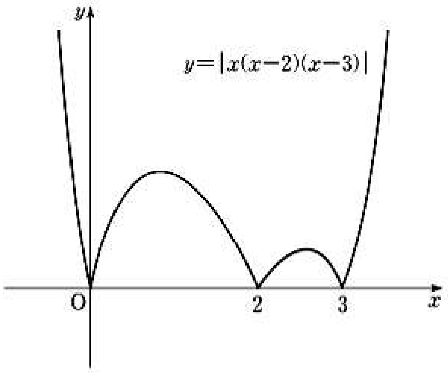
54 2017 9 나 21

다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은?

(가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 0, 2, 3뿐이다.

(나) 실수 x에 대하여 $f(x)$와 $|x(x-2)(x-3)|$중 크지 않은 값을 $g(x)$라 할 때, 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



55 2017 11 나 30

실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^3-3x^2+6x+k$ 의 역함수를 $g(x)$라 하자. 방정식 $4f'(x)+12x-18=(f' \circ g)(x)$ 가 닫힌 구간 $[0,\ 1]$에서 실근을 갖기 위한 k의 최솟값을 m, 최댓값을 M이라 할 때, m^2+M^2의 값을 구하시오.

56 2018 6 나 30

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(\alpha)=g(\alpha)$이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$인 실수 α가 존재한다.

(나) $f'(\beta)=g'(\beta)=16$인 실수 β가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$의 값을 구하시오.

57 2019 6 나 21

상수 a, b에 대하여 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-1)>-1$
(나) $f(1)-f(-1)>8$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄴ. $-1<x<1$일 때, $f'(x)\geq 0$이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)-f'(k)x=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 개수는 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

58 2019 6 나 30

사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 5 이하의 모든 자연수 n에 대하여
$$\sum_{k=1}^{n} f(k)=f(n)f(n+1)$$ 이다.
(나) $n=3$, 4 일 때, $f(x)$에서 x의 값이 n에서 $n+2$까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128\times f\left(\frac{5}{2}\right)$의 값을 구하시오.

59 2019 9 나 30

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식

$$(f\circ f)(x)=x$$

의 모든 실근이 0, 1, a, 2, b이다.

$$f'(1)<0,\ f'(2)<0,\ f'(0)-f'(1)=6$$

일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. (단, $1<a<2<b$)

60 2019 11 나 21

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=x(x+3)$이다.
(나) $g(0)=1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값은?

① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{5}{17}$

61 2019 11 나 30

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2,\ 0)$에서의 접선은 모두 x축이다.
> (나) 점 $(2,\ 0)$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수는 2이다.
> (다) 방정식 $f(x)=g(x)$는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x>0$인 모든 실수 x에 대하여

$$g(x) \le kx-2 \le f(x)$$

를 만족시키는 실수 k의 최댓값과 최솟값을 각각 $\alpha,\ \beta$라 할 때, $\alpha-\beta=a+b\sqrt{2}$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)

62 2020 6 나 30

최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{ax-9}{x-1} & (x<1) \\ f(x) & (x \ge 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t \mid t=-1$ 또는 $t \ge 3\}$이다.

$(g \circ g)(-1)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

63 2020 9 나 21

함수 $f(x)=x^3+x^2+ax+b$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+(x-1)f'(x)$$

라 하자. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 상수이다.)

〈보기〉

ㄱ. 함수 $h(x)$가 $h(x)=(x-1)f(x)$이면 $h'(x)=g(x)$이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 극값 0을 가지면 $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,dx=-1$이다.

ㄷ. $f(0)=0$이면 방정식 $g(x)=0$은 열린구간 $(0,\ 1)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

64 2020 9 나 30

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 네 개의 수 $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$에서의 접선과 점 $(2, f(2))$에서의 접선이 점 $(k, 0)$에서 만난다. $f(2k)=20$일 때, $f(4k)$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.)

65 2020 11 나 30

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(나) 방정식 $f(x)+x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)=0$, $f'(1)=1$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

66 2021 6 나 30

이차함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극대이고,
삼차함수 $g(x)$는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le 0) \\ g(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3)+h'(4)$의 값을 구하시오.

(가) 방정식 $h(x)=h(0)$의 모든 실근의 합은 1이다.
(나) 닫힌구간 $[-2, 3]$에서 함수 $h(x)$의 최댓값과 최솟값의 차는 $3+4\sqrt{3}$이다.

67 2021 9 나 30

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=f(3)=0$
(나) 집합 $\{x \mid x \ge 1$이고 $f'(x)=0\}$의 원소의 개수는 1이다.

상수 a에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)f(a-x)|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\dfrac{g(4a)}{f(0)\times f(4a)}$의 값을 구하시오.

68 2021 12 나 30

함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$는 일차함수이다. 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases} |f(x)-g(x)| & (x<1) \\ f(x)+g(x) & (x\geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0)=0$, $h(2)=5$일 때, $h(4)$의 값을 구하시오.

69 2022 예시 공통 22

함수

$$f(x)=x^3-3px^2+q$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p, q의 모든 순서쌍 $(p,\ q)$의 개수를 구하시오.

(가) 함수 $\vert f(x)\vert$가 $x=a$에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a의 개수는 5이다. (나) 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서 함수 $\vert f(x)\vert$의 최댓값과 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $\vert f(x)\vert$의 최댓값은 같다.

[memo]

06 적분

1 2014 9 A 28

다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_0^x f(t)\,dt = x^3 - 2x^2 - 2x\int_0^1 f(t)\,dt$$

일 때, $f(0) = a$ 라 하자. $60a$ 의 값을 구하시오.

2 2015 9 A 26

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt = x^3 + 4x$$

를 만족시킬 때, $f(10)$의 값을 구하시오.

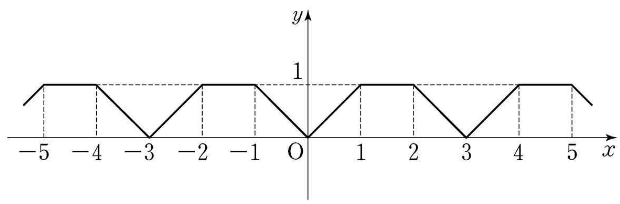
3 2015 11 A 20

함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x+3) = f(x)$를 만족시키고,

$$f(x) = \begin{cases} x & (0 \le x < 1) \\ 1 & (1 \le x < 2) \\ -x+3 & (2 \le x < 3) \end{cases}$$

이다. $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 13$일 때, 상수 a의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18



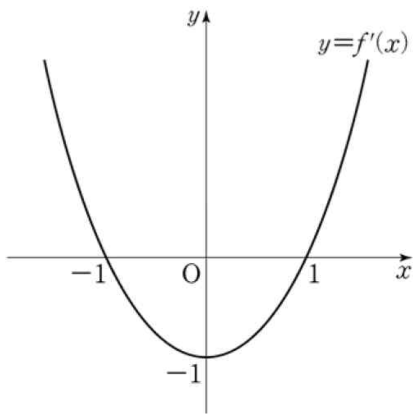
4 2015 11 A 26

다항함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $f'(x) = 6x^2 + 4$이다.

함수 $y = f(x)$의 그래프가 점 $(0, 6)$을 지날 때, $f(1)$의 값을 구하시오.

5 2016 9 A 14

함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $f'(x)=x^2-1$이다. $f(0)=0$일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?



① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{11}{8}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

6 2016 11 A 20

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(-x)=-f(x),\quad g(-x)=g(x)$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$에 대하여

$$\int_{-3}^{3}(x+5)h'(x)dx=10$$

일 때, $h(3)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7 2016 11 A 29

이차함수 $f(x)$가 $f(0)=0$이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_0^2 \lvert f(x)\rvert dx=-\int_0^2 f(x)dx=4$
(나) $\int_2^3 \lvert f(x)\rvert dx=\int_2^3 f(x)dx$

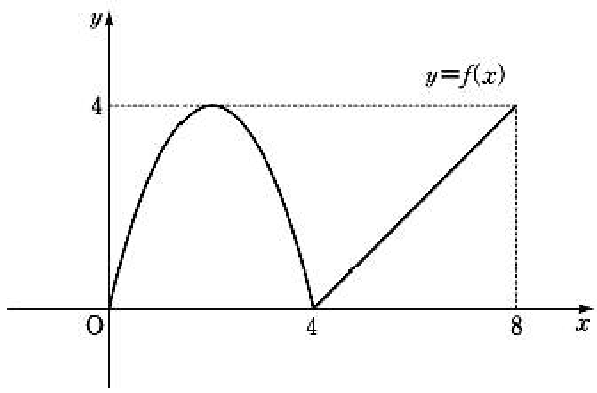
$f(5)$의 값을 구하시오.

8 2017 9 나 29

구간 $[0,\ 8]$에서 정의된 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} -x(x-4) & (0\le x<4) \\ x-4 & (4\le x\le 8)\end{cases}$$

이다. 실수 $a\ (0\le a\le 4)$에 대하여 $\int_a^{a+4} f(x)dx$의 최솟값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



9 2017 11 나 20

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값, $x=k$에서 극솟값을 가진다. (단, k는 상수이다.)
>
> (나) 1보다 큰 모든 실수 t에 대하여
>
> $$\int_0^t |f'(x)|\,dx = f(t)+f(0)$$
>
> 이다.

〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

ㄱ. $\int_0^k f'(x)\,dx < 0$

ㄴ. $0<k\le 1$

ㄷ. 함수 $f(x)$의 극솟값은 0이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10 2018 6 나 20

함수

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-kx^2+1 \ (k>0\text{인 상수})$$

의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선 l, m의 기울기가 모두 $3k^2$이다. 곡선 $y=f(x)$에 접하고 x축에 평행한 두 직선과 접선 l, m으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24일 때, k의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

11 2018 9 나 26

곡선 $y=6x^2-12x$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

12 2018 11 나 26

곡선 $y=-2x^2+3x$와 직선 $y=x$로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

13 2019 11 나 14

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x \left\{ \frac{d}{dt} f(t) \right\} dt = x^3 + ax^2 - 2$$

를 만족시킬 때, $f'(a)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14 2019 11 나 17

실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) = f(x-3)+4$이다.
(나) $\int_0^6 f(x)\,dx = 0$

함수 $f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=6$, $x=9$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

15 2020 9 나 15

함수 $f(x) = x^2 - 2x$에 대하여 두 곡선 $y = f(x), y = -f(x-1)-1$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

16 2020 11 나 26

두 함수

$$f(x) = \frac{1}{3}x(4-x), \qquad g(x) = |x-1| - 1$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $4S$의 값을 구하시오.

17 2020 11 나 28

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)\,dt = \frac{x-1}{2}\{f(x)+f(1)\}\text{이다.}$$

(나) $\int_0^2 f(x)\,dx = 5\int_{-1}^1 xf(x)\,dx$

$f(0)=1$일 때, $f(4)$의 값을 구하시오.

18 2021 6 나 15

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t) = -4t+5$$

이다. 시각 $t=3$에서 점 P의 위치가 11일 때, 시각 $t=0$에서 점 P의 위치는?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

19 2021 6 나 17

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x) = 4x^3 + x\int_0^1 f(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

20 2021 9 나 20

실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \geq g(x)$

(나) $f(x)+g(x) = x^2+3x$

(다) $f(x)g(x) = (x^2+1)(3x-1)$

$\int_0^2 f(x)\,dx$의 값은?

① $\frac{23}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{29}{6}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

21 2021 12 나 14

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t) = 2t - 6$$

이다. 점 P가 시각 $t=3$에서 $t=k(k>3)$까지 움직인 거리가 25일 때, 상수 k의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

22 2021 12 나 20

실수 $a(a>1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-a)$$

라 하자. 함수

$$g(x) = x^2\int_0^x f(t)dt - \int_0^x t^2 f(t)dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a의 최댓값은?

① $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

23 2021 12 나 27

곡선 $y = x^2 - 7x + 10$과 직선 $y = -x + 10$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

24 2022 예시 공통 12

$0 < a < b$인 모든 실수 a, b에 대하여

$$\int_a^b (x^3 - 3x + k)dx > 0$$

이 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

25 2018 9 나 30

두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}0 & (x\le 0)\\ x & (x>0)\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}x(2-x) & (|x-1|\le 1)\\ 0 & (|x-1|>1)\end{cases}$$

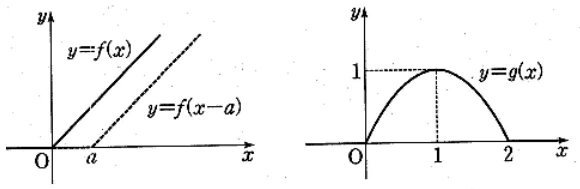
이다. 양의 실수 k, a, b $(a<b<2)$에 대하여, 함수 $h(x)$를

$$h(x)=k\{f(x)-f(x-a)-f(x-b)+f(x-2)\}$$

라 정의하자. 모든 실수 x에 대하여 $0\le h(x)\le g(x)$일 때,

$\int_0^2\{g(x)-h(x)\}dx$의 값이 최소가 되게 하는 k, a, b에 대하여

$60(k+a+b)$의 값을 구하시오.



26 2019 9 나 21

사차함수 $f(x)=x^4+ax^2+b$에 대하여 $x\ge 0$에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_{-x}^{2x}\{f(t)-|f(t)|\}\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $0<x<1$에서 $g(x)=c_1$ (c_1은 상수)
>
> (나) $1<x<5$에서 $g(x)$는 감소한다.
>
> (다) $x>5$에서 $g(x)=c_2$ (c_2는 상수)

$f(\sqrt{2})$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

[memo]

지수함수와 로그함수

1	2014	6	A	15	3
2	2014	6	A	20	4
3	2014	6	A	27	4
4	2014	9	A	17	5
5	2014	수능	A	14	1
6	2015	6	A	15	1
7	2015	6	A	20	3
8	2015	9	A	30	196
9	2015	9	B	26	9
10	2015	수능	A	15	5
11	2015	수능	B	21	1
12	2016	6	A	15	4
13	2016	6	A	28	15
14	2016	6	B	18	2
15	2016	9	A	16	2
16	2016	수능	A	16	2
17	2017	6	나	30	78
18	2018	9	가	16	3
19	2018	수능	나	16	3
20	2019	6	가	14	2
21	2019	수능	가	14	4
22	2019	수능	나	15	1
23	2020	9	나	28	75
24	2020	수능	가	15	2
25	2021	6	가	18	5
26	2021	9	나	17	1
27	2021	수능	가	27	13
28	2022	예시	공통	10	1

삼각함수

1	2019	9	가	14	3
2	2021	6	가	14	1
3	2021	9	가	21	2
4	2021	수능	나	16	2
5	2021	3	가	19	3
6	2021	3	나	29	63
7	2021	4	가	19	1
8	2021	7	나	15	1
9	2021	10	가	17	1
10	2021	수능	나	28	21
11	2022	예시	공통	21	26

수열

1	2015	6	A	26	34
2	2015	수능	A	17	4
3	2016	6	A	16	2
4	2017	9	나	14	2
5	2017	수능	나	15	1
6	2018	6	나	15	2
7	2018	6	나	26	19
8	2018	수능	나	14	1
9	2018	수능	나	27	14
10	2019	6	나	15	3
11	2019	9	나	26	10
12	2020	6	나	28	162
13	2020	9	나	26	9
14	2020	수능	나	15	4
15	2021	6	가	26	7
16	2021	6	나	14	3
17	2021	9	가	27	9
18	2014	6	A	16	1
19	2014	6	A	28	11
20	2014	9	A	29	255
21	2014	9	A	30	103
22	2017	6	나	20	5
23	2017	9	나	17	4
24	2018	6	나	29	13
25	2018	9	나	19	1
26	2019	9	나	29	8
27	2019	수능	나	29	117
28	2020	수능	나	17	1
29	2020	수능	나	21	4
30	2021	6	가	21	4
31	2021	6	나	28	58
32	2021	9	나	21	2
33	2021	수능	가	21	2
34	2022	예시	공통	15	3
35	2022	예시	공통	20	25
36	2014	9	B	16	1
37	2014	수능	A	16	1
38	2015	6	A	17	4
39	2015	9	A	16	2
40	2015	수능	B	17	3
41	2016	6	A	19	5
42	2016	9	A	17	1
43	2016	수능	A	19	4
44	2021	6	가	15	4
45	2021	9	가	16	5
46	2021	수능	가	16	5
47	2022	예시	공통	13	5

함수의 극한과 연속

1	2014	수능	A	28	13
2	2015	6	A	21	5
3	2016	6	A	29	8
4	2016	9	A	28	13
5	2016	수능	A	27	21
6	2017	수능	나	14	4
7	2017	수능	나	18	4
8	2018	6	나	14	4
9	2018	9	나	17	5
10	2019	6	나	28	24
11	2019	9	나	18	3
12	2020	6	나	15	4
13	2020	6	나	20	3
14	2020	9	나	16	3
15	2020	수능	나	14	3
16	2020	수능	나	20	2
17	2021	수능	나	17	1
18	2021	수능	나	26	6

미분

1	2014	6	A	17	2
2	2014	6	A	26	28
3	2014	9	A	27	21
4	2015	6	A	14	2
5	2015	6	A	16	2
6	2015	6	A	27	12
7	2015	6	A	29	10
8	2015	9	A	17	1
9	2015	수능	A	14	1
10	2015	수능	A	29	16
11	2016	6	A	17	1
12	2016	6	A	27	3
13	2016	수능	A	28	97
14	2017	6	나	18	2
15	2017	6	나	28	12
16	2017	6	나	29	186
17	2017	9	나	20	5
18	2017	수능	나	26	2
19	2018	6	나	16	5
20	2018	6	나	17	4
21	2018	9	나	20	3
22	2018	9	나	29	10
23	2018	수능	나	18	4
24	2018	수능	나	20	3
25	2018	수능	나	29	32
26	2019	6	나	16	1
27	2019	6	나	17	1
28	2019	9	나	14	1
29	2019	9	나	15	2
30	2019	9	나	28	12

31	2019	수능	나	27	22
32	2020	6	나	18	5
33	2020	6	나	27	3
34	2020	9	나	17	2
35	2020	9	나	27	21
36	2020	수능	나	27	27
37	2021	6	나	19	3
38	2021	6	나	26	3
39	2021	9	나	18	2
40	2021	9	나	26	12
41	2021	9	나	28	5
42	2022	예시	공통	9	2
43	2022	예시	공통	11	2
44	2022	예시	공통	14	4
45	2014	6	A	21	5
46	2014	9	A	21	3
47	2014	수능	A	21	4
48	2015	9	A	21	1
49	2015	수능	A	21	5
50	2016	6	A	21	3
51	2016	9	A	21	4
52	2016	수능	A	21	5
53	2017	6	나	21	5
54	2017	9	나	21	2
55	2017	수능	나	30	65
56	2018	6	나	30	243
57	2019	6	나	21	3
58	2019	6	나	30	65
59	2019	9	나	30	40
60	2019	수능	나	21	1
61	2019	수능	나	30	5
62	2020	6	나	30	19
63	2020	9	나	21	5
64	2020	9	나	30	42
65	2020	수능	나	30	51
66	2021	6	나	30	38
67	2021	9	나	30	105
68	2021	수능	나	30	39
69	2022	예시	공통	22	14

적분

1	2014	9	A	28	40
2	2015	9	A	26	304
3	2015	수능	A	20	1
4	2015	수능	A	26	12
5	2016	9	A	14	4
6	2016	수능	A	20	1
7	2016	수능	A	29	45
8	2017	9	나	29	43

9	2017	수능	나	20	5
10	2018	6	나	20	3
11	2018	9	나	26	8
12	2018	수능	나	26	4
13	2019	수능	나	14	5
14	2019	수능	나	17	4
15	2020	9	나	15	3
16	2020	수능	나	26	14
17	2020	수능	나	28	7
18	2021	6	나	15	4
19	2021	6	나	17	1
20	2021	9	나	20	3
21	2021	수능	나	14	3
22	2021	수능	나	20	4
23	2021	수능	나	27	36
24	2022	예시	공통	12	2
25	2018	9	나	30	200
26	2019	9	나	21	4