

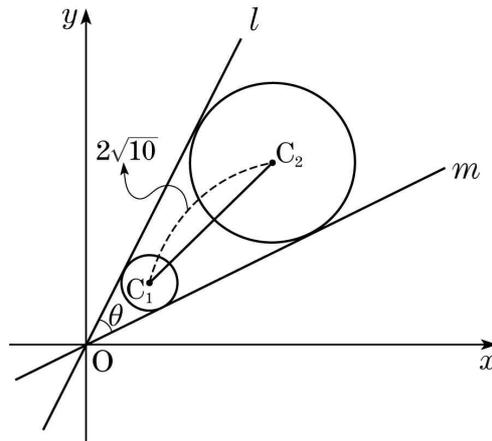
패턴 14

삼각함수의 활용

편집:우에노리에

1. **2011 교육청(3점)**

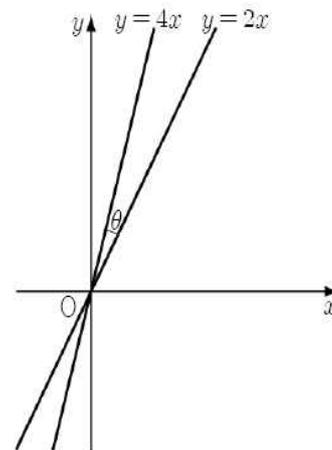
그림과 같이 좌표평면 위의 원점을 지나는 서로 다른 두 직선 l, m 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. 반지름의 길이가 1, 3 인 두 원 C_1, C_2 가 제1사분면 위에서 두 직선 l, m 에 동시에 접하고 $\overline{C_1C_2} = 2\sqrt{10}$ 일 때, $120\tan\theta$ 의 값을 구하시오.



2. **2009 교육청(3점)**

다음은 두 함수 $y=2x, y=4x$ 의 그래프이다. 두 직선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin 2\theta$ 의 값은?

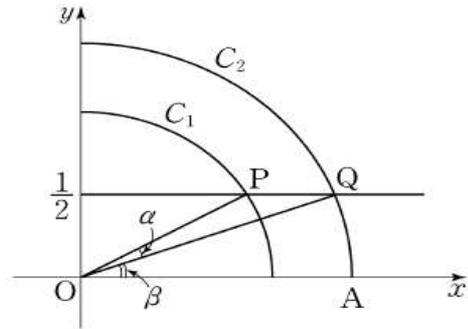
- ① $\frac{28}{85}$ ② $\frac{6}{17}$
- ③ $\frac{32}{85}$ ④ $\frac{34}{85}$
- ⑤ $\frac{36}{85}$



3. **2010 평가원(3점)**

좌표평면에서 원점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 1, $\sqrt{2}$ 인 두 원 C_1, C_2 가 있다.

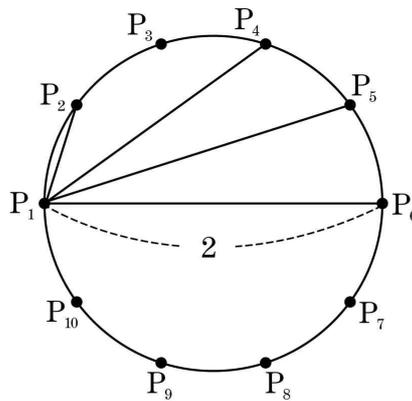
직선 $y = \frac{1}{2}$ 이 원 C_1, C_2 와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q 라고 하자. 점 $A(\sqrt{2}, 0)$ 에 대하여 $\angle QOP = \alpha, \angle AOQ = \beta$ 라고 할 때, $\sin(\alpha - \beta)$ 의 값은?



- ① $\frac{3 - \sqrt{14}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{14}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{14}}{8}$
 ④ $\frac{3 - \sqrt{21}}{8}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{21}}{8}$

4. **2011 교육청(3점)**

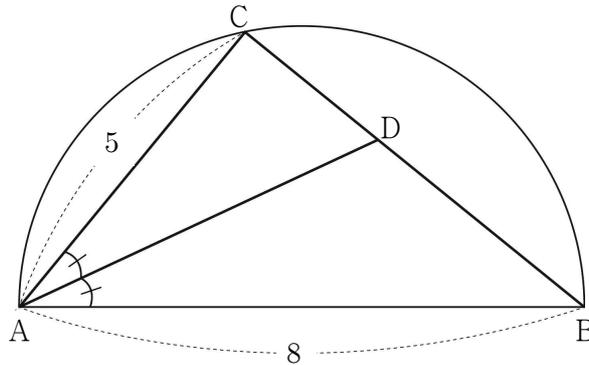
그림과 같이 지름의 길이가 2인 원이 있다. 원의 둘레를 10등분하여 각 등분점을 시계 방향으로 차례로 P_1, P_2, \dots, P_{10} 이라 할 때, 다음 중 $\overline{P_1P_2} \cdot \overline{P_1P_4} \cdot \overline{P_1P_5}$ 의 값과 같은 것은?



- ① $2 \sin \frac{\pi}{10}$ ② $\sin \frac{\pi}{5}$ ③ $2 \sin \frac{\pi}{5}$
 ④ $\sin \frac{2}{5} \pi$ ⑤ $2 \sin \frac{2}{5} \pi$

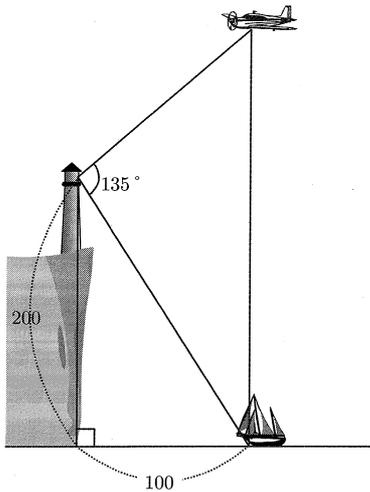
5. **2011 교육청(3점)**

그림과 같이 길이가 8인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 $\overline{AC}=5$ 인 점 C가 있다. $\angle CAB$ 의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 할 때, $\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}=p\sqrt{3}$ 이다. $\frac{1}{p^2}$ 의 값을 구하시오.



6. **2006 교육청(3점)**

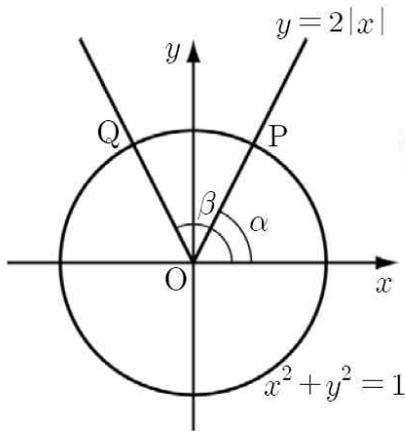
그림과 같이 등대에서 배를 바라보는 시선과 배위에 수직으로 떠있는 비행기를 바라보는 시선이 이루는 각의 크기가 135° 이며, 해수면에서 등대까지의 높이가 200, 등대에서 해수면에 내린 수선에서 배까지의 거리가 100이다. 이 때, 배에서 비행기까지의 높이는? (단, 비행기와 배의 크기는 무시한다.)



- ① 300 ② 400 ③ 500 ④ 600 ⑤ 700

9. **2008** 교육청(3점)

그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 $y = 2|x|$ 의 그래프와의 두 교점을 각각 P, Q라 하자. \overline{OP} , \overline{OQ} 가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 각각 α , β 라 할 때, $\cos(\alpha - \beta)$ 의 값은?



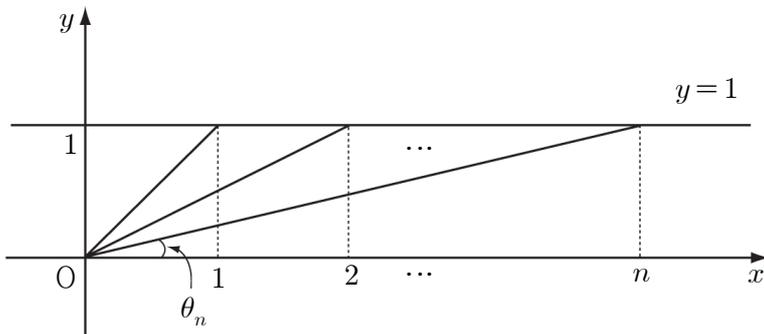
- ① 1 ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{2\sqrt{2}}{5}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

10. **2007** 교육청(3점)

원점과 점(1, 1)을 이은 선분이 x 축의 양의 방향과 이루는 각을 θ_1 , 원점과 점(2, 1)을 이은 선분이 x 축의 양의 방향과 이루는 각을 θ_2 ,

⋮

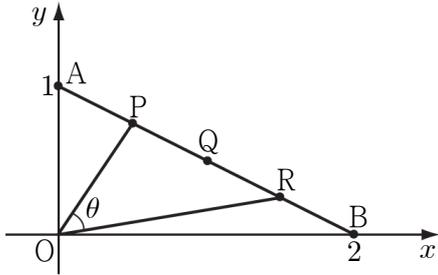
원점과 점(n , 1)을 이은 선분이 x 축의 양의 방향과 이루는 각을 θ_n 이라 하자.



$\theta_1 - \theta_2 = \theta_p - \theta_q$ 가 되도록 하는 p , q 에 대하여 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < p < q$ 이고 p , q 는 자연수이다.)

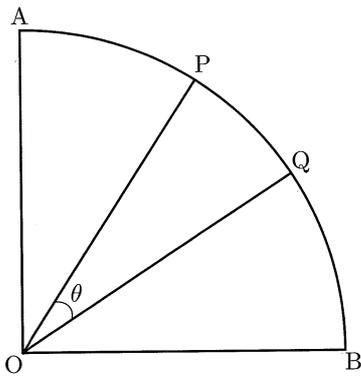
11. **2007 교육청(3점)**

두 점 $A(0, 1)$, $B(2, 0)$ 을 이은 선분 AB 를 사등분하는 점을 각각 P , Q , R 이라 하자. $\angle POR = \theta$ 라 할 때, $30\tan\theta$ 의 값을 구하시오.



12. **2006 교육청(3점)**

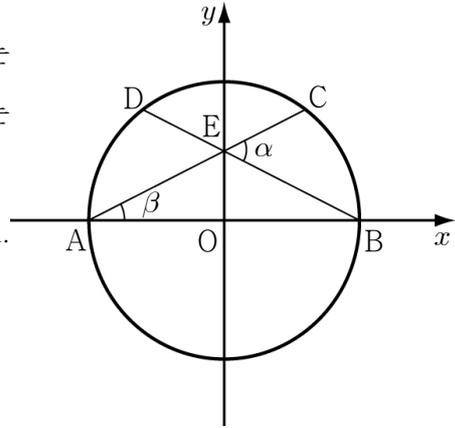
중심각의 크기가 직각인 부채꼴 AOB 가 있다. 호 AB 위의 두 점 P , Q 에 대하여 $\angle POQ = \theta$ 라 하자. 호 $\widehat{AB} = 4\widehat{PQ}$ 일 때, $\cos^2\theta$ 의 값은?



- ① $\frac{2 + \sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{2 + \sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{2 + \sqrt{3}}{3}$
 ④ $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

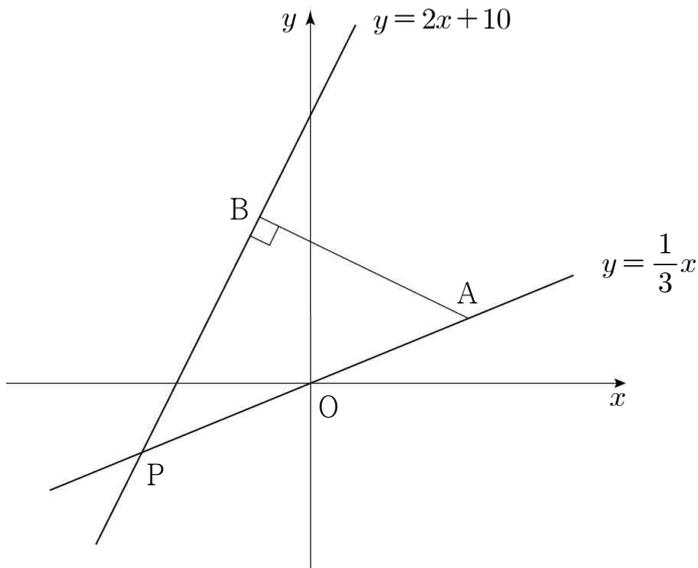
13. **2008 교육청(3점)**

그림에서 원점 O 를 중심으로 하는 원이 x 축과 만나는 두 점은 A, B 이고, 원의 두 현 AC 와 BD 의 교점 E 는 y 축 위에 있으며 $\angle CEB = \alpha$, $\angle CAB = \beta$ 이다.
 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin^2 \beta = \frac{b}{a}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.
 (단, a, b 는 서로 소인 자연수이다.)



14. **2012 교육청(3점)**

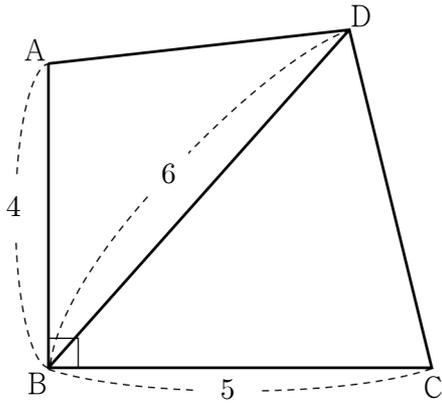
그림과 같이 두 직선 $y = \frac{1}{3}x$, $y = 2x + 10$ 위의 두 점 A, B 와 교점 P 를 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 PAB 가 있다. $\angle B = 90^\circ$ 이고 $\overline{PB} = 12$ 일 때, \overline{PA} 의 값은?



- ① $12\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{3}$ ③ 18
- ④ $18\sqrt{2}$ ⑤ $18\sqrt{3}$

15. **2008 교육청(3점)**

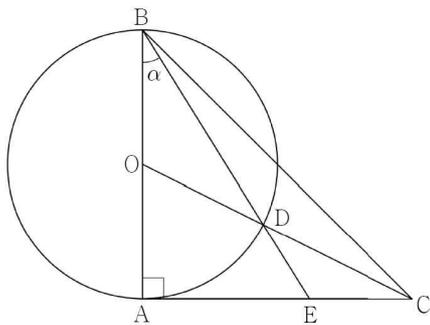
사각형 ABCD에서 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$, $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{BD} = 6$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은?



- ① $3\sqrt{41}$ ② $3\sqrt{42}$ ③ $3\sqrt{43}$
 ④ $6\sqrt{11}$ ⑤ $9\sqrt{5}$

16. **2010 교육청(4점)**

그림과 같이 \overline{BC} 를 빗변으로 하는 직각이등변삼각형 ABC가 있다. \overline{AB} 의 중점을 O, \overline{AB} 를 지름으로 하는 원 O와 \overline{OC} 와의 교점을 D, \overline{BD} 의 연장선과 \overline{AC} 의 교점을 E라 하자. $\angle ABE = \alpha$ 라 할 때, $\tan \alpha$ 의 값은?

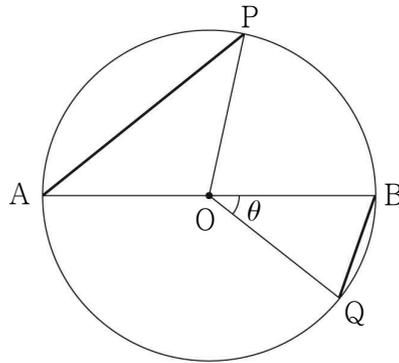


- ① $\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
 ④ $\frac{-1+\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\frac{-1+\sqrt{7}}{2}$

17. **2012 교육청(4점)**

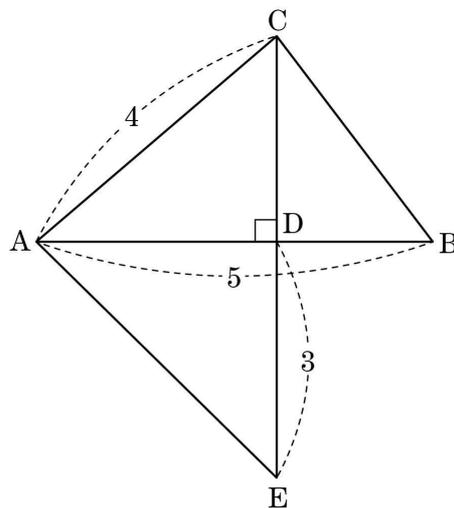
그림과 같이 중심이 O 이고 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 원 위의 두 점 P, Q 가 $\angle POB = 2\angle BOQ$, $3\overline{AP} = 7\overline{BQ}$ 를 만족시킨다. $\angle BOQ = \theta$ 라 할 때, $90\cos\theta$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)



18. **2012 교육청(4점)**

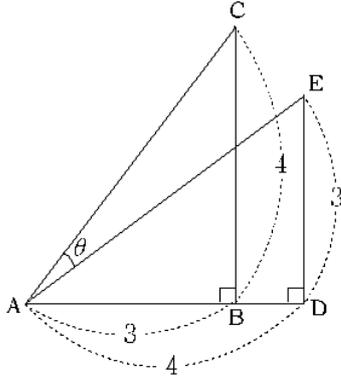
그림과 같이 $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 4$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 꼭짓점 C 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, 선분 CD 의 연장선 위에 $\overline{DE} = 3$ 을 만족시키는 점 E 를 잡는다. 두 삼각형 ABC, AED 의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 할 때, $S_1 + S_2$ 의 최댓값을 M 이라 하자. M^2 의 값을 구하시오. (단, 각 CAB 는 예각이다.)



19. **2005 교육청(4점)**

그림과 같이 두 직각삼각형 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 가 있다.

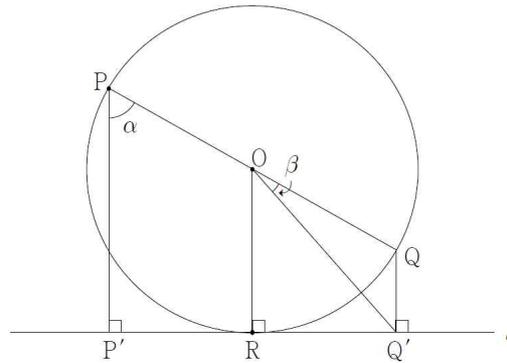
$\overline{AB} = \overline{DE} = 3$, $\overline{BC} = \overline{AD} = 4$, $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$, $\angle CAE = \theta$ 일 때, $48 \tan \theta$ 의 값을 구하시오.



20. **2011 교육청(4점)**

중심이 O 이고 선분 PQ 를 지름으로 하는 원과, 원 위의 점 R 에서 접하는 접선 l 이 있다. 두 점 P, Q 에서 접선 l 에 내린 수선의 발을 각각 P', Q' 이라 할 때,

$\angle QPP' = \alpha$, $\angle QOQ' = \beta$ 라고 하자. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ 일 때, $\tan \beta$ 의 값은?(단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$)

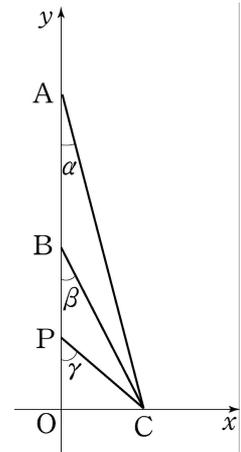


- ① $\frac{8}{31}$ ② $\frac{12}{33}$ ③ $\frac{17}{35}$ ④ $\frac{20}{39}$ ⑤ $\frac{24}{41}$

21. **2005 교육청(4점)**

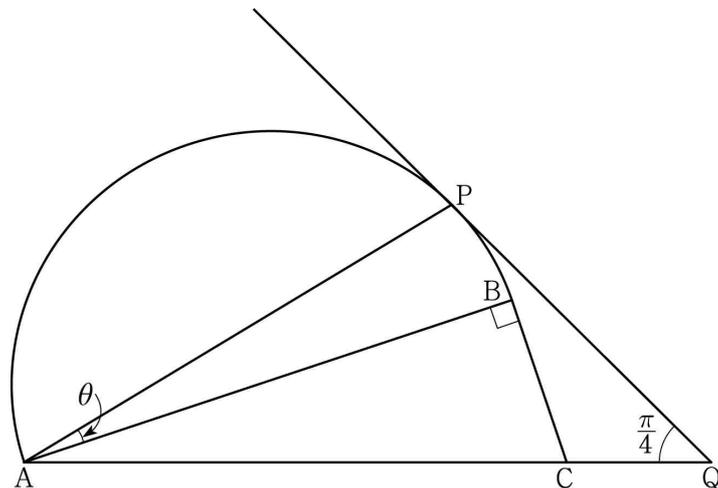
오른쪽 그림과 같이 y 축 위의 두 점 $A(0, 4)$, $B(0, 2)$ 와 x 축 위의 점 $C(1, 0)$ 에 대하여 $\angle CAO = \alpha$, $\angle CBO = \beta$ 라 하자. 양의 y 축 위의 점 $P(0, y)$ 에 대하여 $\angle CPO = \gamma$ 라 할 때, $\alpha + \beta = \gamma$ 가 되는 점 P 의 y 좌표는?

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{6}{5}$
- ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{8}{7}$
- ⑤ $\frac{9}{8}$



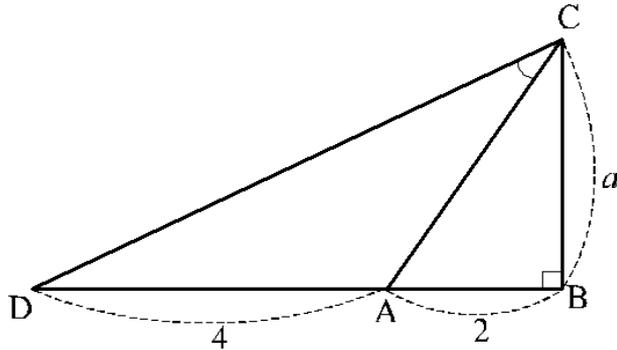
22. **2012 교육청(4점)**

그림과 같이 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 1$ 이고 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 P에서의 접선과 AC의 연장선이 만나는 점을 Q라 하자. $\angle PQA = \frac{\pi}{4}$ 이고 $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, $60 \tan 2\theta$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)



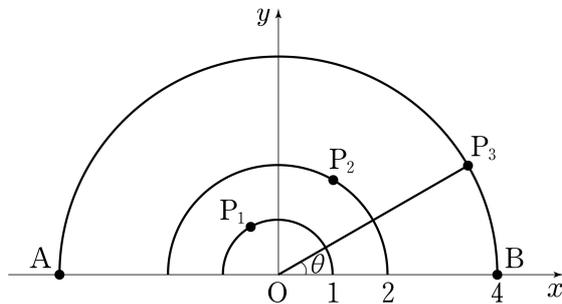
23. **2004 교육청(4점)**

그림과 같이 $\overline{AB} = 2, \overline{BC} = a, \angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 \overline{AB} 의 연장선 위에 $\overline{AD} = 4, \overline{BD} = 6$ 인 점 D 를 정한다. $\tan(\angle DCA) = \frac{4}{7}$ 를 만족하는 a 의 값을 p, q 라고 할 때, 곱 pq 의 값을 구하시오.



24. **2012 평가원(4점)**

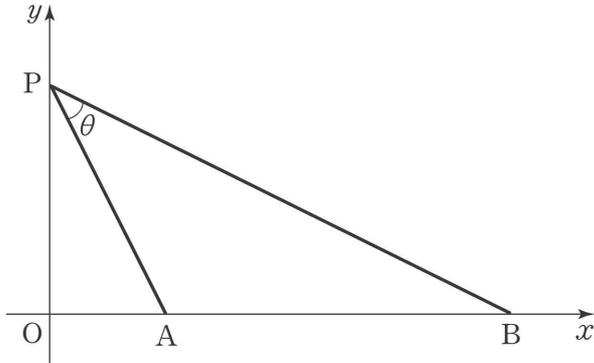
그림과 같이 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1, 2, 4인 세 반원을 각각 O_1, O_2, O_3 이라 하자. 세 점 P_1, P_2, P_3 은 선분 OB 위에서 동시에 출발하여 각각 세 반원 O_1, O_2, O_3 위를 같은 속력으로 시계 반대 방향으로 움직이고 있다. $\angle BOP_3 = \theta$ 라 하고 삼각형 ABP_1 의 넓이를 S_1 , 삼각형 ABP_2 의 넓이를 S_2 , 삼각형 ABP_3 의 넓이를 S_3 이라 하자. $3S_3 = 2(S_1 + S_2)$ 일 때, $\cos^3 \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)



- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{2}{3}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ $\frac{4}{5}$
- ⑤ $\frac{5}{6}$

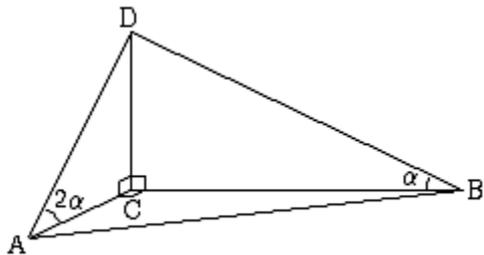
25. **2004** 평가원(4점)

그림과 같이 x 축 위의 두 점 $A(20, 0)$, $B(80, 0)$ 와 양의 y 축 위의 점 $P(0, y)$ 에 대하여 $\angle APB = \theta$ 라고 할 때, $\tan \theta$ 의 값이 최대가 되는 점 P 의 y 좌표를 구하시오.



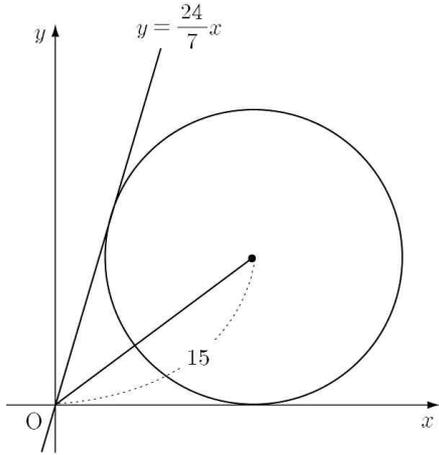
26. **2006** 교육청(4점)

그림과 같이 한 점 C 에서 서로 직교하는 세 직각삼각형 ABC , ACD , BDC 에 대하여 $\angle DBC = \alpha$, $\angle DAC = 2\alpha$ 라 하자. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, $\overline{AB} = 5\sqrt{73}$ 일 때, 선분 AC 의 길이를 구하시오.



27. **2007 교육청(4점)**

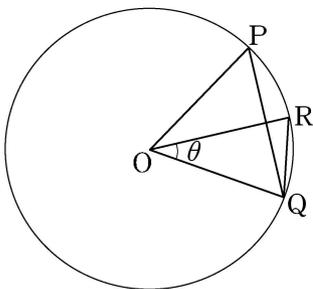
직선 $y = \frac{24}{7}x$ 와 x 축에 동시에 접하고, 중심이 제1사분면에 있는 원이 있다. 원점에서 이 원의 중심까지의 거리가 15일 때, 원의 반지름의 길이는?



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

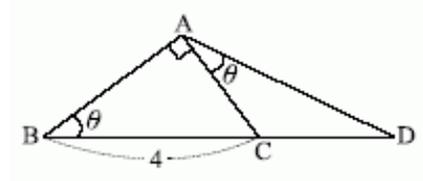
28. **2007 평가원(4점)**

그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 서로 다른 두 점 P, Q 에 대하여 $\angle POQ$ 를 이등분하는 직선이 호 PQ 와 만나는 점을 R 라 하자. 삼각형 POQ 의 넓이와 삼각형 ROQ 의 넓이의 비가 $3 : 2$ 이고 $\angle ROQ = \theta$ 라 할 때, $16\cos\theta$ 의 값을 구하시오.



29. **2005 교육청(4점)**

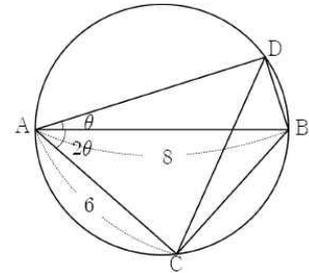
그림과 같이 $\overline{BC} = 4$, $\angle BAC = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 선분 BC 의 연장선위에 $\angle ABC = \angle CAD$ 가 되도록 점 D 를 잡는다. $\angle ABC = \theta$ 라 할 때, 다음 중 선분 AD 의 길이를 나타내는 것은? (단, $\angle ABC < 45^\circ$)



- ① $2\tan\theta$ ② $2\tan 2\theta$ ③ $\cos 2\theta$ ④ $2\cos 2\theta$ ⑤ $4\sin\theta$

30. **2009 교육청(4점)**

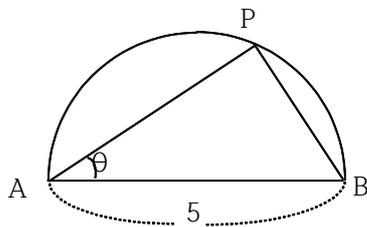
그림과 같이 지름 $\overline{AB} = 8$ 인 원이 있다. 이 원 위의 두 점 C, D 에 대하여 $\angle BAD = \theta$, $\angle BAC = 2\theta$ 이고 $\overline{AC} = 6$ 일 때, 사각형 $ACBD$ 의 넓이는?



- ① $7\sqrt{7}$ ② $8\sqrt{7}$ ③ $9\sqrt{7}$
 ④ $10\sqrt{7}$ ⑤ $11\sqrt{7}$

31. **2004 교육청(4점)**

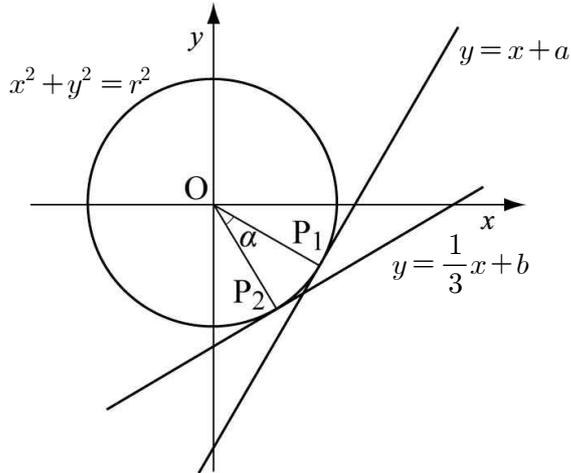
그림과 같이 길이가 5인 \overline{AB} 를 지름으로 하는 반원 위의 임의의 점 P 에 대하여, $\overline{AP} + 2\overline{BP}$ 가 최대가 되는 $\angle PAB$ 의 크기를 θ 라 할 때 $\cos\theta$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

32. **2008 교육청(4점)**

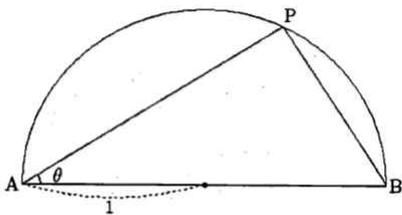
두 직선 $y = x + a$, $y = \frac{1}{3}x + b$ 가 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 접하는 점을 각각 P_1 , P_2 라 하고 $\angle P_1OP_2 = \alpha$ 일 때, $\tan\alpha$ 의 값은? (단, $a < 0$, $b < 0$)



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

33. **2008 교육청(4점)**

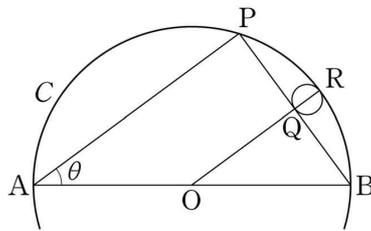
그림과 같이 반지름의 길이가 1인 반원 위의 임의의 점 P 에서 $\angle PAB = \theta$ 라 한다. $\overline{AP} + \overline{BP} = a \sin(\theta + b)$ 일 때, a^2b 의 값은? (단, $0 \leq b \leq 2\pi$)



- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ 2π
 ④ π^2 ⑤ $2\pi^2$

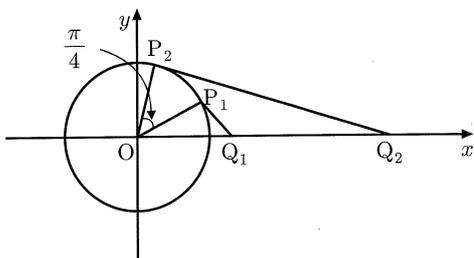
34. **2011 평가원(4점)**

중심이 O 이고, 두 점 A, B 를 지름의 양 끝으로 하며 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다. 그림과 같이 원 C 위의 점 P 에 대하여 점 O 를 지나고 직선 AP 와 평행한 직선이 선분 PB 와 만나는 점을 Q , 호 PB 와 만나는 점을 R 라 하자. $\angle PAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하고, 점 Q 와 점 R 를 지름의 양 끝으로 하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^4} = \frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{QR} < 1$ 이고, p 와 q 는 서로소인 정수이다.)



35. **2006 수능 (3점)**

그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 P_1 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q_1 이라 할 때, 삼각형 P_1OQ_1 의 넓이는 $\frac{1}{4}$ 이다. 점 P_1 을 원점 O 를 중심으로 $\frac{\pi}{4}$ 만큼 회전시킨 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q_2 라 하자. 삼각형 P_2OQ_2 의 넓이는?
(단, 점 P_1 은 제1사분면 위의 점이다.)



- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

- 1) 정답 90
- 2) 정답 ⑤
- 3) 정답 ④
- 4) 정답 ⑤
- 5) 정답 16
- 6) 정답 ③
- 7) 정답 ②
- 8) 정답 ①
- 9) 정답 ②
- 10) 정답 9
- 11) 정답 32
- 12) 정답 ①
- 13) 정답 11
- 14) 정답 ①
- 15) 정답 ①
- 16) 정답 ③
- 17) 정답 70
- 18) 정답 136
- 19) 정답 14
- 20) 정답 ①
- 21) 정답 ③
- 22) 정답 30
- 23) 정답 12
- 24) 정답 ③
- 25) 정답 40
- 26) 정답 15
- 27) 정답 ④
- 28) 정답 12
- 29) 정답 ②
- 30) 정답 ④
- 31) 정답 ③
- 32) 정답 ②
- 33) 정답 ③
- 34) 정답 17
- 35) 정답 ③