연계성 분석(A)

Grand Final

- 2013학년도 6평 연계성 분석(A) -

본 자료는 2014학년도 6평을 준비하는 수험생을 위한
무료배포용 자료입니다.
작년 6평과 연계된 수능기출과 EBS문항을 낱낱이 보여줌으로써
올해 6평을 대비하고자 합니다.

* 문제 끝에 작은 숫자 번호를 찾아가시면 해당 문항의 정답과 해설이 나옵니다.
* 번호 옆에 있는 빈 BOX 에 문제의 제목을 붙여 보세요. 나도 모르는 사이에 출제의도를 파악하게 될 겁니다.

예시)

3.

행렬 $\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}$로 나타내어지는 일차변환을 f라 하자. 실수 a, b와 2×1행렬 $X=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$에 대하여 $f(aX)=\begin{pmatrix}4\\b\end{pmatrix}$일 때, $a+b$의 값은? ③

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

1.

$\log_2 3+\log_2 \frac{4}{3}$ 의 값은?1)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2.

두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+2B$ 의 모든 성분의 합은?2)

① 3 ② 5 ③ 7
④ 9 ⑤ 11

3.

$\lim_{x\to 0}(x^2+2x+3)$ 의 값은?3)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

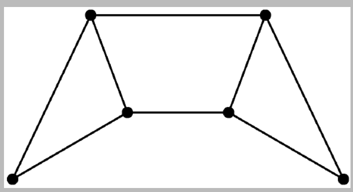
:: E-연계 ::

$\lim_{x\to -1} \frac{x^3-x^2+2}{\sqrt{x+5}-2}$ 의 값은?5)

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

4.

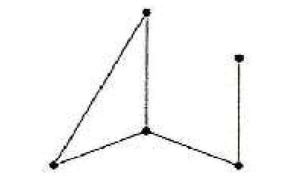
다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 0 의 개수는?6) [3점]



① 18 ② 20 ③ 22
④ 24 ⑤ 26

:: 2012학년도 6월 평가원 ::

다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는?7)



① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

5.

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \to 1} \frac{x^2+ax}{x-1} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?8)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

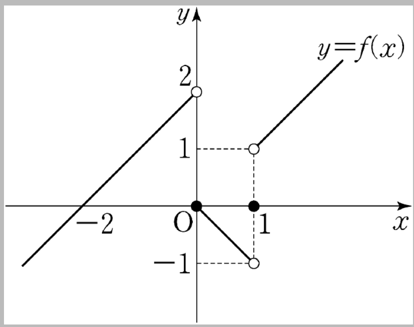
:: E-연계::

두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x^2+ax+b} = \frac{1}{3}$ 일 때, $a-b$의 값은?9)

① 5 ② 7 ③ 9
④ 11 ⑤ 13

6.

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

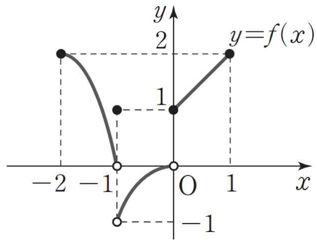


$\lim_{x\to-0} f(x)+\lim_{x\to1+0} f(x)$ 의 값은?10) [3점]

① -1　② 0　③ 1
④ 2　⑤ 3

:: E-연계::

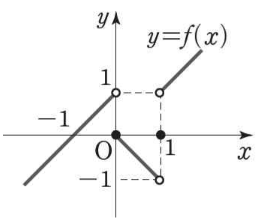
정의역이 $\{x|-2\le x\le 1\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $\lim_{x\to-2+0} f(x)+\lim_{x\to-1-0} f(x)+\lim_{x\to+0} f(x)+\lim_{x\to1-0} f(x)$ 의 값은?11)

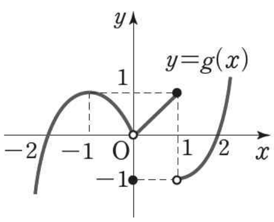


① -1　② 1　③ 3
④ 5　⑤ 7

:: E-연계 ::

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?13)





보 기

ㄱ. $\lim_{x\to0}\{f(x)+g(x)\}=0$

ㄴ. $\lim_{x\to1} f(x)g(x)=-1$

ㄷ. $\lim_{x\to} \frac{f(x)}{g(x)}=-1$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7.

밀폐된 용기 속의 액체에서 증발과 응축이 계속하여 같은 속도로 일어나는 동적 평형 상태의 증기압을 포화 증기압이라 한다. 밀폐된 용기 속에 있는 어떤 액체의 경우 포화 증기압 $P(mmHg)$ 와 용기 속의 온도 t(℃)사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\log P = 8.11 - \frac{1750}{t+235} \quad (0 < t < 60)$$

용기 속의 온도가 15℃ 일 때의 포화 증기압을 P_1, 45℃ 일 때의 포화 증기압을 P_2 라 할 때, $\frac{P_2}{P_1}$ 의 값은?14)

① $10^{\frac{1}{4}}$ ② $10^{\frac{1}{2}}$ ③ $10^{\frac{3}{4}}$
④ 10 ⑤ $10^{\frac{5}{4}}$

:: E-연계 ::

해수면에서의 기압을 P_0, 해수면으로부터 높이가 hm인 곳의 기압을 P_k라 할 때, 기압과 해수면으로부터의 높이 사이에는 $h = k\log\frac{P_0}{P_k}$ (단, k는 상수)인 관계가 성립한다고 한다. 어떤 지역의 해수면에서의 기압은 1이고, 해수면으로부터 높이가 100m인 곳의 기압은 0.9이었을 때, 이 지역의 해수면으로부터의 높이가 3000m인 곳의 기압은? (단, $\log 3 = 0.4771, \log 4.23 = 0.6260$으로 계산한다.)15)

① 0.0423 ② 0.0626 ③ 0.3
④ 0.423 ⑤ 0.626

8.

첫째항이 1 이고 공비가 2 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $b_n = (a_{n+1})^2 - (a_n)^2$ 일 때, $\frac{b_6}{b_3}$ 의 값은?16)

① 56 ② 58 ③ 60
④ 62 ⑤ 64

:: E-연계 ::

공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $b_n = {a_{n+1}}^2 - {a_n}^2$일 때, $b_{10} - b_7$의 값은?17)

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

9.

함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x\to2}\frac{f(x-2)}{x^2-2x}=4$ 일 때, $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}$ 의 값은?[18)]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

:: E-연계 ::

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 $\lim_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x}=-4$, $\lim_{x\to0}\frac{g(x)+2}{x}=3$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to0}\frac{f(x)g(x)+2}{x}$의 값을 구하시오.[19)]

10.

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t일 때의 위치는 각각 $f(t)=2t^2-2t$, $g(t)=t^2-8t$이다. 두 점 P와 Q가 서로 반대방향으로 움직이는 시각 t의 범위는? [20)]

① $\frac{1}{2}<t<4$ ② $1<t<5$ ③ $2<t<5$
④ $\frac{3}{2}<t<6$ ⑤ $2<t<8$

:: E-연계 ::

원점 O를 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 t 초 후의 좌표가 각각 t^2-4t, $\frac{1}{2}t^2-6t$로 주어진다고 할 때, 두 점 P와 Q가 서로 반대 방향으로 움직이는 t의 값의 범위는?[21)]

① $1<t<8$ ② $1<t<6$ ③ $1<t<4$
④ $2<t<8$ ⑤ $2<t<6$

11.

첫째항이 2이고, 각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자.
$\sum_{k=1}^{10} \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = \frac{1}{3}$일 때, S_{11}의 값은? 22)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

:: E-연계 ::

첫째항이 3인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{20} \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = \frac{1}{4}$이 성립한다. S_{21}의 값을 구하시오. (단, $S_n \neq 0$)23)

:: 2011학년도 9월 평가원 ::

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 2$이고,

$$a_{n+1} = a_n + (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. $a_{20} = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) 24)

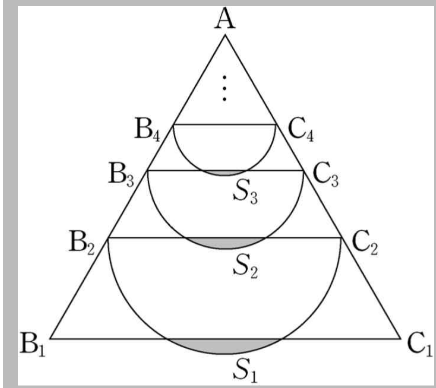
:: E-연계 ::

$$a_1 = \frac{1}{3}, \quad \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n}{n+1} = \frac{a_n}{2}$$

$(n = 1, 2, 3, \cdots)$으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여
$\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{a_{2k-1} a_{2k+1}} = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)25)

12.

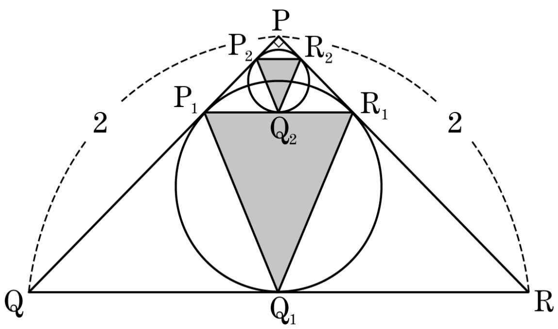
한 변의 길이가 3 인 정삼각형 AB_1C_1 이 있다. 그림과 같이 선분 AB_1 과 선분 AC_1 을 2 : 1 로 내분하는 점을 각각 B_2, C_2 라 하고, 선분 B_2C_2 를 지름으로 하는 원의 호 B_2C_2 와 선분 B_1C_1 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 이라 하자. 정삼각형 AB_2C_2 에서 선분 AB_2 과 선분 AC_2 을 2 : 1 로 내분하는 점을 각각 B_3, C_3 라 하고, 선분 B_3C_3 를 지름으로 하는 원의 호 B_3C_3 와 선분 B_2C_2 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 부분의 넓이를 S_n 이라할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? 26)



① $\frac{3\pi-5\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{6\pi-9\sqrt{3}}{20}$ ③ $\frac{4\pi-5\sqrt{3}}{10}$ ④ $\frac{8\pi-9\sqrt{3}}{20}$ ⑤ $\frac{10\pi-9\sqrt{3}}{20}$

:: 2011실시. 3월 교육청 ::

그림과 같이 $\overline{PQ}=\overline{PR}=2$이고 $\angle QPR=90°$인 삼각형 PQR의 내접원과 세 변 PQ, QR, RP의 접점을 각각 P_1, Q_1, R_1이라 하자. 또, 삼각형 PP_1R_1의 내접원과 세 변 PP_1, P_1R_1, R_1P의 접점을 각각 P_2, Q_2, R_2라 하자.



이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 세 점 P_n, Q_n, R_n을 꼭짓점으로 하는 삼각형 $P_nQ_nR_n$의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n = p+q\sqrt{2}$ 를 만족시키는 두 유리수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값은?27)

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

13.

닫힌 구간 $[1, 4]$ 에서 함수 $f(x)=x^3-3x^2+a$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 하자. $M+m=20$ 일 때, 상수 a 의 값은?28)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

:: E-연계 ::

닫힌구간 $[-1,4]$에서 함수 $f(x)=x^3-9x^2+24x+a$의 최댓값과 최솟값의 합이 -20일 때, 상수 a의 값은?29)

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

14.

집합 S가

$S=\{M|M$은 이차정사각행렬이고 $M^2=M\}$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?(단, E는 단위행렬이다.) 30)

ㄱ. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \in S$

ㄴ. $A \in S$이고 A의 역행렬이 존재하면 $A=E$이다.

ㄷ. $A+E \in S$이면 $A^4 \in S$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

:: 2010학년도 6월 평가원::

행렬 $P=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$에 대하여 집합 S가 $S=\{A\,|\,A$ 는 이차정사각행렬이고, $PAP=A\}$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?(단, O 는 영행렬이다.)31)

ㄱ. $P \in S$

ㄴ. $A \in S$ 이고 $B \in S$ 이면 $AB \in S$ 이다.

ㄷ. $A \in S$ 이고 $A^2 = O$ 이면 $A = O$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15.

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고, $S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$라 할 때, $a_{n+1}=\dfrac{S_n}{a_n}$ $(n\ge 1)$을 만족시킨다. 다음은 S_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식으로부터 $a_2=\dfrac{S_1}{a_1}=1$이다.
>
> $n\ge 3$일 때, $a_n=\dfrac{S_{n-1}}{a_{n-1}}=\dfrac{S_{n-2}+a_{n-1}}{a_{n-1}}=\dfrac{a_{n-2}a_{n-1}+a_{n-1}}{a_{n-1}}$이므로 $a_n=a_{n-2}+1$
>
> 이다. 따라서 일반항 a_n을 구하면, 자연수 k에 대하여
>
> $n=2k-1$일 때, $a_{2k-1}=k+1$, $n=2k$일 때, $a_{2k}=\boxed{\text{(가)}}$이다.
>
> 한편, $S_n=a_na_{n+1}$이므로 $S_n=\begin{cases}(k+1)\times\boxed{\text{(가)}} & (n=2k-1)\\ \boxed{\text{(나)}} & (n=2k)\end{cases}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$라 할 때, $f(6)+g(7)$의 값은? 32)

① 65 ② 67 ③ 69 ④ 71 ⑤ 73

:: 2012학년도 수능 ::

첫째항이 1 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$ 라 할 때, $nS_{n+1}=(n+2)S_n+(n+1)^3$ $(n\ge 1)$

이 성립한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

> 자연수 n 에 대하여 $S_{n+1}=S_n+a_{n+1}$ 이므로 $na_{n+1}=2S_n+(n+1)^3$ …… ㉠
>
> 이다. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $(n-1)a_n=2S_{n-1}+n^3$ …… ㉡
>
> 이고, ㉠ 에서 ㉡ 을 뺀 식으로부터 $na_{n+1}=(n+1)a_n+\boxed{\text{(가)}}$를 얻는다.
>
> 양변을 $n(n+1)$ 로 나누면 $\dfrac{a_{n+1}}{n+1}=\dfrac{a_n}{n}+\dfrac{\boxed{\text{(가)}}}{n(n+1)}$ 이다.
>
> $b_n=\dfrac{a_n}{n}$ 이라 하면, $b_{n+1}=b_n+3+\boxed{\text{(나)}}$ $(n\ge 2)$ 이므로 $b_n=b_2+\boxed{\text{(다)}}$ $(n\ge 3)$ 이다.
>
> ⋮

위의 (가), (나), (다)에 들어갈 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $\dfrac{f(3)}{g(3)h(6)}$ 의 값은?33)

16.

이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\sum_{k=1}^{10}(k-\alpha)(k-\beta)$ 의 값은?[34]

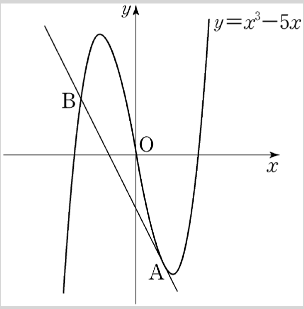
① 255 ② 265 ③ 275
④ 285 ⑤ 295

:: E-연계 ::

모든 자연수 n에 대하여 이차방정식 $x^2-(2n+1)x-n^2=0$의 두 근을 α_n, β_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{(\alpha_k-1)(\beta_k-1)}=-\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)[35]

17.

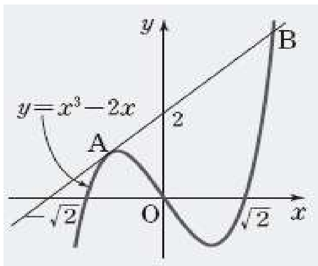
곡선 $y=x^3-4x$ 위의 점 $A(1,-4)$ 에서의 접선이 점 A가 아닌 점 B에서 곡선과 만난다. 선분 AB의 길이는?[36]



① $\sqrt{30}$ ② $\sqrt{35}$ ③ $2\sqrt{10}$
④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

:: E-연계 ::

그림과 같이 점 $(0,2)$에서 곡선 $y=x^3-2x$에 그은 접선이 곡선과 접하는 점을 A, 곡선과 만나는 점을 B라 하자. 이때, $\overline{AB}$의 길이는?[37]



① 4 ② $\sqrt{17}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $\sqrt{19}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

18.

2보다 큰 자연수 n에 대하여 $(-3)^{n-1}$의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$의 값은? 38)

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

:: E-연계 ::

2이상인 자연수 m과 양수 a에 대하여 $K(m, a)$를 $K(m, a)=\sqrt[m]{a}$ 로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?39)

ㄱ. $K(4, 2)=K(8, 4)$
ㄴ. $K(m, a)\cdot K(m, b)=K(m, ab)$
ㄷ. $m<n$, $K(m, a)=K(n, b)$이면 $a<b$이다.

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄱ,ㄷ
④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

집합 $R(n)$을

$R(n)=\{x \mid x^n=n, x\text{는 실수}, n\text{은 자연수}\}$

로 정의할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, $n\geq 2$)40)

ㄱ. $-\sqrt[3]{3}\in R(3)$
ㄴ. $R(k)\cap R(k^2)=\varnothing$
ㄷ. 2 이상의 두 자연수 m,n에 대하여 $m>n$일 때, $a\in R(m)$, $b\in R(n)$이면 $a^m>b^n$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

19.

함수 $f(x)=\begin{cases} x & (|x|\geq 1) \\ -x & (|x|<1) \end{cases}$ 에 대하여,

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?[41] [4점]

ㄱ. 함수 $f(x)$ 가 불연속인 점은 2 개다.
ㄴ. 함수 $(x-1)f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $\{f(x)\}^2$ 은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

①ㄱ ②ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

:: E-연계 ::

함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{x-1} & (x\neq 1) \\ 1 & (x=1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $y=f(x)g_i(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이 되도록 하는 함수 $g_i(x)$ 만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $i=1,\ 2,\ 3$)[42]

ㄱ. $g_1(x)=x-1$
ㄴ. $g_2(x)=(x-1)^2$
ㄷ. $g_3(x)=x$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

:: 2011학년도 6월 평가원 ::

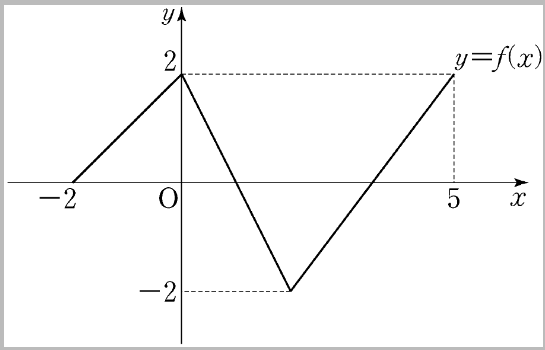
함수 $f(x)$가 $f(x)=\begin{cases} x^2 & (x\neq 1) \\ 2 & (x=1) \end{cases}$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [43]

ㄱ. $\lim_{x\to 1-0} f(x)= \lim_{x\to 1+0} f(x)$
ㄴ. 함수 $g(x)=f(x-a)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 a가 존재한다.
ㄷ. 함수 $h(x)=(x-1)f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20.

닫힌 구간 $[-2, 5]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

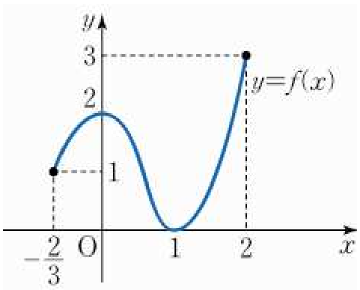


$\lim_{n\to\infty}\frac{|nf(a)-1|-nf(a)}{2n+3}=1$ 을 만족시키는 상수 a 의 개수는?44) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

:: E-연계 ::

아래 그림과 같이 닫힌 구간 $\left[-\frac{2}{3}, 2\right]$에서 정의된 함수 $f(x)$가 있다.



$\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{|2-nf(a)|+nf(a)}=1$을 만족시키는 상수 a의 개수는?45)

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

21.

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 할 때, $f(2x) \leqq f(x)$ 를 만족시키는 100 보다 작은 자연수 x 의 개수는?46) [4점]

① 55 ② 57 ③ 59
④ 61 ⑤ 63

:: E-연계 ::

양수x에 대하여 $\log x$의 지표를 $f(x)$라 할 때, $f(2x)=f(x)+1$을 만족하는 100보다 작은 자연수x의 개수는?47)

① 49 ② 51 ③ 53
④ 55 ⑤ 57

:: E-연계 ::

양수x에 대하여 $\log x$의 가수를 $g(x)$라 하자. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 두 자연수 a, b에 대하여 b의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?48)

(가) $\log a = 2 + g(b), \log b = 1 + g(a)$
(나) ab는 네 자리의 자연수이다.

① 35 ② 37 ③ 39
④ 41 ⑤ 43

22.

함수 $f(x)=x^2+7x$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값을 구하시오. 49)

:: E-연계 ::

함수 $f(x)=(x-2)(x^2+5x+1)$에 대하여 $f'(1)$의 값은?50)

① -4 ② -2 ③ 0
④ 3 ⑤ 5

23.

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{an^2+bn+7}{3n+1}=4$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. 51)

:: E-연계 ::

두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{x^2-(a+1)x+a}{x^2-b}=2$일 때, $\lim_{x\to2}\frac{x^2+ax+2b}{x-2}$의 값은?52)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

24.

등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_{10}+a_6=6$, $a_{10}-a_6=-12$ 를 만족시킬 때, a_2 의 값을 구하시오. [53)]

:: E-연계 ::

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2=5$, $a_{10}-a_6=12$일 때, a_{11}의 값은?[54)]

① 24 ② 26 ③ 28
④ 30 ⑤ 32

25.

로그부등식 $\log_2(7-x)+\log_2(7+x)>4$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하시오.[55)]

:: E-연계::

로그부등식 $\log_{\frac{1}{2}}(7-x)+\log_{\frac{1}{2}}(x+2)<-3$을 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합은?[56)]

① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

26.

역행렬을 갖는 행렬 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 x, y 의 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=2 \end{cases}$ 의 해가 $x=5$, $y=4$ 일 때, $A^{-1}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.57)

:: E-연계 ::

역행렬을 갖는 행렬 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=2 \end{cases}$ 의 해가 $x=2$, $y=3$ 일 때, 행렬 $A^{-1}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합은?58)

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

27.

다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-5}{x-1}=9$ 를 만족시킨다. $g(x)=xf(x)$ 라 할 때, $g'(1)$ 의 값을 구하시오. 59)

:: E-연계 ::

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 $\lim_{x\to2}\frac{f(x)-1}{x-2}=2$, $\lim_{x\to2}\frac{g(x)+2}{x-2}=-1$을 만족시킨다. $y=f(x)g(x)$의 그래프에서 $x=2$인 점에서의 접선의 방정식을 $y=mx+n$이라 할 때, 두 상수 m, n의 곱 mn의 값은?60)

① -40 ② -30 ③ -20
④ 30 ⑤ 40

28.

수열 $\{a_n\}$에서 $a_1=2$이고, $n \geq 1$일 때 a_{n+1}은

$$\frac{1}{n+2} < \frac{a_n}{k} < \frac{1}{n}$$

을 만족시키는 자연수 k의 개수이다. a_{10}의 값을 구하시오. 61)

:: 2009학년도 9월 평가원 ::

수열 $\{a_n\}$의 제 n항 a_n을 자연수 k의 양의 제곱근 $\sqrt{k}$를 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하여 n이 되는 k의 개수라 하자. $\sum_{i=1}^{10} a_i$의 값을 구하시오.62)

:: 2011실시. 3월 교육청 ::

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) a_n은 자연수이다.

(나) $|a_n - \sqrt{n}| < \frac{1}{2}$

$\sum_{n=1}^{90} a_n$의 값을 구하시오.63)

29.

방정식 $4^x + 4^{-x} + a(2^x - 2^{-x}) + 7 = 0$ 이 실근을 갖기 위한 양수 a 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오.64)

:: E-연계 ::

x 에 대한 방정식
$4^x - a \cdot 2^{x+1} + a^2 - a - 6 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 a 의 최솟값을 p 라 할 때, $100p$ 의 값을 구하시오. 65)

30.

3보다 큰 자연수 n에 대하여 $f(n)$을 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 a라 하자.

(가) $a \geq 3$
(나) 두 점 $(2, 0)$, $(a, \log_n a)$를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$보다 작거나 같다.

예를 들어 $f(5) = 4$이다. $\sum_{n=4}^{30} f(n)$의 값을 구하시오. 66)

:: 2013학년도 수능 ::

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 영역 $\left\{(x,\ y) \mid 2^x - n \leq y \leq \log_2(x+n)\right\}$에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n이라 하자.

(가) x좌표와 y좌표는 서로 같다.
(나) x좌표와 y좌표는 모두 정수이다.

예를 들어, $a_1 = 2$, $a_2 = 4$이다. $\sum_{n=1}^{30} a_n$의 값을 구하시오.67)

Ⅰ. 출제분석

출제영역	번호	논점	전략
수1	4번	행렬과 그래프	2012학년도 6월 평가원에서는 1의 개수를 물었으나, 2013학년도 6월 평가원에서는 0의 개수를 묻고 있음.
	12번	무한등비급수도형	초항과 공비만 구하면 간단히 해결이 된다. 무한등비급수의 공비를 구할 때에는 닮음을 이용하여 최대한 간단히 구한다. 특히, 도형에서 활꼴의 형태가 기출에서 계속 반복된다.
	15번	점화식이 주어지고 S_n을 구하는 유형	당분간은 점화식이 주어지고 일반항을 구하는 유형이 지속되리라 본다. 2013학년도 6월 평가원 뿐만 아니라 2014학년도 예비시행에서도 그 유형이 지속됨을 보건데, 큰 유형변화는 없으리라 본다. 점화식으로부터 일반항을 구하는 원리는 축차대입의 원리이다. 교과서의 모든 공식을 유도하는 과정에서도 이 원리가 이용된다.
	18번	n제곱근 중 실수인 것의 개수	거듭제곱근에 관해서는 지금까지 기출문제가 없었다. 하지만 출제가 유력한 걸로 손꼽히는 주제였다. 이번 기회에 거듭제곱근에 관한 교육청 문제를 모두 풀어보고 정리할 필요가 있다.
	21번	상용로그의 지표와 가수	가수에 관한 부등식을 푸는 문제이다. 해결 방식은 전형적이므로 이 문제를 틀린 수험생들은 유사 기출을 모조로 반복+연습하길 바란다.
	30번	로그부등식	밑 n이 변함에 따라서 로그함수 $\log_n a$가 어떻게 변하는지 알고 있어야 한다. 로그함수와 다항함수(1차) 그래프의 교점의 x좌표를 관찰하는 문제이다. 2012학년도 6월, 9월 ,11월 기출이 있는데, 사실 이 4개의 문제를 일관되게 풀이할 수 있어야 한다. 출제의 비밀을 밝혀야 한다!!
미통기	10번	위치와 속도	두 점이 서로 반대 방향으로 움직인다는 것은 속도의 부호가 서로 다르다는 것을 의미한다. 교과개념만 익히면 별 문제가 없었다.
	17번	접선의 방정식	접선의 방정식에 관한 교과개념을 충분히 숙지하면 문안하게 풀 수 있는 수준이다. 따라서 교과서, 익힘책, 기출, EBS 이 정도면 충분하리라 본다.
	19번	함수의 연속	(ㄴ)지문의 핵심은 곱함수가 연속이 되기 위한 조건이다. 이 주제는 기출이 계속 반복이 됨을 확인하거라.

번호	제목	EBS연계	기출연계
1			
2			
3			
4	행렬과 그래프		2012학년도 6월 평가원
5	함수의 극한		
6	함수 그래프와 좌·우극한값 계산	O	
7	로그실생활	O	
8	등비수열	O	
9	함수의 극한과 미정계수, 미분계수의 정의	O	
10	위치와 속도	O	
11	부분분수	O	2011학년도 9월 평가원
12	무한등비급수의 도형에의 응용		
13	3차함수의 최댓값, 최솟값	O	
14	행렬 ㄱㄴㄷ		2010학년도 6월 평가원
15	수열의 일반항 주고, S_n 구하기		2012학년도 수능
16	시그마의 성질		
17	접선의 방정식	O	
18	거듭제곱근	O	
19	함수의 연속	O	2011학년도 6월 평가원
20	함수의 그래프와 연속	O	
21	상용로그의 지표와 가수	O	
22	미분법과 미분계수	O	
23	수열의 극한	O	
24	등차수열	O	
25	로그부등식	O	
26	행렬과 연립방정식	O	
27	곱의 미분법	O	
28	수열과 부등식		2009학년도 9월 평가원
29	지수방정식	O	
30	로그함수의 특성 + 격자점 로그함수와 1차함수의 교점의 x좌표		2013학년도 수능
총계		19	

Ⅱ. 앞으로의 계획

(1) 적절한 난이도 조절 :

2013학년도 6평은 만점자가 상위 1%가 되도록 노력한 흔적이 보이지만,
앞으로 보게될 2014학년도 6평에는 만점자 1%원칙이 적용되지 않는다.
따라서 올해 보게될 6,9월 평가원의 난이도를 분석하고 이에 대한 적합하고도 신속한 대처가 필요하다.

(2) EBS 우수문항 및 신유형 문제를 집중 파헤쳐라~

(3) Killer 문항들을 집중 공략하라~

14번. 행렬 ㄱㄴㄷ
15번. 수열의 일반항 주어지고 S_n구하기
28번. 수열과 부등식.
30번. 로그함수

위 킬러 문항을 대비하기 위해서는 우선적으로 최근 수능기출의 경향성을 철저히 분석해야 하고,
관련 주체에 대한 킬러문항 대비가 필요하다.

(4) 6월, 9월 평가원 자료를 토대로 파이널을 예상하라!

6평, 9평 분석노트를 통하여 11월 수능을 합리적으로 예측하는 시간을 반드시 갖어야 한다.
6평 보기 전보다는 보고 난 이후의 분석 작업에 총력을 기울이길 바란다.

Grand Final (2013학년도 6평 연계성 분석) **해설**

1) 정답 : ②

$\log_2 4 = 2$

2) 정답 : ④

$A+2B=\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 에서 모든 성분의 합은 9

3) 정답: ③

$\lim_{x\to0}(x^2+2x+3)=3$

4) 정답 : ⑤

$x\to-1$이면 (분모)$\to0$, (분자)$\to0$이고, 분모가 무리식이므로 분모를 유리화한다.

분모, 분자에 $\sqrt{x+5}+2$를 곱하면

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-1}\frac{(x^3-x^2+2)(\sqrt{x+5}+2)}{(\sqrt{x+5}-2)(\sqrt{x+5}+2)} &= \lim_{x\to-1}\frac{(x^3-x^2+2)(\sqrt{x+5}+2)}{(x+5)-4} \\ &= \lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(x^2-2x+2)(\sqrt{x+5}+2)}{x+1} \\ &= \lim_{x\to-1}(x^2-2x+2)(\sqrt{x+5}+2)=(1+2+2)\times(2+2)=20\end{aligned}$$

6) 정답 : ②

0의 개수$=6\times6-(1$의 개수$)=36-2\times($변의 개수$)=36-2\times8=20$

7) 정답 : ②

1의 개수$=2\times($변의 개수$)=2\times5=10$

8) 정답 : ③

(분모)$\to0$ 이므로 (분자)$\to0$ 이어야 한다.

$\lim_{x\to1}(x^2+ax)=1+a=0 \quad \therefore\ a=-1$

(준식)$=\lim_{x\to1}x=1=b \quad \therefore\ b=1$

$\therefore\ a+b=0$

9) 정답 : ③

$\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x^2+ax+b}=\frac{1}{3}$에서 $x\to1$일 때 (분자)$\to0$이므로 (분모)$\to0$이어야 한다.

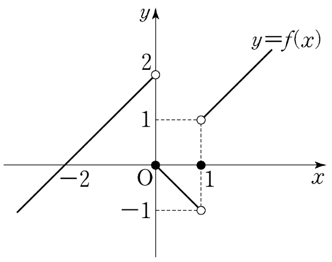
즉, $\lim_{x\to1}(x^2+ax+b)=1+a+b=0 \therefore\ b=-a-1 \ \cdots\cdots$ ㉠

㉠을 주어진 식에 대입하면

$$\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x^2+ax+b}=\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x^2+ax-a-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x+1+a)}=\lim_{x\to1}\frac{x+1}{x+1+a}=\frac{2}{2+a}=\frac{1}{3}$$

따라서 $a=4$, $b=-5$이므로 $a-b=4-(-5)=9$

10) 정답 : ⑤



$\lim_{x\to-0}f(x)=2$, $\lim_{x\to1+0}f(x)=1$이므로, $\lim_{x\to-0}f(x)+\lim_{x\to1+0}f(x)=3$

11) 정답 : ④

주어진 그래프에서 $\lim_{x\to-2+0}f(x)=2$, $\lim_{x\to-1-0}f(x)=0$,

$\lim_{x\to+0}f(x)=1$, $\lim_{x\to1-0}f(x)=2$

∴ (주어진 식)$=2+0+1+2=5$

13) 정답 : ④

ㄱ. $\lim_{x\to+0}\{f(x)+g(x)\}=\lim_{x\to+0}f(x)+\lim_{x\to+0}g(x)=0+0=0$

$\lim_{x\to-0}\{f(x)+g(x)\}=\lim_{x\to-0}f(x)+\lim_{x\to-0}g(x)=1+0=1$

$\lim_{x\to+0}\{f(x)+g(x)\}\neq\lim_{x\to-0}\{f(x)+g(x)\}$이므로

$\lim_{x\to0}\{f(x)+g(x)\}$의 값은 존재하지 않는다. (거짓)

ㄴ. $\lim_{x\to1+0}f(x)g(x)=\lim_{x\to1+0}f(x)\cdot\lim_{x\to1+0}g(x)=1\cdot(-1)=-1$

$\lim_{x\to1-0}f(x)g(x)=\lim_{x\to1-0}f(x)\cdot\lim_{x\to1-0}g(x)=(-1)\cdot1=-1$

$\lim_{x\to1+0}f(x)g(x)=\lim_{x\to1-0}f(x)g(x)=-1$이므로 $\lim_{x\to1}f(x)g(x)=-1$ (참)

ㄷ. $\lim_{x\to1+0}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\lim_{x\to1+0}f(x)}{\lim_{x\to1+0}g(x)}=\frac{1}{-1}=-1$

$\lim_{x\to1-0}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\lim_{x\to1-0}f(x)}{\lim_{x\to1-0}g(x)}=\frac{-1}{1}=-1$

$\therefore\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{g(x)}=-1$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

14) 정답 : ③

$\log P_1 = 8.11 - 7$ …… ㉠

$\log P_2 = 8.11 - \frac{25}{4}$ …… ㉡

㉡ − ㉠ 에서 $\log \frac{P_2}{P_1} = \frac{3}{4}$ $\therefore$ $\frac{P_2}{P_1} = 10^{\frac{3}{4}}$

15) 정답 : ①

$h = k\log\frac{P_0}{P_h}$ 에서 $P_0 = 1$ 이므로 $h = -k\log P_h$

$100 = -k\log P_{100}$, $3000 = -k\log P_{3000}$

$\frac{3000}{100} = \frac{\log P_{3000}}{\log P_{100}}$

$\therefore \log P_{3000} = 30\log P_{100} = 30\log 0.9 = 30\log\frac{9}{10} = 30(2\log 3 - 1)$

$= 30(2\cdot 0.4771 - 1) = -2 + 0.6260$

$\log P_{3000}$ 의 지표는 -2, 가수는 0.6260 이고

$\log 4.23 = 0.6260$ 이므로 $P_{3000} = 0.0423$

따라서 해수면으로부터 높이가 $3000\mathrm{m}$ 인 곳의 기압은 0.0423 이다.

16) 정답 : ⑤

$a_n = 2^{n-1}$, $b_n = 4^n - 4^{n-1} = 3 \cdot 4^{n-1}$

$\therefore$ $\frac{b_6}{b_3} = \frac{3 \cdot 4^5}{3 \cdot 4^2} = 4^3 = 64$

17) 정답 : ③

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차가 2이므로

$a_{n+1} - a_n = 2$

$b_n = {a_{n+1}}^2 - {a_n}^2 = (a_{n+1} - a_n)(a_{n+1} + a_n) = 2(a_{n+1} + a_n)$

$b_{n+1} - b_n = 2(a_{n+2} + a_{n+1}) - 2(a_{n+1} + a_n) \quad = 2(a_{n+2} - a_n) = 2 \times 4 = 8$

즉, 수열 $\{b_n\}$ 은 공차가 8인 등차수열이다.

$\therefore b_{10} - b_7 = 3 \times 8 = 24$

18) 정답 : ④

(분모)→0 이므로 (분자)→0 이어야 한다. $\therefore$ $f(0) = 0$

$\lim_{x\to 2}\frac{f(x-2)}{x^2 - 2x} = \frac{1}{2}\lim_{x\to 2}\frac{f(x-2)}{x-2} = \frac{1}{2}f'(0) = 4$

$\therefore$ $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x} = f'(0) = 8$

19) 정답 : 11

$\lim_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x}=-4$에서 $f(0)=1$, $f'(0)=-4$

$\lim_{x\to0}\frac{g(x)+2}{x}=3$에서 $f(0)=-2$, $g'(0)=3$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to0}\frac{f(x)g(x)+2}{x}&=\lim_{x\to0}\frac{f(x)g(x)-f(0)g(0)}{x}\\&=\lim_{x\to0}\frac{f(x)g(x)-f(0)g(x)+f(0)g(x)-f(0)g(0)}{x}\\&=\lim_{x\to0}\frac{\{f(x)-f(0)\}g(x)}{x}+\lim_{x\to0}\frac{f(0)\{g(x)-g(0)\}}{x}\\&=\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x}\cdot\lim_{x\to0}g(x)+f(0)\cdot\lim_{x\to0}\frac{g(x)-g(0)}{x}\\&=f'(0)g(0)+f(0)g'(0)=(-4)\cdot(-2)+1\cdot3=11\end{aligned}$$

20) 정답 : ①

$f'(t)=4t-2$, $g'(t)=2t-8$

서로 반대방향으로 움직이려면 $(4t-2)(2t-8)<0$

$\therefore\ \frac{1}{2}<t<4$

21) 정답 : ⑤

t초 후의 두 점 P, Q의 위치를 각각 $f(t)=t^2-4t$, $g(t)=\frac{1}{2}t^2-6t$로 놓으면

t초 후의 두 점 P, Q의 움직이는 속도는 각각 $f'(t)=2t-4$, $g'(t)=t-6$

두 점 P와 Q가 서로 반대 방향으로 움직이는 것은 $f'(t)$와 $g'(t)$의 부호가 다르다는 것을 의미하므로 $f'(t)g'(t)<0$이다.

$(2t-4)(t-6)<0$

$\therefore 2<t<6$

22) 정답 : ①

$$\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{1}{S_k}-\frac{1}{S_{k+1}}\right)=\left(\frac{1}{S_1}-\frac{1}{S_2}\right)+\left(\frac{1}{S_2}-\frac{1}{S_3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{S_{10}}-\frac{1}{S_{11}}\right)=\frac{1}{S_1}-\frac{1}{S_{11}}=\frac{1}{2}-\frac{1}{S_{11}}=\frac{1}{3}$$

$\therefore S_{11}=6$

23) 답 **12**

$S_{n+1}-S_n=a_{n+1}$ 이므로 $\frac{a_{n+1}}{S_nS_{n+1}}=\frac{S_{n+1}-S_n}{S_nS_{n+1}}=\frac{1}{S_n}-\frac{1}{S_{n+1}}$

$a_1=S_1=3$ 이므로 $\sum_{k=1}^{20}\frac{a_{k+1}}{S_kS_{k+1}}=\sum_{k=1}^{20}\left(\frac{1}{S_k-S_{k+1}}\right)=\left(\frac{1}{S_1}-\frac{1}{S_2}\right)+\left(\frac{1}{S_2}-\frac{1}{S_3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{S_{20}}-\frac{1}{S_{21}}\right)$

$$=\frac{1}{S_1}-\frac{1}{S_{21}}=\frac{1}{a_1}-\frac{1}{S_{21}}=\frac{1}{3}-\frac{1}{S_{21}}=\frac{1}{4}$$

따라서 $\frac{1}{S_{21}}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$ 이므로 $S_{21}=12$

24) 답 39

$$a_{n+1}-a_n=(-1)^n\frac{2n+1}{n(n+1)}=(-1)^n\left(\frac{2n+1}{n}-\frac{2n+1}{n+1}\right)=(-1)^n\left(2+\frac{1}{n}-2+\frac{1}{n+1}\right)=(-1)^n\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}\right)$$

즉, $a_{n+1}-a_n=(-1)^n\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}\right)$이므로

$$a_{20}=2+\sum_{k=1}^{19}(-1)^k\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}\right)=2+\left\{-\left(1+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\cdots \qquad -\left(\frac{1}{19}+\frac{1}{20}\right)\right\}$$

$$=2+\left(-1-\frac{1}{20}\right)=1-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}$$

$\therefore\ p+q=39$

25) 정답 : **221**

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=S_n$

$\dfrac{S_n}{n+1}=\dfrac{a_n}{2}$에서 $\quad S_n=\dfrac{n+1}{2}a_n \quad \cdots\cdots$ ㉠

$\dfrac{S_{n-1}}{n}=\dfrac{a_{n-1}}{2}$에서 $\quad S_{n-1}=\dfrac{n}{2}a_{n-1} \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠ − ㉡을 하면

$$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{n+1}{2}a_n-\frac{n}{2}a_{n-1}(n\ge 2)$$

$$\frac{n-1}{2}a_n=\frac{n}{2}a_{n-1} \qquad \therefore \frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{n}{n-1}\ (n\ge 2)$$

n에 2, 3, 4, $\cdots, n$을 차례로 대입하여 변끼리 곱하면

$$\frac{a_2}{a_1}\times\frac{a_3}{a_2}\times\frac{a_4}{a_3}\times\cdots\times\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{2}{1}\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{n}{n-1}$$

$$\therefore a_n=na_1=\frac{n}{3}(n\ge 2)$$

이 등식은 $n=1$일 때도 성립하므로 $a_n=\dfrac{n}{3}\ (n\ge 1)$

$$\therefore \sum_{k=1}^{20}\frac{1}{a_{2k-1}a_{2k+1}}=\sum_{k=1}^{20}\frac{9}{(2k-1)(2k+1)} \quad =\frac{9}{2}\sum_{k=1}^{20}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}\right)$$

$$=\frac{9}{2}\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{39}-\frac{1}{41}\right)\right\} \quad =\frac{9}{2}\left(1-\frac{1}{41}\right)=\frac{180}{41}$$

$\therefore p+q=41+180=221$

26)정답 : ②

$\overline{B_1C_1}=3,\ \overline{B_2C_2}=3\times\dfrac{2}{3}=2,$ 이므로 무한등비급수의 공비 $=\left(\dfrac{2}{3}\right)^2$

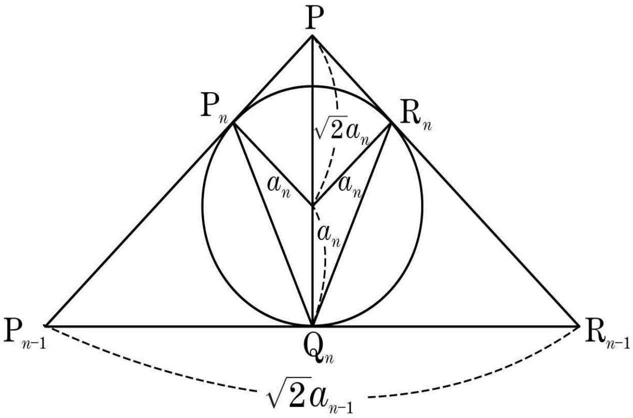
$$S_1=\frac{1}{2}\bullet\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}S_n=\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\times\frac{1}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\times\frac{9}{5}=\frac{6\pi-9\sqrt{3}}{20}$$

27) 답 ④

삼각형 PQR 의 내접원의 반지름을 a_1이라 하면 $\sqrt{2}\,a_1 + a_1 = \sqrt{2}$ 에서 $a_1 = 2 - \sqrt{2}$ 이고

$S_1 = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2} - 2) \times 1 = \sqrt{2} - 1$



삼각형 $\mathrm{PP}_{n-1}\mathrm{R}_{n-1}$의 내접원의 반지름을 a_n이라 하면 $\sqrt{2}\,a_n + a_n = \frac{\sqrt{2}\,a_{n-1}}{2}$

$\therefore\ a_n = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} a_{n-1}$

따라서 수열 $\{a_n\}$ 이 공비가 $\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$ 인 등비수열을 이루므로 수열 $\{S_n\}$은 공비가 $\left(\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}$ 인 등비수열을 이룬다.

$\therefore\ \sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{\sqrt{2} - 1}{1 - \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}} = \frac{6 - 2\sqrt{2}}{7}$

$\therefore\ p + q = \frac{4}{7}$

28) 정답 :④

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$ 에서 $x = 0,\ 2$

주어진 구간 내에서

$M = f(4) = 16 + a,\ m = f(2) = a - 4$

$M + m = 12 + 2a = 20$ 이므로 $\therefore\ a = 4$

29) 정답 : ②

함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + a$에서

$f'(x) = 3x^2 - 18x + 24 = 3(x-2)(x-4)$이므로 $f'(x) = 0$에서 $x = 2$ 또는 $x = 4$

$-1 \le x \le 4$에서 $f(x)$의 증가, 감소를 나타내는 표는 아래와 같다.

x	-1	$\cdots$	2	$\cdots$	4
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$-34 + a$	$\nearrow$	$20 + a$	$\searrow$	$16 + a$

닫힌 구간 $[-1, 4]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값은 , 최솟값은 $-34 + a$이다.

그런데 최댓값과 최솟값의 합이 -20이므로

$(20+a)+(-34+a)=-20$, $-14+2a=-20$
$\therefore a=-3$

30) 정답 : ⑤
ㄱ) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ $\therefore$ 참
ㄴ) $A^2=A$ $\therefore A=E$ $\therefore$ 참
ㄷ) $(A+E)^2=(A+E)$ $\therefore A^2+2A+E=A+E$
$\therefore A^2=-A$ $\therefore A^4=A^2=-A$
이때 $(A^4)^2=(-A)^2=A^2=-A$
$\therefore (A^4)^2=A^2$ 이므로 $A^4 \in S$ $\therefore$ 참

31) 정답 : ⑤
$P=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 이면 $P^2=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=E$

㉠ : $S=\{A \mid A$ 는 이차정사각행렬이고, $PAP=A\}$ 에서 A 대신 P 를 대입하면
$P^3=P$ ($\because$ $P^2=E$) $\therefore$ $P \in S$ (참)

㉡ : $A \in S$ 이고 $B \in S$ 이면 $PAP=A$ $\cdots$①, $PBP=B$ $\cdots$②가 된다.
$AB \in S$ 이려면 $P(AB)P=AB$ 이어야 한다.
$\therefore$ $PA(PP)BP=AB$ ($\because$ $P^2=E$) (참)

㉢ : $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 가정하면 $A \in S$ 이려면 $PAP=A$ 가 성립하여야 하므로
$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 이다. $\begin{pmatrix} d & c \\ b & a \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $\therefore$ $a=d$, $b=c$
$A=\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ 에서 $A^2=\begin{pmatrix} a^2+b^2 & 2ab \\ 2ab & a^2+b^2 \end{pmatrix}=O$ 에서 $a^2+b^2=0$, $2ab=0$
$\therefore$ $a=b=0$, $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ (참)

[㉡ 별해]
$P=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 이고 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 하면 $PAP=A$ 를 만족시키는 행렬 A 는 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ 가 된다.($\because$ $a=d$, $b=c$)
$A \in S$ 이고 $B \in S$ 이면 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} p & q \\ q & p \end{pmatrix}$ 라고 둘 수 있다.
$A=\begin{pmatrix} ap+bq & aq+bp \\ aq+bp & ap+bq \end{pmatrix}$ $\therefore$ $AB \in S$

32) 정답 : ③
$a_{2k}=a_{2k-2}+1$ 이므로
$a_4=a_2+1$
$a_6=a_4+1$
$\vdots$
$a_{2k}=a_{2k-2}+1$

$\therefore a_{2k} = a_2 + (k-1) = k = $ (가) $\left(\because a_2 = \dfrac{S_1}{a_1} = 1\right)$

한편, $n = 2k$일 때 $S_n = a_n \cdot a_{n+1} = k \cdot (k+2) =$ (나)

$\therefore f(6) + g(7) = 6 + 7 \cdot 9 = 69$

33) 정답 : ②

자연수 n 에 대하여 $S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$ 이므로 $\quad n\,a_{n+1} = 2\,S_n + (n+1)^3$ …… ㉠

이다. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $\quad (n-1)\,a_n = 2\,S_{n-1} + n^3$ …… ㉡

이고, ㉠ 에서 ㉡ 을 뺀 식으로부터

$$\begin{aligned} na_{n+1} - (n-1)a_n &= 2\left(S_n - S_{n-1}\right) + \left(3n^2 + 3n + 1\right) \\ &= 2\left(a_n\right) + \left(3n^2 + 3n + 1\right) \end{aligned}$$

$n\,a_{n+1} = (n+1)\,a_n + \boxed{3n^2 + 3n + 1}$ 를 얻는다.

양변을 $n(n+1)$ 로 나누면 $\quad \dfrac{a_{n+1}}{n+1} = \dfrac{a_n}{n} + \dfrac{\boxed{3n^2 + 3n + 1}}{n(n+1)} = \dfrac{a_n}{n} + 3 + \dfrac{1}{n(n+1)}$

이다. $b_n = \dfrac{a_n}{n}$ 이라 하면,

$b_{n+1} = b_n + 3 + \boxed{\dfrac{1}{n(n+1)}} \quad (n \geqq 2)$ 이므로

$$\begin{aligned} b_n &= b_2 + \sum_{k=2}^{n-1}\left(3 + \frac{1}{k(k+1)}\right) \\ &= b_2 + 3(n-2) + \sum_{k=2}^{n-1}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) \\ &= b_2 + \boxed{3(n-2) + \frac{1}{2} - \frac{1}{n}} \quad (n \geqq 3) \end{aligned}$$

따라서 $f(n) = 3n^2 + 3n + 1,\ g(n) = \dfrac{1}{n(n+1)}$,

$h(n) = 3(n-2) + \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{n}$ 이므로 $\therefore\ \dfrac{f(3)}{g(3)\,h(6)} = \dfrac{37}{\dfrac{1}{12} \times \dfrac{37}{3}} = 36$

34) 정답 : ②

$$\sum_{k=1}^{10}\left(k^2 - 2k - 1\right) = 385 - 110 - 10 = 265$$

35) 정답 : 439

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha_n + \beta_n = 2n + 1,\ \alpha_n\beta_n = -n^2$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{10}\frac{1}{(\alpha_k - 1)(\beta_k - 1)} &= \sum_{k=1}^{10}\frac{1}{\alpha_k\beta_k - (\alpha_k + \beta_k) + 1} = \sum_{k=1}^{10}\frac{1}{-k^2 - (2k+1) + 1} \\ &= \sum_{k=1}^{10}\frac{1}{-k(k+2)} = -\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right) \\ &= -\frac{1}{2}\left\{\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11}\right) + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{12}\right)\right\} \end{aligned}$$

$$=-\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{11}-\frac{1}{12}\right) \qquad =-\frac{175}{264}$$

$\therefore\ p+q=264+175=439$

36) 정답 :④

곡선 $y=f(x)=x^3-5x$, 접선은 $g(x)$ 라 하면 $f'(1)=-2$ 이므로 $g(x)=-2x-2$ 이다.

$f(x)$ 와 $g(x)$ 를 연립하면 $(x-1)^2(x+2)=0$

$\therefore\ B(-2,\ 2)$

$\therefore\ \overline{AB}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

37) 정답 :③

곡선 위의 접점 A의 좌표를 $(a,\ a^3-2a)$라 하고, $f(x)=x^3-2x$라 하면

$f'(x)=3x^2-2$이므로 $x=a$에서 접선의 기울기는 $3a^2-2$이다.

따라서 접선의 방정식은

$$y-(a^3-2a)=(3a^2-2)(x-a) \qquad \cdots\cdots ㉠$$

접선 ㉠이 점 $(0,\ 2)$를 지나므로

$$2-(a^3-2a)=(3a^2-2)(0-a),\ 2-a^3+2a=-3a^3+2a$$

$$a^3=-1 \qquad \therefore\ a=-1$$

따라서 접점 A의 좌표는 $(-1,\ 1)$이고, 접선의 방정식은 $y=x+2$이다.

이때, 접선이 곡선과 만나는 점의 x좌표는 $x^3-2x=x+2$에서

$$x^3-3x-2=0,\ (x+1)^2(x-2)=0 \qquad \therefore\ x=-1 \text{ 또는 } x=2$$

따라서 $B(2,\ 4)$이므로 $\overline{AB}=\sqrt{(-1-2)^2+(1-4)^2}=3\sqrt{2}$

38) 정답 : ①

n	$(-3)^{n-1}$	a_n
3	9	$a_3=1$
4	-27	$a_4=0$
5	81	$a_5=1$
6	-273	$a_6=0$

$\therefore a_{2k+1}=1,\ a_{2k}=0$

$$\therefore \sum_{n=3}^{\infty}\frac{a_n}{2^n}=\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^5}+\frac{1}{2^7}+\cdots \quad =\frac{1}{2^3}\times\frac{1}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1}{8}\times\frac{4}{3}=\frac{1}{6}$$

39) 정답 ②

ㄱ. $K(4,\ 2)=\sqrt[4]{2}=2^{\frac{1}{4}},\ K(8,\ 4)=\sqrt[8]{4}=\sqrt[8]{2^2}=2^{\frac{2}{8}}=2^{\frac{1}{4}}$이므로 $\qquad K(4,\ 2)=K(8,\ 4)$ (참)

ㄴ. $K(m,\ a)\cdot K(m,\ b)=\sqrt[m]{a}\cdot\sqrt[n]{b}\ =\sqrt[m]{ab}=K(m,ab)$ (참)

ㄷ.[반례] $m=2,\ n=4,\ a=\frac{1}{2},\ b=\frac{1}{4}$이면 $\qquad \sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt[4]{\frac{1}{4}}$ 이지만 $\frac{1}{2}>\frac{1}{4}$이다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

40) 정답 : ③

ㄱ. $x^3 = 3$에서 $x = \sqrt[3]{3}$ $\quad \therefore -\sqrt[3]{3} \not\in R(3)$ (거짓)

ㄴ. [반례] $k = 2$이면 $R(2) = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\} \neq \varnothing$ (거짓)

ㄷ. $a \in R(m)$이면 $a^m = m$, $b \in R(n)$ 이면 $b^n = n$이고, $m > n$이므로 $a^m > b^n$이다. (참)

41) ⑤

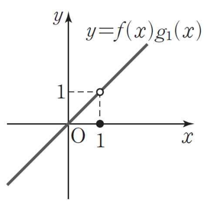
ㄱ. (참) $x = \pm 1$ 에서 불연속

ㄴ. (참) $\lim_{x \to 1}(x-1)f(x) = (1-1)f(1) = 0$ 이므로 $\quad x = 1$ 에서 연속

ㄷ. (참) $y = \{f(x)\}^2 = x^2$ 이므로 실수 전체에서 연속

42) 정답 : ②

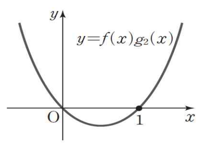
ㄱ. $f(x)g_1(x) = \begin{cases} x & (x \neq 1) \\ 0 & (x = 1) \end{cases}$ 이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



$\lim_{x \to 1} f(x)g_1(x) = 1$, $f(1)g_1(1) = 0$ 이므로

$\lim_{x \to 1} f(x)g_1(x) \neq f(1)g_1(1)$

ㄴ. $f(x)g_2(x) = \begin{cases} x(x-1) & (x \neq 1) \\ 0 & (x = 1) \end{cases}$ 이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 $x = 1$ 에서 불연속이다.

ㄷ. $f(x)g_3(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{x-1} = x + 1 + \dfrac{1}{x-1} & (x \neq 1) \\ 1 & (x = 1) \end{cases}$

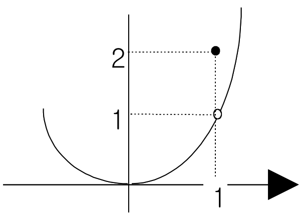
이므로 $\lim_{x \to 1} f(x)g_3(x)$ 는 존재하지 않는다.

따라서 $x = 1$ 에서 불연속이다.

따라서 $y = f(x)g_i(x)$ 가 $x = 1$ 에서 연속이 되는 함수는 ㄴ뿐이다.

43) ③

$y = f(x)$의 그래프는 아래 그림과 같다.



$f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \neq 1) \\ 2 & (x = 1) \end{cases}$

㉠ $\lim_{x \to 1-0} f(x) = \lim_{x \to 1+0} f(x) = 1$ (참)

㉡ $g(x)$는 $f(x)$를 x축 방향으로 a만큼 평행이동한 것이므로 $x = 1 + a$에서 불연속 (거짓)

㉢ $h(x) = \begin{cases} x^2(x-1) & (x \neq 1) \\ 2(x-1) & (x = 1) \end{cases} = \begin{cases} x^3 - x^2 & (x \neq 1) \\ 0 & (x = 1) \end{cases}$ (참)

44) 정답 : ②

ⅰ) $nf(a) \geq 1$ 일 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{-1}{2n+3} = 0 \neq 1$ 이므로 모순

ⅱ) $nf(a) < 1$ 일 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{-2nf(a)+1}{2n+3} = -f(a) = 1$ 에서 $f(a) = -1$

따라서 $f(a) = -1$ 인 a 는 2 개다.

45) 정답 ③

ⅰ) $nf(a) < 2$일 때

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{2-nf(a)+nf(a)} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{2} = \infty$$ 이므로 극한값을 갖지 않는다.

ⅱ) $nf(a) \geq 2$일 때

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{-2+nf(a)+nf(a)} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{2nf(a)-2} = \frac{1}{2f(a)} = 1$$에서 $f(a) = \frac{1}{2}$

함숫값이 $\frac{1}{2}$인 상수 a는 2개이다.

46) 정답 :①

$\log x = n + f(x)$ $(0 \leqq f(x) < 1)$ 라 하면

$$\log 2x = \begin{cases} n + f(x) + \log 2 & (0 \leqq f(x) < \log 5) \\ n + 1 + f(x) - \log 5 & (\log 5 \leqq f(x) < 1) \end{cases}$$

ⅰ) $0 \leqq f(x) < \log 5$ 일 때, $f(x) + \log 2 \leqq f(x)$ 가 되어 모순

ⅱ) $\log 5 \leqq f(x) < 1$ 일 때, $f(x) - \log 5 \leqq f(x)$ 이므로 항상 성립한다.

따라서 $\log 5 \leqq f(x) < \log 10$ 인 100 보다 작은 자연수 x 는 5, 6, 7, 8, 9, 50, 51, $\cdots$, 99 로 55 개다.

47) 정답 : ④

(ⅰ) $1 \leq x < 10$일 때

$0 \leq \log x < 1$이므로 $f(x) = 0$

$f(2x) = f(x) + 1$에서 $f(2x) = 0 + 1 = 1$

$1 \leq \log 2x < 2$에서 $10 \leq 2x < 100, 5 \leq x < 50$

따라서 $5 \leq x < 10$인 자연수x는 5개다.

(ⅱ) $10 \leq x < 100$일 때

$1 \leq \log x < 2$이므로 $f(x) = 1$

$f(2x) = f(x) + 1$에서 $f(2x) = 1 + 1 = 2$

$2 \leq \log 2x < 3$에서 $100 \leq 2x < 1000, 50 \leq x < 500$

따라서 $50 \leq x < 100$인 자연수x는 50개다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 x의 개수는 $5 + 50 = 55$이다.

48) 정답 : ④

$\log a = 2 + g(b)$에서 $0 \leq g(b) < 1$이므로 $\log a$의 가수는 $g(b)$, 즉 $\log b$의 가수와 같고,

$\log b = 1 + g(a)$에서 $\log b$의 가수가 $g(a)$이므로 $g(a) = g(b)$이다.

따라서 $\log a = 2 + g(a), \log b = 1 + g(a)$이므로 $\log a - \log b = 2 - 1 = 1$

$\log \frac{a}{b} = 1$ $\therefore \frac{a}{b} = 10, a = 10b$

ab가 네 자리의 자연수이므로 $3 \leq \log ab < 4$

$10^3 \le ab < 10^4$

$10^3 \le 10b^2 < 10^4, 10^2 \le b^2 < 10^3$

$\therefore 10 \le b < 10\sqrt{10}$

$31^2 < 10^3 < 32^2$에서 $31 < 10\sqrt{10} < 32$이므로 $10 \le b \le 31$

따라서 b의 최댓값$M = 31$, 최솟값$m = 10$이므로

$M + m = 31 + 10 = 41$

49) 정답 : 13

$f'(x) = 2x + 7 \quad \therefore f'(3) = 6 + 7 = 13$

50) 정답 : ③

$f(x) = (x-2)(x^2+5x+1)$에서

$f'(x) = x^2 + 5x + 1 + (x-2)(2x+5) = 3x^2 + 6x - 9$

$\therefore f'(1) = 3 + 6 - 9 = 0$

51) 정답 : 12

분자가 일차식이어야 하므로 $a = 0$

극한에서 일차항 계수의 비가 $\frac{b}{3} = 4$ 이므로 $b = 12$

$\therefore a + b = 12$

52) 정답 : ④

$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^2 - b} = 2$에서

$\lim_{x \to 1} \{x^2 - (a+1)x + a\} = 1 - a - 1 + a = 0$이므로 $\lim_{x \to 1} (x^2 - b) = 1 - b = 0$이어야 한다. $\therefore b = 1$

$b = 1$을 주어진 식에 대입하면

$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^2 - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x-a)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \to 1} \frac{x-a}{x+1} = \frac{1-a}{2} = 2$ 이므로 $1 - a = 4 \quad \therefore a = -3$

$\therefore \lim_{x \to 2} \frac{x^2 + ax + 2b}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-1)(x-2)}{x-2} = \lim_{x \to 2} (x-1) = 1$

53) 정답 : 21

$a_{10} = -3$, $a_6 = 9$ 이므로 $a_n = -3n + 27 \quad \therefore a_2 = 21$

54) 정답 : ⑤

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면 $a_{10} - a_6 = 4d = 12$에서 $d = 3$

$a_2 = a_1 + d = a_1 + 3 = 5$에서 $a_1 = 2$

$\therefore a_{11} = a_1 + 10d = 2 + 30 = 32$

55) 정답 : 11

진수 조건에서 $-7 < x < 7$

부등식을 풀면 $(7-x)(7+x) > 16$, $x^2 < 33$

$-\sqrt{33} < x < \sqrt{33}$

따라서 $-\sqrt{33} < x < \sqrt{33}$ 인 정수 x 는 $0, \pm 1$, ± 2, ± 3, ± 4, ± 5 이다. 따라서 11 개.

56) 정답 : ④

진수의 조건에서 $7-x > 0$ 이고 $x+2 > 0$

$\therefore\ -2 < x < 7 \quad \cdots\cdots$ ㉠

로그부등식 $\log_{\frac{1}{2}}(7-x)+\log_{\frac{1}{2}}(x+2) < -3$에서 $\log_{\frac{1}{2}}(7-x)(x+2) < -3$

$(7-x)(x+2) > \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

$x^2-5x-6 < 0$, $(x-6)(x+1) < 0$

$\therefore\ -1 < x < 6 \ \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통범위는 $-1 < x < 6$

따라서 부등식을 만족하는 모든 정수 x 의 값의 합은 $0+1+2+3+4+5=15$

57) 정답 : 9

연립방정식의 양변에 A^{-1} 을 곱한 $A^{-1}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}$ 의 p 와 q 는

연립방정식의 해 $x=5$, $y=4$ 와 같으므로 $p+q=9$

58) 정답 : ⑤

x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases}ax+by=1\\cx+dy=2\end{cases}$, 즉 $A\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ 의 해가 $x=2$, $y=3$ 이므로 $A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

$\therefore\ A^{-1}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$

따라서 $A^{-1}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}=2A^{-1}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$ 이므로 $A^{-1}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합은 10 이다.

59) 정답 : 14

$f(1)=5$, $f'(1)=9$ 이고 $g'(x)=f(x)+xf'(x)$ 이므로

$\therefore\ g'(1)=f(1)+f'(1)=5+9=14$

60) 정답 : ①

$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-1}{x-2}=2$와 $\lim_{x\to 2}\frac{g(x)+2}{x-2}=-1$에서 $x \to 2$일 때 극한값이 존재하므로

(분모) → 0일 때, (분자) → 0이어야 한다.

즉, $f(2)=1$, $g(2)=-2$이고 미분계수의 정의에 의하여 $f'(2)=2$, $g'(2)=-1$이다.

$y=f(x)g(x)$에서 도함수가 $y'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$이므로

$x=2$에서의 접선의 기울기는 $f'(2)g(2)+f(2)g'(2)=2\times(-2)+1\times(-1)=-5$

또한, $x=2$일 때 $f(2)g(2)=1\times(-2)=-2$이므로 점 $(2,\ -2)$를 지난다.

그러므로 곡선 $y=f(x)g(x)$ 위의 점 $(2,\ -2)$에서의 접선의 방정식은

$y=-5(x-2)-2=-5x+8$

따라서 $m=-5$, $n=8$이므로 $mn=-4$

61) 정답 : 513

$n+2>\dfrac{k}{a_n}>n$이므로 $\therefore n \cdot a_n < k < (n+2) \cdot a_n$

$\therefore$ 자연수 k의 개수 $=(n+2) \cdot a_n - n \cdot a_n - 1 = a_{n+1}$

$\therefore a_{n+1}=2a_n-1$

$a_{n+1}-1=2 \cdot (a_n-1)$

$\therefore a_n - 1 = (a_1-1) \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$

$\therefore a_n = 2^{n-1}+1$

$a_{10}=2^9+1=513$

62) 정답 110

$n-\dfrac{1}{2} \leqq \sqrt{k} < n+\dfrac{1}{2}$ 양변을 제곱하면

$n^2-n+\dfrac{1}{4} \leqq k < n^2+n+\dfrac{1}{4}$ k 는 자연수이므로

$n^2-n+1 \leqq k \leqq n^2+n$

$a_n=(n^2+n)-(n^2-n+1)+1=2n$

$\therefore \displaystyle\sum_{n=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} 2n = 2 \times \frac{10 \times 11}{2} = 110$

63) 답 570

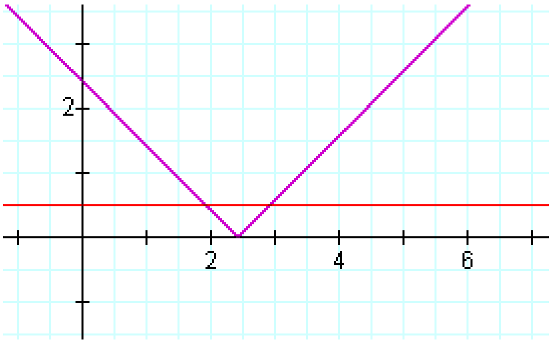
$\sqrt{n}-\dfrac{1}{2} < a_n < \sqrt{n}+\dfrac{1}{2}$

$1 < a_1 < \dfrac{3}{2}$ $\quad \therefore a_1 = 1$

$\sqrt{2}-\dfrac{1}{2} < a_2 < \sqrt{2}+\dfrac{1}{2}$ $\quad \therefore a_2=1$

$\sqrt{3}-\dfrac{1}{2} < a_3 < \sqrt{3}+\dfrac{1}{2}$ $\quad \therefore a_3=2$

$y=|x-\sqrt{n}|$, $y=\dfrac{1}{2}$ 그래프에서 $a_n=x$(x는 자연수)라 할 때, n의 값 구하기.



$x-\frac{1}{2}< \sqrt{n}< x+\frac{1}{2}$

$x^2-x+\frac{1}{4}< n < x^2+x+\frac{1}{4}$

그런데 n은 자연수이므로 $a_n=x$을 만족하는 n은 x^2-x+1부터 x^2+x까지 모두 $2x$개다. 즉,

$a_1=a_2=1$

$a_3=a_4=a_5=a_6=2$

$a_7=a_8=a_9=a_{10}=a_{11}=a_{12}=3$

$\vdots$

$a_{73}=a_{74}=\cdots=a_{90}=9$

$\sum_{n=1}^{90} a_n = 1\cdot 2+2\cdot 4+3\cdot 6+\cdots+9\cdot 18 \quad = \sum_{k=1}^{9} k\cdot 2k = 2\sum_{k=1}^{9} k^2 \quad = 2\times \frac{9\cdot 10\cdot 19}{6} = 570$

64) 정답 : 36

$2^x-2^{-x}=t$ 라 하면 (x 가 실수일 때, t 도 범위의 제한이 없는 실수이다.)

$4^x+4^{-x}=t^2+2$ 이다.

주어진 지수방정식이 실근을 갖으려면 $t^2+at+9=0$ 의 근도 실근이어야 한다.

따라서 $D=a^2-36 \geqq 0$

양수 a 의 범위는 $a \geqq 6$, 최솟값은 $m=6$

$\therefore\ m^2=36$

65) 정답 400

$2^x=t\,(t>0)$, $g(t)=t^2-2at+a^2-a-6$ 이라 하자.

방정식 $4^x-a\cdot 2^{x+1}+a^2-a-6=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지면, 방정식 $g(t)=0$이 서로 다른 두 양의 실근을 갖는다.

방정식 $g(t)=0$의 서로 다른 두 양의 실근을 α, β 라 하면, $\alpha>0, \beta>0$ 이므로

$D/4=a^2-(a^2-a-6)=a+6>0$ 에서 $a>-6$ $\cdots$ ㉠

$\alpha+\beta=2a>0$ 에서 $a>0$ $\cdots$ ㉡

$\alpha\beta=a^2-a-6=(a-3)(a+2)>0$ 에서

$a>3$, $a<-2$ $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢ 에서 구하는 범위는 $a>3$

그러므로 최소 정수는 4 이다.

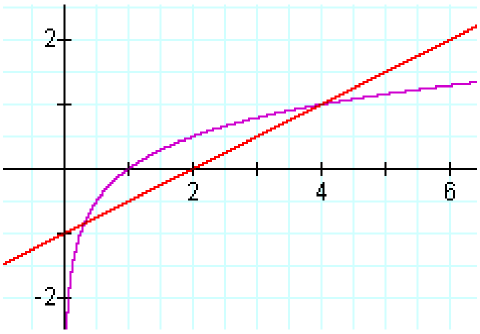
$100p=400$

66) 정답 : 86

$\dfrac{\log_n a}{a-2} \le \dfrac{1}{2}$이므로 $\log_n a \le \dfrac{a}{2}-1$

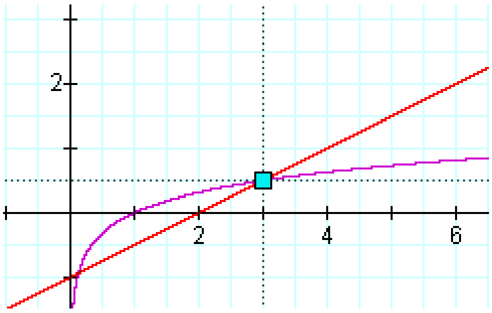
두 함수 $y=\log_n x$, $y=\dfrac{x}{2}-1$의 그래프에서 n이 커지면 $y=\log_n x$와 $y=\dfrac{x}{2}-1$의 교점의 x좌표는 점점 작아진다.

이 때, $a=4$ 이면 $\log_n 4 \le \dfrac{4}{2}-1=1$ $\quad \therefore n \ge 4$



$a=3$이면 $\log_n 3 \le \dfrac{3}{2}-1=\dfrac{1}{2}$ $\quad \therefore n \ge 9$

이상에 의해 $f(4)=\cdots=f(8)=4$, $f(9)=\cdots=f(30)=3$

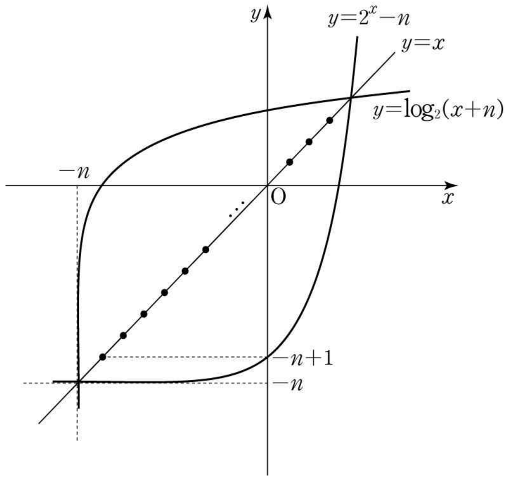


n이 아무리 커진다 하더라도 $y=\log_n a$와 $y=\dfrac{a}{2}-1$의 교점의 x좌표가 $a=2$인 경우는 발생하지 않는다.

$$\therefore \sum_{n=4}^{30} f(n)=\{f(4)+f(5)+\cdots+f(8)\}+\{f(9)+f(10)+\cdots+f(30)\}$$
$$=4\times 5+3\times 22=86$$

67) 정답 573

$y=2^x-n$과 $y=\log_2(x+n)$은 서로 역함수 관계에 있으므로 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.



ⅰ) 제 3사분면에서의 격자점의 개수(원점 포함) = $1+2+3+\cdots+30=\dfrac{30 \cdot 31}{2}=465$

ⅱ) 제 1사분면에서의 격자점의 개수

$y=2^x-n$와 $y=x$의 교점의 x좌표는 n이 커짐에 따라서 아주 조금씩 커진다.

함수 $y=2^x-n$이 $(1,1),(2,2),(3,3),\cdots$을 지날 때의 n의 값을 구해보자.

(격자점을 지날 때의 n의 값을 기준으로 갯수를 센다)

$(1,1)$ 지날 때 $2^1-n=1$ $\therefore n=1$

$(2,2)$ 지날 때 $2^2-n=2$ $\therefore n=2$

$(3,3)$ 지날 때 $2^3-n=3$ $\therefore n=5$

$(4,4)$ 지날 때 $2^4-n=4$ $\therefore n=12$

$(5,5)$ 지날 때 $2^5-n=5$ $\therefore n=27$

n의 값	제 1사분면에 있는 격자점의 갯수
1	1개
$2,3,4$	2개
$5,6,\cdots,11$	3개
$12,13,14,\cdots,26$	4개
$27,28,29,30$	5개

$$\sum_{n=1}^{30} a_n=\sum_{k=1}^{30} k+\{1+2\times3+3\times7+4\times15+5\times4\}=465+108=573$$