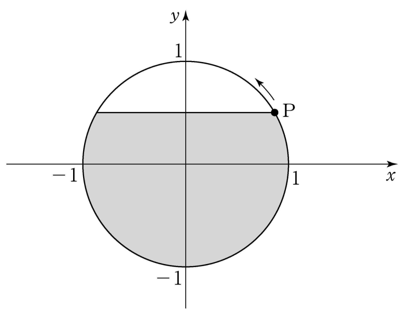
[정답률 12%]

1. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P가 점 $(1, 0)$에서 출발하여 원점을 중심으로 매초 $\frac{1}{40}$(라디안)의 일정한 속력으로 원 위를 시계 반대 방향으로 움직이고 있다. 점 P에서 x축에 평행한 직선을 그을 때, 원과 직선으로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를 S라 하자. 점 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$을 지나는 순간, 넓이 S의 시간(초)에 대한 변화율은 $\frac{b}{a}$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 서로소인 자연수이다.)
[4점] [06.11수능-가형30번][1]



[정답률 27%]

2. 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?
[3점][04.11수능-가형28번][2]

<보 기>

ㄱ. $f'(-x)=f'(x)$

ㄴ. $\lim_{x \to 0} f'(x)=0$

ㄷ. $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $x=a\,(a \neq 0)$에서 극댓값을 가지면 $f'(x)$는 $x=-a$에서 극솟값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[정답률 38%]

3. 함수 $f(x)=4\ln x+\ln(10-x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[3]
[3점][08년.11수능 - 가형 28번]

<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x)$의 최댓값은 $13\ln 2$이다.

ㄴ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

ㄷ. 함수 $y=e^{f(x)}$의 그래프는 구간 $(4, 8)$에서 위로 볼록하다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ,ㄴ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

[정답률 28%]

4. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$에 대하여 점 $\mathrm{A}(a, f(a))$를 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자. 직선 $y=g(x)$가 함수 $f(x)$의 그래프와 점 $\mathrm{B}(b, f(b))$에서 접할 때, 함수 $h(x)$를 $h(x)=f(x)-g(x)$라 하자. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $a \neq b$이다.)
[4점] [06.11수능-가형29번]4.

<보 기>

ㄱ. $h'(b)=0$

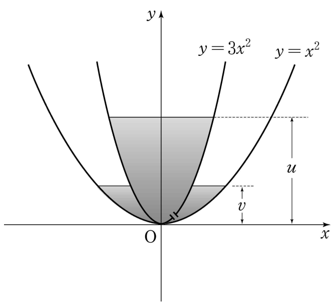
ㄴ. 방정식 $h'(x)=0$은 3개 이상의 실근을 갖는다.

ㄷ. 점 $(a, h(a))$는 곡선 $y=h(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[정답률 28%]

5. 곡선 $y=3x^2\,(0 \leqq y \leqq 10)$을 y축 둘레로 회전시킨 회전체 A와 곡선 $y=x^2\,(0 \leqq y \leqq 10)$을 y축 둘레로 회전시킨 회전체 B가 있다. 처음에는 물이 A의 안쪽에만 차 있다가 원점 O 부근의 작은 구멍을 통하여 A의 바깥쪽과 B의 안쪽으로 둘러싸인 부분으로 흘러 나가기 시작한다. A의 안쪽 수면의 높이를 u, A의 바깥쪽 수면의 높이를 v라 할 때, v가 u의 $\frac{1}{2}$이 되는 순간의 $\frac{dv}{du}$의 값은? [4점] [04.11수능-가형29번]5.



① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

[정답률 39%]

6. 양수 a에 대하여 폐구간 $[-a, a]$에서 함수

$$f(x)=\frac{x-5}{(x-5)^2+36}$$

의 최대값을 M, 최소값을 m이라 할 때, $M+m=0$이 되도록 하는 a의 최소값을 구하시오. [4점] [05.11수능-가형30번]6.

[정답률 29%]

7. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(0 \leqq t \leqq 5)$에서의 속도 $v(t)$가 다음과 같다.

$$v(t)=\begin{cases} 4t & (0 \leqq t < 1) \\ -2t+6 & (1 \leqq t < 3) \\ t-3 & (3 \leqq t \leqq 5) \end{cases}$$

$0<x<3$인 실수 x에 대하여 점 P가 시각 $t=0$에서 $t=x$까지 움직인 거리, 시각 $t=x$에서 $t=x+2$까지 움직인 거리, 시각 $t=x+2$에서 $t=5$까지 움직인 거리중에서 최소인 값을 $f(x)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? 7. [4점][10년 11월 수능가형-17번]

[보 기]

ㄱ. $f(1)=2$

ㄴ. $f(2)-f(1)=\int_1^2 v(t)dt$

ㄷ. 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[정답률 4%]

8. 최고차항의 계수가 1이고, $f(0)=3$, $f'(3)<0$인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 집합 S를 $S=\{a \mid$ 함수 $|f(x)-t|$가 $x=a$에서 미분가능하지 않다.$\}$ 라 하고, 집합 S의 원소의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=3$과 $t=19$에서만 불연속일 때, $f(-2)$의 값을 구하시오.[8]
[4점][2010년 11월 수능가형-24번]

[정답률 33%]

9. 실수 m에 대하여 점 $(0, 2)$를 지나고 기울기가 m인 직선이 곡선 $y=x^3-3x^2+1$과 만나는 점의 개수를 $f(m)$이라 하자. 함수 $f(m)$이 구간 $(-\infty, a)$에서 연속이 되게 하는 실수 a의 최댓값은?[9] [4점][2011년 11월 수능가형-19번]

① -3 ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 6

[정답률 10%]

10. 다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $y=f(x)$의 그래프가 항상 지나는 점들의 y좌표의 합을 구하시오.
[4점][09. 9월 평가원 가형-24번][10]

(가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) 곡선 $y=f(x)$가 점 $(2, f(2))$에서 직선 $y=2$에 접한다.
(다) $f'(0)=0$

[정답률 14%]

11. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{f'(5)}{f'(3)}$의 값을 구하시오.
[4점][09. 6월 평가원 가형-24번][11]

(가) 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 극값을 갖는다.
(나) 함수 $|f(x)-f(1)|$은 오직 $x=a$ $(a>2)$에서만 미분가능하지 않다.

[정답률 35%]

12. 다항함수 $f(x)$에 대하여 다음 표는 x의 값에 따른 $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$의 변화 중 일부를 나타낸 것이다.

x	$x<1$	$x=1$	$1<x<3$	$x=3$
$f'(x)$		0		1
$f''(x)$	+		+	0
$f(x)$		$\frac{\pi}{2}$		π

함수 $g(x)=\sin(f(x))$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
[4점][10. 9월 평가원 가형(미적)-29번][12]

[보 기]

ㄱ. $g'(3)=-1$
ㄴ. $1<a<b<3$이면 $-1<\frac{g(b)-g(a)}{b-a}<0$이다.
ㄷ. 점 $P(1, 1)$은 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[정답률 35%]

13. 함수 $f(x)=kx^2e^{-x}$ $(k>0)$과 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서 x축까지의 거리와 y축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 한 점에서만 미분가능하지 않도록 하는 k의 최댓값은?13.

[4점][2012년 11월 수능가형-21번]

① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ③ $\frac{e}{2}$ ④ $\sqrt{e}$ ⑤ e

1. 정답 83

(풀이) 시각 t일 때, 선분 $\overline{OP}$와 x축의 양의 방향이 이루는 각을 θ라 하면 $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$

$\frac{d\theta}{dt}=\frac{1}{40}$이고, 점 P의 좌표는 $(\cos\theta, \sin\theta)$이다. 이 때, 어두운 부분의 넓이 S는 $S=\frac{\pi}{2}+\theta+\sin\theta\cos\theta=\frac{\pi}{2}+\theta+\frac{1}{2}\sin 2\theta$

점 P가 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$을 지날 때 $\theta=\frac{\pi}{6}$,

$\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\theta=\frac{1}{2}$이므로

$$\frac{dS}{dt}=(1+\cos 2\theta)\frac{d\theta}{dt}$$

$$=\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{40}=\frac{3}{80}=\frac{b}{a}$$

$\therefore a+b=83$

2. 정답 ①

(풀이) ㄱ. $f(-x)=-f(x)$의 양변을 미분하면

$f'(-x)\cdot(-1)=-f'(x)$,

$\therefore$ $f'(-x)=f'(x)$ (참)

ㄴ. 반례 : $f(x)=x^3-x$이면

$f(-x)=-f(x)$이지만

$\lim_{x\to 0} f'(x)=-1$ (거짓)

ㄷ. $f'(-x)=f'(x)$이므로 $y=f'(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이다. 따라서, 도함수 $f'(x)$가 $x=a\,(a\neq 0)$에서 극대값을 가지면 $f'(x)$는 $x=-a$에서 극대값을 갖는다.

3. ㄱ. $f(x)=4\ln x+\ln(10-x)$의 정의역은

$\{x\mid 0<x<10\}$

이때, $f(x)=\ln x^4+\ln(10-x)=\ln x^4(10-x)$

에서 $g(x)=x^4(10-x)=-x^5+10x^4$

로 놓으면 $g'(x)=-5x^4+40x^3=-5x^3(x-8)$

이므로 $x=8$에서 극댓값이자 최댓값

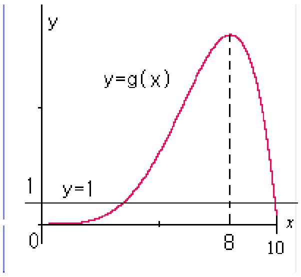
$g(8)=8^4(10-8)=2^{13}$을 갖는다.

이때, $f(x)=\ln g(x)$에서 밑 e가 1보다 크므로

$f(x)$는 $x=8$일 때 최댓값

$f(8)=\ln g(8)=\ln 2^{13}=13\ln 2$를 갖는다. (참)

ㄴ. 곡선 $y=g(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



이때 $f(x)=\ln g(x)=0 \Leftrightarrow g(x)=1$이고

$y=g(x)$와 직선 $y=1$은 서로 다른 두 점에서 만나므로 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다. (참)

ㄷ. $y=e^{f(x)}=e^{\ln g(x)}=g(x)^{\ln e}=g(x)$이다.

$g'(x)=-5x^4+40x^3$이므로

$g''(x)=-20x^3+120x^2=-20x^2(x-6)=0$

에서 $g(x)$는 $x=6$일 때 변곡점이다.

즉, 곡선 $y=g(x)$는 $x<6$일 때 아래로 볼록이고, $x>6$일 때 위로 볼록이다. (거짓)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ③

4. 정답 ⑤

(풀이) $y=g(x)$가 $f(x)$의 점 $(a, f(a))$에서의 접선이므로 $g(x)=f'(a)(x-a)+f(a)$

또, $g(x)$가 점 $B(b, f(b))$에서 $f(x)$에 접하므로

$f'(a)=g'(b)=f'(b)$

$h(x)=f(x)-g(x)$에서 $h'(x)=f'(x)-g'(x)$

ㄱ. $h'(b)=f'(b)-g'(b)=0$

ㄴ. $h(a)=h(b)=0$이고 $h(x)$가 미분가능하므로 로올의 정리에 의하여, $h'(c)=0$인 c가 개구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.

$\therefore$ $h'(a)=h'(b)=h'(c)=0$이므로

$h'(x)=0$은 적어도 3개의 실근을 갖는다.

ㄷ. $h''(x)=f''(x)$이고, $h''(a)=f''(a)=0$이다.

또한, 점 $(a, f(a))$는 $y=f(x)$의 변곡점이므로

$f''(x)$는 $x=a$의 좌우에서 부호가 반대이다.

따라서, $h''(x)$도 같으므로 $(a, h(a))$는

$h(x)$의 변곡점이다.

5. 정답 ②

(풀이)물의 부피는 항상 일정하므로

$\int_0^u \frac{y}{3}dy+\int_0^v\left(y-\frac{y}{3}\right)dy=k$ (상수)에서

$\frac{u^2}{6}+\frac{v^2}{3}=k$

양변을 u에 대하여 미분하면 $\frac{u}{3}+\frac{2}{3}v\cdot\frac{dv}{du}=0$

$u=2v$이므로 $\frac{dv}{du}=-1$

6. 정답 11

(풀이) 폐구간 $[-a,\ a]$에서 정의된 함수

$f(x)=\frac{x-5}{(x-5)^2+36}$ 에서 $x-5=t$로 놓으면

구하는 함수의 최대값과 최소값은

폐구간 $[-a-5,\ a-5]$에서 정의된 함수

$f(t)=\frac{t}{t^2+36}$ 의 최대값과 최소값과 같다.

이제 함수 $f(t)=\frac{t}{t^2+36}$ 의 그래프의 개형을 그려보자.

i) $\lim_{t\to\infty}f(t)=\lim_{t\to-\infty}f(t)=0$이므로 함수 $y=f(t)$의 그래프의 점근선은 x축이다.

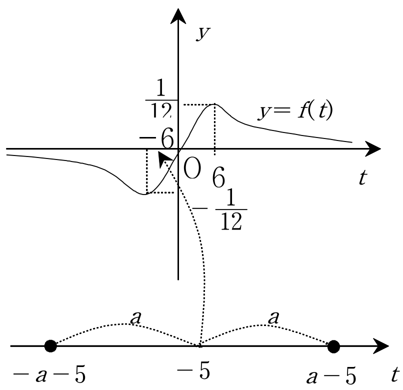
ii) $t>0$일 때 $f(t)>0$이고, $t<0$일 때 $f(t)<0$이다.

iii) $f(-t)=-f(t)$이므로 $y=f(t)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

iv) $f'(t)=\frac{1(t^2+36)-t\cdot 2t}{(t^2+36)^2}=\frac{36-t^2}{(t^2+36)^2}=0$

에서 $t=6$ 또는 $t=-6$이고 $f'(t)$의 분모는 항상 0보다 크므로 $f(x)$는 $t=-6$에서 극소이고 $t=6$에서 극대이다.

따라서 함수 $y=f(t)$의 그래프의 개형은 다음과 같다.



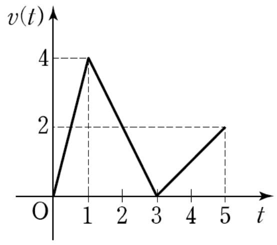
이 때, 폐구간 $[-a-5,\ a-5]$은 $t=-5$에 대하여 대칭인 구간이므로 함수 $y=f(t)$의 최대값 M과 최소값 m에 대하여 $M+m=0$ 즉, $m=-M$을 만족하려면 폐구간 $[-a-5,\ a-5]$은 $t=-6$과 $t=6$을 모두 포함해야 한다.

$\therefore\ -a-5\leqq-6$이고 $a-5\geqq 6$

$\therefore\ a\geqq 1$ 이고 $a\geqq 11$, $\therefore\ a\geqq 11$

따라서 구하는 a의 최소값은 11이다.

7. [정답] ①



시각 $t=0$ 에서 $t=x$까지 움직인 거리를 I_1

시각 $t=x$에서 $t=x+2$ 까지 움직인 거리를 I_2

시각 $t=x+2$에서 $t=5$ 까지 움직인 거리를 I_3이라 하자.

ㄱ. $x=1$ 인 경우

$I_1=2,\ I_2=4,\ I_3=2$ 이므로 $f(1)=2$ ∴ 참

ㄴ. $x=2$ 인 경우

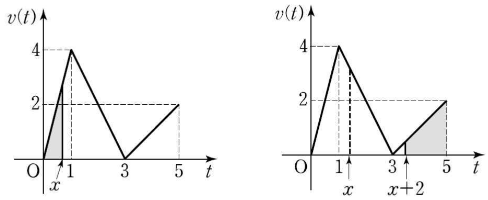
$l_1=5,\ l_2=\frac{3}{2},\ l_3=\frac{3}{2}$ 이므로 $f(2)=\frac{3}{2}$

따라서 $f(2)-f(1)=\frac{3}{2}-2=-\frac{1}{2}$

$\int_1^2 v(t)dt=\int_1^2(-2t+6)dt=3$

$\therefore\ f(2)-f(1)\neq\int_1^2 v(t)dt$ ∴ 거짓

ㄷ. h가 충분히 작은 양수일 때 그림에서 보는 것처럼



$1-h<x<1$ 에서

$f(x)=\frac{1}{2}\cdot x\cdot 4x=2x^2\to f'(x)=4x\xrightarrow{x\to 1-0}4$

$1<x<1+h$ 에서

$f(x)=2-\frac{1}{2}((x+2)-3)^2\to f'(x)=-x+1$

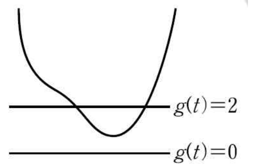
$_{x\to 1+0}$ 0

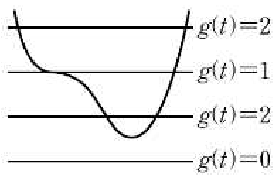
따라서 $f'(x)$ 의 $x=1$ 에서의 좌우 미분계수가 다르므로 미분불능

∴ 거짓

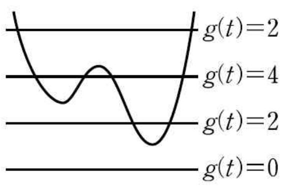
8. 정답] 147]

만약 $y=f(x)$의 그래프가 극점을 하나만 가진다면, $g(t)$가 불연속인 점은 하나이거나 셋이다.





따라서 $y=f(x)$의 그래프는 두 개의 극솟점과 하나의 극댓점을 가진다. 또한 $y=f(x)$의 그래프가 두 개의 극솟값을 가지면, $g(t)$가 불연속인 점은 3개다.



따라서 $y=f(x)$의 그래프의 두 개의 극솟점의 극솟값은 같다.

$f(x)=(x-\alpha)^2(x-\beta)^2+k$이고, 극솟값이 3이어야 하므로 $k=3$

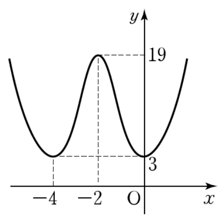
$f(x)=3$의 한 근이 0 이므로

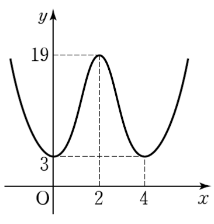
$f(x)=x^2(x-\alpha)^2+3$

$f'(x)=2x(x-\alpha)^2+2x^2(x-\alpha)=2x(x-\alpha)(2x-\alpha)=0$에서 (극댓값)$=f\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{\alpha^4}{16}+3=19$

$\therefore \alpha=\pm 4$

그런데, $\alpha=-4$이면 $f'(3)>0$이므로 $\alpha=4$





$f(x)=x^2(x-4)^2+3$, $f(-2)=4\times 36+3=147$

9. ④

$y=mx+2$와 $y=x^3=3x^2+1$의 교점의 개수는

$x^3-3x^2-mx-1=0$ 에서 교점의 좌표 $x\neq 0$이므로

$x^2-3x-\frac{1}{x}=m$의 실근의 개수와 같다.

$g(x)=x^2-3x-\frac{1}{x}$으로 놓고 미분을 이용하여 그려보면

$$g'(x)=2x-3+\frac{1}{x^2}=\frac{2x^3-3x+1}{x^2}=\frac{(x-1)^2(2x+1)}{x^2}=0$$

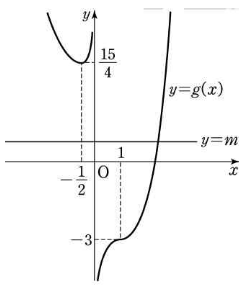
증감표를 그려보면

x		$-\frac{1}{2}$		(0)		1	
$g'(x)$	−	0	+	없음	+	0	+
$g(x)$	↘	$\frac{15}{4}$	↗	없음	↗	−3	↗

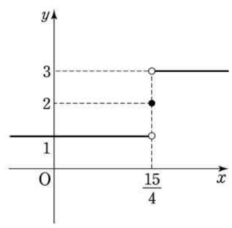
$\lim_{x\to -0} g(x)=+\infty$, $\lim_{x\to +0} g(x)=-\infty$

$\lim_{x\to -\infty} g(x)=+\infty$, $\lim_{x\to +\infty} g(x)=+\infty$ 이므로

$y=g(x)$와 $y=mx$의 그래프를 그려보면



$f(m)$은 $y=g(x)$와 $y=mx$의 교점의 개수이므로



따라서 a의 최댓값은 $\frac{15}{4}$이다.

10. 정답 13

$f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ …… (a)

$f'(x)=4x^3+3ax^2+2bx+c$ …… (b)

주어진 조건이 $f'(0)=0,\ f'(2)=0,\ f(2)=2$ 이므로

(b)식에 적용해보면 $c=0$, $b=-3a-8$

이를 (a)에 적용해보면 $d=4a+18$

이들을 (a)에 대입하여 a대하여 정리해보면

$f(x)=x^4+ax^3+(-3a-8)x^2+(4a+8)$

$=(x^4-8x^2+8)+a(x^3-3x^2+4)$

$=(x^4-8x^2+8)+a(x-1)(x-2)^2$

따라서 $f(x)$는 a값에 상관없이 $x=1$, $x=2$을 지난다. 따라서 점의 좌표는 $f(1)=11$, $f(2)=2$이다.

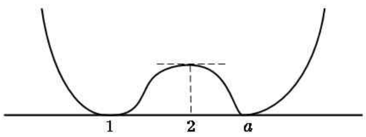
$f(1)+f(2)=13$

11. 정답 12

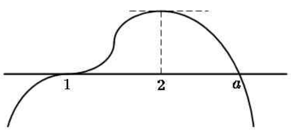
$g(x)=f(x)-f(1)$ 이라 하면$g(1)=g'(1)=0$, $g'(2)=0$

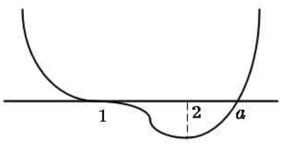
$y=|g(x)|$ 는 $x=1$ 에서 극값을 갖는다.

따라서 (나)의 조건에 맞도록 $y=|g(x)|$ 의 그래프를 그려 보면 아래그림과 같다.



$y=g(x)$ 의 그래프는 다음 두 가지 경우에 해당한다.





$\therefore$ $g'(x)=a(x-1)^2(x-2)=f'(x)$ $(a\neq 0)$

$\dfrac{f'(5)}{f'(3)}=\dfrac{48a}{4a}=12$

12. 정답 ③

x	$x<1$	$x=1$	$1<x<3$	$x=3$
$f'(x)$		0		1
$f''(x)$	+		+	0
$f(x)$		$\frac{\pi}{2}$		π

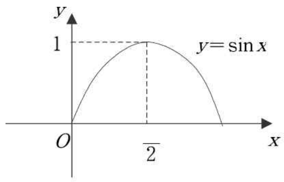
위의 표에서 $x<1$, $1<x<3$일 때, $f''(x)>0$이므로 $f'(x)$는 증가하고 이 구간에서 $f(x)$ 의 그래프는 아래로 볼록하다. 또한, $x=1$일 때, $f'(x)=0$이므로 $x=1$의 좌우에서 $f(x)$의 부호가 $-$에서 $+$로 바뀌게 된다. 따라서 $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖고 그래프는 아래로 볼록하다.

ㄱ. $g(x)=\sin(f(x))$에서 $g'(x)=\cos(f(x))\times f'(x)$

$\therefore$ $g'(3)=\cos(f(3))\times f'(3)$ $=\cos\pi\times f'(3)$

$=(-1)\times 1=-1$ (참)

ㄴ. $1<x<3$에서 $f(x)$ 의 그래프는 아래로 볼록하며 증가하므로 $\frac{\pi}{2}<f(x)<\pi$ 이다. 따라서 $\frac{\pi}{2}<f(x)<\pi$에서 $g(x)=\sin(f(x))$의 그래프는 감소하면서 위로 볼록하다.



$x=1$일 때,

$g'(1)=\cos(f(1))\times f'(1)=\cos\frac{\pi}{2}\times 0=0$

$x=3$일 때,

$g'(3)=\cos(f(3))\times f'(3)=\cos\pi\times 1=-1$

따라서 $1<a<b<3$에서 $-1<\dfrac{g(b)-g(a)}{b-a}<0$ (참)

ㄷ. $g''(x)=-\sin(f(x))\times f'(x)\times f'(x)$

$+\cos(f(x))\times f''(x)$

$x=1$일 때,

$g''(1)=-\sin(f(1))\times f'(1)\times f'(1)+\cos(f(1))\times f''(1)$

$=-\sin\frac{\pi}{2}\times 0\times 0+\cos\frac{\pi}{2}\times\frac{\pi}{2}=0$ 이지만 $x<1$과 $x>1$에서 $g''(x)$의 부호가 같으므로 $x=1$에서 변곡점을 갖지 않는다. (거짓)

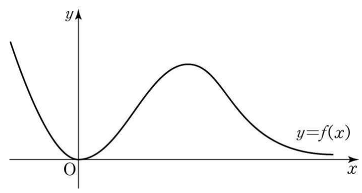
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

13. 정답 ⑤

$f(x)=kx^2e^{-x}$ $(k>0)$에서

$f'(x)=2kxe^{-x}-kx^2e^{-x}=kx(2-x)e^{-x}$

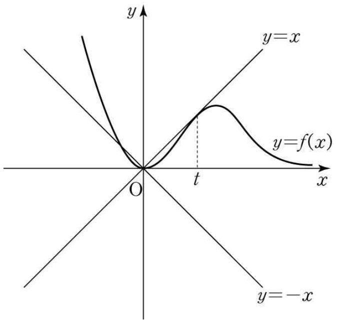
$f'(x)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=2$



x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	0	↗	$\frac{4k}{e^2}$	↘

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서 x축까지

의 거리와 y축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$라 하므로 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x$, $y=-x$와 만나는 교점을 찾는다.



이때, 미분가능하지 않은 점이 한 곳만 있으려면 $x>0$에서 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x$가 만나지 않거나 접해야 한다. 접점의 좌표를 $(t,\ f(t))$라 하면

$kt^2e^{-t}=t$ …… ㉠ 이고

$x=t$에서 접선의 기울기가 1이므로

$kt(2-t)e^{-t}=1$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $2-t=1$ $\quad\therefore\ t=1$

$\therefore\ k=e$

따라서 k의 최댓값은 e이다.