

## 5지선다형

1. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여, 행렬  $(A+B)(A-B)$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (xe^{\frac{1}{x}} - x)$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{e}$       ② 1      ③  $\sqrt{e}$       ④  $e$       ⑤  $e^2$

3. 평행하지 않은 두 벡터  $\vec{a} = (-1, 1)$ ,  $\vec{b} = (m, 1)$ 에 대하여,  $|\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{2}$ 일 때,  $m$ 의 값은? [2점]

- ① -1      ② 1      ③ 3      ④ 4      ⑤ 6

4. 함수  $f(x) = \begin{cases} ae^x & (x < 1) \\ 2x^2 - 2x + b & (x \geq 1) \end{cases}$ 가 모든 실수  $x$ 에서 미분 가능할 때, 두 상수  $a, b$ 의 곱은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2e}$       ②  $\frac{2}{e}$       ③  $\frac{e}{2}$       ④  $\frac{4}{e}$       ⑤  $e$

5. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이고,

$$P(A^c) = \frac{3}{4}, P(A \cup B) - P(A) = \frac{1}{6} \text{ 일 때, } P(B) \text{의 값은? [3점]}$$

- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{2}{9}$     ③  $\frac{5}{18}$     ④  $\frac{1}{3}$     ⑤  $\frac{7}{18}$

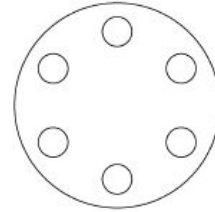
6. 진공에서 운동하는 입자의 질량  $m$ , 경과시간  $t$ 와 파장  $\lambda$  사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\lambda = \frac{\sqrt{2}}{2} m^{-\frac{1}{2}} t^{\frac{5}{8}}$$

질량이 각각  $8, \sqrt{2}$ 인 두 입자  $A, B$ 에 대하여, 경과시간이  $0.15$ 일 때, 입자  $A$ 의 파장을  $\lambda_A$ , 경과시간이  $0.6$ 일 때, 입자  $B$ 의 파장을  $\lambda_B$ 라 하자.  $\frac{\lambda_A}{\lambda_B}$ 의 값은? [3점]

- ①  $2^{-\frac{5}{2}}$     ②  $2^{-\frac{11}{4}}$     ③  $2^{-\frac{3}{2}}$     ④  $2^{-\frac{13}{4}}$     ⑤  $2^{-\frac{7}{2}}$

7. 그림과 같이 최대 6개의 물감을 채워 넣을 수 있는 원형의 파레트가 있다. 각 칸에 빨강, 파랑, 노랑, 초록, 검정, 하얀 총 6개의 서로 다른 색의 물감을 한 가지씩 모두 파레트에 채워 넣을 때, 빨강색과 파랑색, 파랑색과 노랑색, 노랑색과 빨강색 물감이 각각 서로 이웃하지 않게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 12    ② 24    ③ 36    ④ 48    ⑤ 72

8. 좌표평면 위에 두 곡선  $y = 2^{x-1}$ ,  $y = \log_3(x-2)$ 가 있다.  
 $y = 2^{x-1}$  위의 한 점  $P$ 를 지나고,  $y$ 축과 평행한 직선이  
 $y = \log_3(x-2)$ 과 만나지 않을 때,  $P$ 와  $x$ 축 사이의 거리의  
 최댓값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ③ 1      ④  $\sqrt{2}$       ⑤ 2

9. 집합  $S$ ,  $T$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$S = \{x \mid \text{무한등비수열 } \{(\frac{x-a}{6})^n\} \text{이 수렴한다.}\}$$

$$T = \{x \mid \frac{x-2b}{x-4a} \leq 0\}$$

$S = T$ 가 되도록 하는 상수  $a, b$ 에 대하여,  $a-b$ 의 값은? [3점]

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

10. 좌표평면 위의 점  $A(2, -1)$ 이 일차변환  $f$ 와,  $f$ 의 합성변환  
 $f \circ f$ 에 의하여 각각  $P(1, 1)$ ,  $Q(-1, 2)$ 로 이동할 때, 점  $A$ 가  
 역변환  $f^{-1}$ 에 의하여 이동하는 점을  $B$ 라 하자. 삼각형  $OAB$ 의  
 넓이는? (단,  $O$ 는 원점이다.) [3점]

- ①  $\frac{9}{8}$       ②  $\frac{5}{4}$       ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{9}{4}$

11. 어느 모임에서 모자를 착용하고 있는 사람의 비율이 20%라고 한다. 모임에 참석한 사람들 중에서 100명을 임의 추출할 때, 모자를 착용하고 있는 사람이 16명 이상, 26명 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

Z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.25	0.3944
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.6826      ② 0.7357      ③ 0.7745  
 ④ 0.8413      ⑤ 0.8664

12. 꼭짓점의 좌표가  $(0, -4)$ 이고,  $x$ 절편이  $(-4, 0), (4, 0)$ 인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여, 방정식

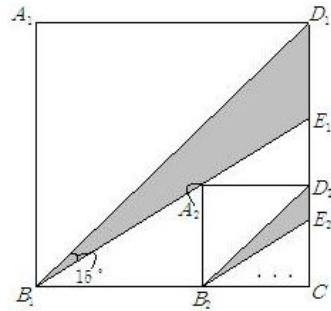
$$|f(x) - x| = \sqrt{4 + x - f(x)} + 2$$

의 서로 다른 실근의 합은? [3점]

- ① 0      ② 2      ③ 4      ④ 6      ⑤ 8

13. 쌍곡선  $x^2 - \frac{y^2}{8} = 1$ 의 한 초점  $F$ 를 초점으로 하는 포물선  $y^2 = 4px$ 가 있다. 쌍곡선의 두 점근선이 포물선과 만나는 원점이 아닌 점을 각각  $P, Q$ 라 할 때, 선분  $PQ$ 의 길이는? [3점]
- ①  $2\sqrt{10}$     ②  $4\sqrt{3}$     ③  $6\sqrt{2}$     ④ 8    ⑤  $4\sqrt{5}$

14. 한 변의 길이가 1인 정사각형  $A_1B_1CD_1$ 이 있다. 그림과 같이 선분  $CD_1$  위에  $\angle D_1B_1E_1 = 15^\circ$ 가 되도록 한 점  $E_1$ 을 정한다. 삼각형  $B_1D_1E_1$ 의 넓이를  $S_1$ 이라 하자. 정사각형  $A_2B_2CD_2$ 의 네 꼭짓점이 그림과 같이 삼각형  $B_1CE_1$ 의 각 변에 포함되도록 세 점  $A_2, B_2, D_2$ 를 정한다. 선분  $CD_2$  위에  $\angle D_2B_2E_2 = 15^\circ$ 가 되도록 한 점  $E_2$ 을 정한다. 삼각형  $B_2D_2E_2$ 의 넓이를  $S_2$ 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은  $S_n$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{2}-1}{3}$     ②  $\frac{\sqrt{3}-1}{3}$     ③  $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2}$   
 ④  $\frac{5-\sqrt{5}}{4}$     ⑤  $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$

15. 두 이차정사각 행렬  $A, B$ 가

$$A^{-1} + B^3 = 4E, \quad AB = 2E - A$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?  
[4점]

< 보 기 >

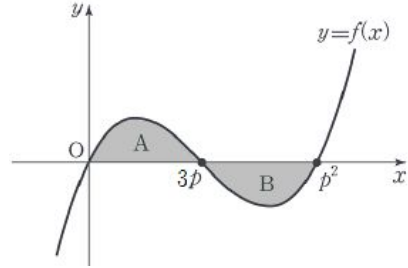
ㄱ  $AB^3 = B^3A$

ㄴ  $AB^2 + 2E = A + 2B$

ㄷ  $2B^3 + B = 7E$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 연속함수  $f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다. 이 곡선과  $x$ 축으로 둘러싸인 두 부분  $A, B$ 의 넓이가 각각  $m, n$ 이다.



두 정적분  $\int_0^p xf(x^2)dx$ 와  $\int_0^p f(3x)dx$ 의 값이 서로 같을 때,  $\frac{n}{m}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{3}$             ②  $\frac{3}{8}$             ③  $\frac{2}{5}$             ④  $\frac{5}{12}$             ⑤  $\frac{1}{2}$

17. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 3$ 이고,  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 에 대하여,

$(n-2)(S_{n-1}-1) + na_n = 0$  ( $n \geq 2$ )을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식을 전개하면,

$$nS_{n-1} - 2S_{n-1} - n + 2 + na_n = 0$$

이다.  $a_n = S_n - S_{n-1}$ 을 대입하여 정리하면,

$$S_n - 1 = \boxed{\text{(가)}} \cdot (S_{n-1} - 1)$$

$b_n = S_n - 1$ 이라 하고 수열  $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면,

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \cdot 2^n$$

따라서  $a_n = b_n \cdot \boxed{\text{(다)}}$  ( $n \geq 2$ )

위의 (가)에 알맞은 식을  $f(n)$ , (나)에 알맞은 식을  $g(n)$ ,

(다)에 알맞은 식을  $h(n)$ 이라 할 때,  $\frac{f(8)}{g(5)h(12)}$ 의 값은? [4점]

- ① -12    ② -10    ③ -8    ④ -6    ⑤ -4

18. 실수 전체의 집합에서 미분 가능하고, 이계도함수가 존재하는 함수  $f(x)$ 가 있다. 2이상인 자연수  $n$ 에 대하여 폐구간  $[0, 1]$ 을  $n$ 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례대로

$$0 = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = 1$$

이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점]

<보 기>

$$\neg \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{f(x_k)}{n} = \int_0^1 f(x) dx$$

ㄴ  $n = 2m$  ( $m$ 은 자연수)이면

$$\left| \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f(x_k)}{n} - \int_0^1 f(x) dx \right| \leq \left| \sum_{k=0}^{m-1} \frac{f(x_{2k})}{m} - \int_0^1 f(x) dx \right|$$

ㄷ 함수  $f(x)$ 가 폐구간  $[0, 1]$ 에서  $f'(x)f''(x) > 0$ 이면,

$$\left| \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f(x_k)}{n} - \int_0^1 f(x) dx \right| \leq \left| \sum_{k=1}^n \frac{f(x_k)}{n} - \int_0^1 f(x) dx \right|$$

- ①  $\neg$                       ②  $\neg$                       ③  $\neg, \neg$   
 ④  $\neg, \text{ㄷ}$                 ⑤  $\neg, \neg, \text{ㄷ}$

19.  $x(x \geq 1)$ 보다 크지 않은 자연수  $n$ 에 대하여,  $\log_9 n - \lfloor \log_9 n \rfloor$ 의 최댓값을 함수  $f(x)$ 라 하자. 예를 들어,  $f(10) = \log_9 8$ ,  $f(100) = \log_9 80 - 1$ 이다.  $f(x)$ 가 구간  $[10, a]$ 에서 연속이 되도록 하는 자연수  $a$ 의 최댓값은? (단,  $\lfloor x \rfloor$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

- ① 64      ② 72      ③ 80      ④ 90      ⑤ 99

20. 최고차항의 계수가  $\frac{1}{2}$ 인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여, 두 함수  $g(x)$ ,  $h(x)$ 는 다음과 같다.

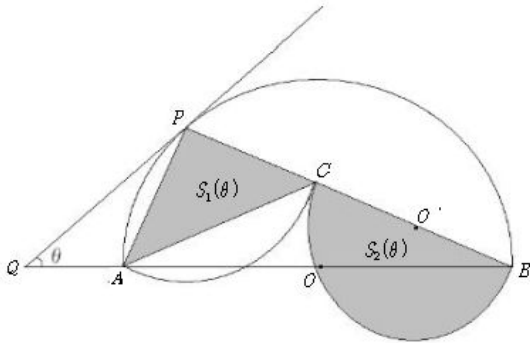
$$g(x) = \int_0^{2x} f(t) dt, \quad h(x) = g(x) \quad (x \geq 2)$$

$g(x)$ 이 점  $(1, \frac{1}{3})$ 에서 변곡점을 가질 때,  $h(x)$ 의 역함수  $h^{-1}(x)$ 에 대하여,  $(h^{-1})'(9)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{9}$       ③  $\frac{1}{12}$       ④  $\frac{1}{15}$       ⑤  $\frac{1}{18}$



21. 중심각의 크기가  $\pi$ 이고, 반지름의 길이가 1인 부채꼴  $OAB$ 가 있다.  $OAB$  호  $AB$  위의 임의의 한 점  $P$ 에서 그은 접선이 선분  $AB$ 의 연장선과 만나는 점을  $Q$ , 선분  $AP$ 를 반지름으로 하고, 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴이 선분  $BP$ 와 만나는 점을  $C$ 라 하자.  $\angle PQB = \theta$ 에 대한 직각삼각형  $APC$ 의 넓이를  $S_1(\theta)$ , 선분  $BC$ 를 지름으로 하고 중심각의 크기가  $\pi$ 인 부채꼴  $BO'C$ 의 넓이를  $S_2(\theta)$ 라 할 때,  $S_1(\theta) + S_2(\theta)$ 가 최소가 되도록 하는  $\theta$ 를  $\alpha$ 라 하자.  $\tan \alpha$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{2\pi}$     ②  $\frac{1}{\pi}$     ③  $\frac{2}{\pi}$     ④  $\frac{\pi}{2}$     ⑤  $\pi$

단답형

22. 자연수  $r$ 에 대하여,  ${}_r C_4 = 35$ 일 때,  ${}_4 H_r$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수가

$f(x) = kx^2 (0 \leq x \leq \frac{1}{2})$  ( $k$ 는 상수) 일 때,  $40X$ 의 평균을 구하시오. [3점]

24. 좌표평면 위의 두 점  $P(1, -1, 4), Q(3, 2, -1)$ 에 대하여, 선분  $PQ$ 를 2:1로 외분하는 점  $R$ 이라 하자.  $R$ 을  $xy$ 평면에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를  $R'(a, b, c)$ 라 할 때,  $a+b+c$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 공비가 각각  $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}$ 인 두 등비수열  $a_n, b_n$ 에 대하여

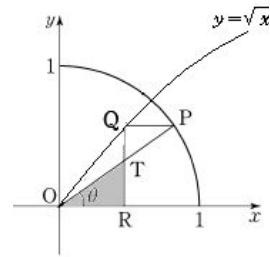
$$\frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_k}{a_k}}{\sum_{k=1}^{\infty} a_k b_k} \cdot (a_2)^2$$

의 값은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 좌표평면에서 그림과 같이 원  $x^2+y^2=1$  위의 점  $P$ 에 대하여

선분  $OP$ 가  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를  $\theta(0 < \theta < \frac{\pi}{4})$ 라 하자. 점  $P$ 를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = \sqrt{x}$ 와 만나는 점을  $Q$ 라 하고, 점  $Q$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $R$ 라 하자. 선분  $OP$ 와 선분  $QR$ 의 교점을  $T$ 라 하고, 삼각형  $ORT$ 의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta)}{\theta^p} = q$ 일 때,  $16pq$ 의 값을 구하시오.

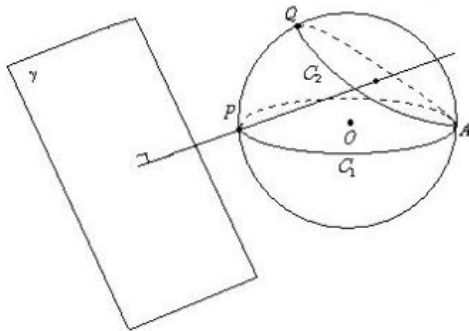
(단,  $p > 0, q > 0$ ) [4점]



27. 좌표공간에서  $xy$ 평면 위에 중심이 원점  $O$ 인 타원이 평면  $2x - y - \sqrt{3}z + 6 = 0$ 과 한 점  $P$ 에서 만난다.  $x$ 축 위에 있는 타원의 두 초점  $F, F'$ 에서  $2x - y - \sqrt{3}z + 6 = 0$ 까지 거리를 각각  $d_1, d_2$ 라 하자.  $d_1 d_2 = \frac{5}{2}$ 일 때, 삼각형  $PF F'$ 의 둘레길이는  $p + q\sqrt{2}$ 이다.  $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 유리수이다.) [4점]

28. 3이상의 자연수  $n$ 에 대하여, 꼭짓점과 변의 개수가 각각  $n, 2$ 인 그래프를 나타내는 서로 다른 행렬의 개수를  $a_n$ , 그 성분들 중 0의 개수를  $b_n$ 이라 하자. 예를 들어,  $a_3 = 3, b_3 = 5$ 이다.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{(b_n)^2} = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 공간 위에 서로 평행하지 않은 세 평면  $\alpha, \beta, \gamma$ 와 반지름의 길이가 3인 구  $C$ 가 있다.  $\alpha$ 는 구의 중심  $O$ 를 지나며,  $\beta$ 는  $\alpha$ 와  $C$  위의 한 점  $A$ 에서 만난다.  $C$ 가  $\alpha, \beta$ 에 의하여 잘린 단면인 원을  $C_1, C_2$ 라 하자.  $P$ 는 직선  $OA$ 가  $C_1$ 와 만나는  $A$ 가 아닌 점이고,  $Q$ 는  $P$ 를 지나고  $C_2$ 와 수직인 직선이  $C_2$ 와 만나는 점이다. 이 때,  $P$ 를 지나고  $\gamma$ 와 수직인 직선은  $C_2$ 의 중심을 지나며, 직선  $OQ$ 는  $\gamma$ 와 평행하다.  $C_2$ 의  $\gamma$ 위로의 정사영의 넓이는  $a\pi$ 이다.  $a^2$ 의 값을 구하시오 (단,  $P$ 로부터  $\gamma$ 까지 거리는  $O$ 로부터  $\gamma$ 까지 거리보다 작다.) [4점]



30. 수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_n = 3 + (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$ 일 때, 좌표평면 위의 점

$$P_n \text{ 을 } P_n(a_n \cdot \cos \frac{n\pi}{3}, a_n \cdot \sin \frac{n\pi}{3}) \text{라 하자.}$$

자연수  $k$ 에 대하여 원점을 중심으로 회전하는 회전변환과 닮음의 중심이 원점인 닮음변환의 합성변환  $f_k : P_k \rightarrow P_{k+1}$ 를 나타내는

행렬을  $A_k$ 라 하자. 행렬  $\sum_{k=1}^{50} A_k$ 의 모든 성분들의 합을 구하시오.

[4점]